УДК 537.52.621

Ионно-электронный ансамбль в электрическом поле

А.С. Чихачев

Одной из важнейших задач, представляющих интерес при создании эффективного электрореактивного двигателя, является процесс извлечения потока ионов из плазмы. В связи с этим в настоящей работе рассматривается самосогласованная задача об ускорении потока ионов при наличии потока электронов и облака электронов с нулевой средней скоростью. Используется кинетическое описание системы при отсутствии столкновений. Поток электронов описывается нестандартным решением кинетического уравнения, не являющимся функцией только интеграла энергии. Показано, что холодные ионы могут быть ускорены до энергии, превышающей температуру электронов, т.е. их скорость может превысить ионно-звуковую скорость.

PACS 41.85.Ar

Ключевые слова: кинетическое уравнение, уравнение Пуассона, поток ионов, поток электронов.

Введение

Для изучения реального процесса извлечения тяжелых ионов из плазмы проведено большое число исследований, посвященных рассмотрению моделей этого процесса. В работе [1] показано, что плазму покидают ионы со скоростями, превышающими ионно-звуковую скорость. Поскольку в реальных условиях температура электронов T существенно больше температуры ионов Ti , число ускоряемых ионов оказывается экспоненциально малым, в соответствии с этим ток извлеченных ионов также оказывается малым и, следовательно, малой оказывается тяга электрореактивного двигателя. Отметим, однако, работу [2], изучавшую ускорение тонкого ионного пучка. В этой работе показано, что скорость ионов может превосходить ионно-звуковую скорость при изменении радиуса пучка.

В работе [3] изучался процесс ускорения ионов в нестационарной задаче, причем показано, что из-за нестационарности может появляться добавка к току – превышение по отношению к закону Чайлда-Ленгмюра. В работах [4, 5] рассмотрено состояние ускоряемого потока холодных ионов при покоящемся, в целом, облаке горячих электронов. В частности, в [4] показано, что переходный слой в системе «плазма-вакуум» является бесконечно большим. Во всех перечисленных работах ток электронов был равен нулю.

В [6] изучены равновесные состояния системы при наличии ненулевого тока электронов при использовании гидродинамического описания электронов. Работа [7] изучает состояния потока ионов в слое электронов, движущемся в направлении, перпендикулярном направлению потока электронов. В этой работе максимальная энергия, которую ионы могут приобрести в слое, равна температуре электронов T, однако ток ионов не является экспоненциально малым. В условиях работы [6] энергия может превышать электронную температуру.

Следует также отметить наличие экспериментальных работ, посвященных изучению различных аспектов проблемы создания энергоэффективного электрореактивного двигателя. В частности, укажем здесь работы [8, 9], изучавшие тяговые характеристики такого двигателя.

Целью данной работы является определение оптимальных условий для извлечения потока ионов из плазмы. Для этого используется последовательное кинетическое описание ионно-электронной системы при наличии ненулевого потока электронов. При этом функция распределения электронов является решением кинетического уравнения, не являющимся только функцией интегралов движения.

Постановка задачи

Будем описывать ансамбль бесстолкновительными кинетическими уравнениями для электронов и ионов, считая, ради простоты, задачу одномерной. Для электронов кинетическое уравнение имеет вид:

$$\frac{p}{m}\frac{\partial f}{\partial x}+e\frac{d\Phi}{dx}\frac{\partial f}{\partial p}=0, \tag{1}$$

где m – масса электрона, $-e$ – заряд, Φ – потенциал, x – координата, p – импульс, $f(x, p)$ – функ-

Чихачев Александр Сергеевич, вед. научн. сотр.
ФГУП «Всероссийский электротехнический институт».
Россия, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, 12.
Тел.: 495 3619409. E-mail: churchev@mail.ru

Статья поступила в редакцию 13 декабря 2012 г.

ция распределения частиц. Уравнение (1) всегда имеет решение:

$$f = \Psi(H) = \Psi\left(\frac{p^2}{2m} - e\Phi(x)\right),$$

где Ψ – произвольная функция. Это решение характеризуется нулевым потоком частиц Γe вдоль оси x:

$$\Gamma_e = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p}{m} dp \Psi(H) = 0$$

из-за антисимметрии подынтегральной функции. При этом плотность электронов может быть выражена в виде:

$$n_e = \int_{-\infty}^{\infty} dp \Psi(H) = 2\int_{-e\Phi(x)}^{\infty} \Psi(H)\frac{dH}{\sqrt{2m(H+e\Phi)}}.$$

Если используется экспоненциальное распределение по энергии $\Psi = \kappa_0 \exp\left(-\frac{H}{T}\right)$,

то плотность имеет вид:

$$n_e = \kappa_0 \sqrt{2\pi m T} \exp\left(\frac{e\Phi}{T}\right) \qquad (2)$$

Для описания состояния электронов с ненулевым потоком частиц будем использовать решение уравнения (1), не являющееся только функцией интеграла движения H.

Положим:

$$f = \sigma\left(p - \sqrt{2m(C_0 + e\Phi)}\right)\Psi(H). \qquad (3)$$

Здесь $\sigma(x)$ – функция Хевисайда, $C_0 \geq -e\Phi(x)$ при любых x. Легко убедиться, что (3) удовлетворяет уравнению (1). При дифференцировании $\sigma\left(p - \sqrt{2m(C_0 + e\Phi)}\right)$ в соответствии с уравнением (1) получим:

$$\delta\left(p - \sqrt{2m(C_0 + e\Phi)}\right)\frac{de\Phi}{dx}\left(1 - \frac{p}{\sqrt{2m(C_0 + e\Phi)}}\right),$$

т.е. нуль.

Выражение (3) определяет ненулевой поток электронов:

$$\Gamma_e = \int_{\sqrt{2m(C_0+e\Phi)}}^{\infty} \frac{p}{m}\Psi(H)dp = \int_{C_0}^{\infty} dH\Psi(H).$$

В случае экспоненциального распределения $\Gamma_e = \kappa_0 T \exp\left(-\frac{C_0}{T}\right)$. Плотность электронов при этом выражается следующим образом:

$$n_e = \kappa_0\sqrt{\frac{\pi m T}{2}} \exp\left(\frac{e\Phi}{T}\right)\left(1 - erf\left(\sqrt{\frac{C_0 + e\Phi}{T}}\right)\right). \qquad (4)$$

Здесь $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-y^2)dy$ – т.н. интеграл ошибок. Отметим также, что распределение типа (3) использовалось в [10] при изучении газового разряда. Роль множителя $\sigma\left(p - \sqrt{2m(C_0 + e\Phi)}\right)$ существенна, ибо, с одной стороны, изменяется вид плотности частиц, а с другой стороны, ток частиц оказывается не равным нулю. Использование аналогичного множителя в «пучковых» задачах открывает возможность исследования нового вида равновесных конфигураций пучков.

Подобным же образом может быть описан поток ионов. Аналогично (4) для плотности ионов получим:

$$n_i = \kappa_i\sqrt{\frac{\pi M T_i}{2}} \exp\left(-\frac{e\Phi}{T_i}\right)\left(1 - erf\left(\sqrt{\frac{C_1 - e\Phi}{T_i}}\right)\right).$$

В этом выражении M масса иона, T_i – температура ионов.

Используя асимптотическое разложение для интеграла ошибок, получим:

$$n_i = \kappa_i \exp\left(-\frac{e\Phi}{T_i}\right)\sqrt{\frac{M T_i}{2}}\sqrt{\frac{T_i}{C_1 - e\Phi}},$$

При этом

$$\Gamma_i = \kappa_i T_i \exp\left(-\frac{C_1}{T_i}\right),$$

откуда следует:

$$n_i = \Gamma_i\sqrt{\frac{M}{2(C_1 - e\Phi)}}.$$

Представим плотность потока в виде $\Gamma_i = n_{0i}\upsilon_0$, где n_{oi} – начальная плотность ионов, υ_0 – начальная скорость ионов, и положим $C_1 = \frac{\upsilon_0^2 M}{2}$. Заметим, что описание ионов здесь в точности совпадает с гидродинамическим описанием холодного потока ионов. Итак, получаем:

$$n_i = \frac{\Gamma_i}{\upsilon_i} = \frac{n_{0i}\upsilon_0}{\sqrt{\upsilon_0^2 - \frac{2e\Phi}{M}}} = \frac{n_{0i}\upsilon_0}{\upsilon_s\sqrt{\frac{\upsilon_0^2}{\upsilon_s^2} - u}}.$$

Здесь $\upsilon_s = \sqrt{\frac{T}{M}}$, $u = \frac{e\Phi}{T}$. Запишем далее уравнение Пуассона:

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = 4\pi e(n_e - n_i) = 4\pi e\left(n_{0e}\exp\left(\frac{e\Phi}{T}\right)\left(1 - erf\sqrt{\frac{C_0 + e\Phi}{T}}\right) - \frac{n_{0i}\upsilon_0}{\upsilon_s\sqrt{\frac{\upsilon_0^2}{\upsilon_s^2} - u}}\right), \qquad (5)$$

где $n_{0e} = \kappa_0\sqrt{\frac{\pi m T}{2}}$. Введем, далее, безразмерные переменные:

$$t = \frac{x}{l_0}, \qquad l_0 = \sqrt{\frac{T}{4\pi e^2 n_{0e}}},$$

а затем обозначим $\frac{C_0}{T} = \zeta_0$. В результате имеем следующее уравнение:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \exp(u(t))\left(1 - erf\sqrt{\zeta_0 + u}\right) - \frac{\nu_i}{\sqrt{\frac{\upsilon_0^2}{\upsilon_s^2} - u(t)}}. \qquad (6)$$

Здесь $\nu_i = \frac{n_{0i}}{n_{0e}}\frac{\upsilon_0}{\upsilon_s}$.

Результаты численного решения

Приведем результаты решения уравнения (6) при следующих параметрах:

$$\zeta_0 = 4, \quad \nu_i = 0{,}008, \quad \upsilon_0^2 / \upsilon_s^2 = 0{,}1.$$

В качестве начальных условий положим $u(0) = -4, \dot{u}(0) = 0.$

На рис. 1 изображена зависимость безразмерного потенциала $u(t)/20$ (кривая III) от безразмерной координаты. Решение имеет периодический характер. Представлены также качественные зависимости плотности ионов от координаты (I) и плотности электронов от координаты (II). По характеру этих зависимостей можно судить о скорости частиц: ионы ускоряются от точки $t = -43{,}79$ (где $u = 0{,}016$) до точки $t = 0$ (где $u = -4$). Электроны, наоборот, замедляются при таком движении. Электроны могут ускоряться при движении в противоположном направлении, а именно, от точки $t = 0$ до точки $t = -43{,}79$. Зависимость скорости электронов от скорости ионов при движении в одном направлении изображена на рис. 2.

Кинетическая энергия ионов в точке $t = 0$ определяется величиной ζ_0. При $\zeta_0 = -4$ эта энергия оказывается равной $4{,}016T$, т.е. вчетверо больше температуры электронов. Чем больше абсолютная величина ζ_0, тем больше величина кинетической энергии на выходе из области плазмы с электронами, описываемыми распределением (3). Это факт отличает результат настоящей работы от работы [7], в которой показано, что в слое электронов, движущихся перпендикулярно потоку ионов, ионы могут достичь значение энергии, не превышающее электронную температуру.

Плоский промежуток – это электрод при $t = 0$ под потенциалом, равным $-4T$, и второй электрод – при $t = 43{,}79$ и под потенциалом $0{,}016T$. С электрода под отрицательным потенциалом в промежуток должен попадать поток электронов с энергиями, большими $4T$. С этого же электрода в промежуток проходят ионы с малыми скоростями и ускоряются до кинетической энергии $4T$.

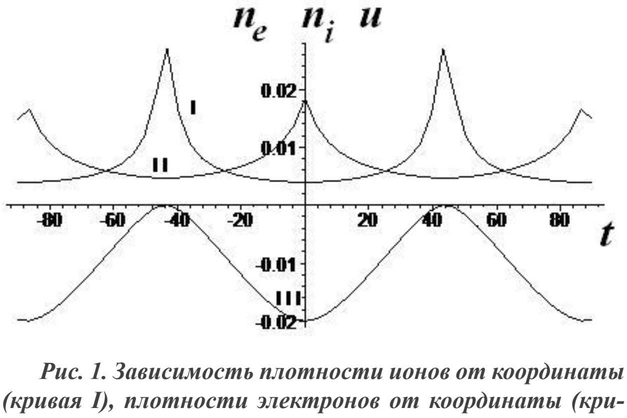

Рис. 1. Зависимость плотности ионов от координаты (кривая I), плотности электронов от координаты (кривая II) и потенциала от координаты (кривая III), все в относительных единицах.

Трехкомпонентная система

Под трехкомпонентной системой имеется в виду ситуация, возникающая в случае, когда в промежутке кроме потоков электронов и ионов имеются электроны, составляющие состояние с нулевой средней скоростью. Эти частицы описываются обычной максвелловской функцией распределения: $f \sim \exp(-H/T)$ Плотность этих частиц пропорциональна $\exp(u)$.

В соответствии с этим добавим в правую часть уравнения (4) слагаемое $0{,}01 \exp(u)$.

Тогда уравнение для потенциала (6) превратится в следующее:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = \exp(u(t))\left(1{,}01 - erf\sqrt{\zeta_0 + u}\right) - \frac{\nu_i}{\sqrt{\dfrac{\upsilon_0^2}{\upsilon_s^2} - u(t)}}. \quad (7)$$

Небольшая добавка приводит к существенным изменениям в решении для потенциала. Положим $\zeta_0 = 4, \quad \upsilon_0^2 / \upsilon_s^2 = 0{,}1, \quad \nu_i = 0{,}01.$ Будем также использовать начальные условия: $u(0) = -3{,}8$ $\dot{u}(0) = 0.$

Рис. 3 показывает, что наличие облака электронов с нулевой средней скоростью практически не влияет на характер поведения потенциала. Тот же рисунок демонстрирует изменение плотности электронов , а именно, появляется дополнительный максимум электронной плотности там же, где и максимум ионной плотности. Средняя скорость электронов, вычисленная с учетом увеличенной плотностью (из-за наличия облака электронов с нулевой средней скоростью) обнаруживает возможность роста в том же направлении, что и скорость ионов (см. рис. 4). Возможно, по-видимому, создание устройства, в котором происходит одновременное ускорение в одном направлении электронов и ионов, однако ускорение электронов при этом происходит «в среднем», т.е. при замедлении частиц, составляющих поток электронов.

<Рис. 4>

Рис. 2. Зависимость скорости электронов от скорости ионов, все в относительных единицах.

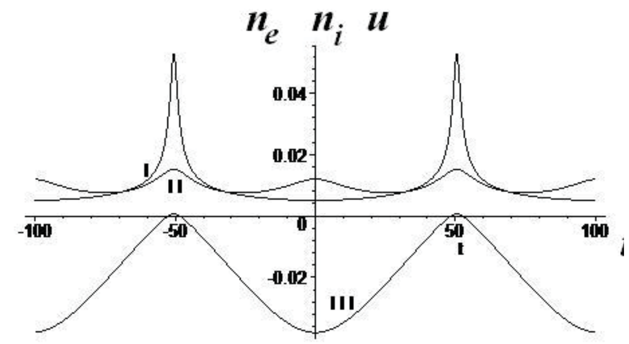

Рис. 3 Зависимость плотности ионов (кривая I) и плотности электронов (кривая II) от координаты. Зависимость потенциала от координаты (кривая III) при наличии потока и покоящихся в среднем электронов, все в относительных единицах.

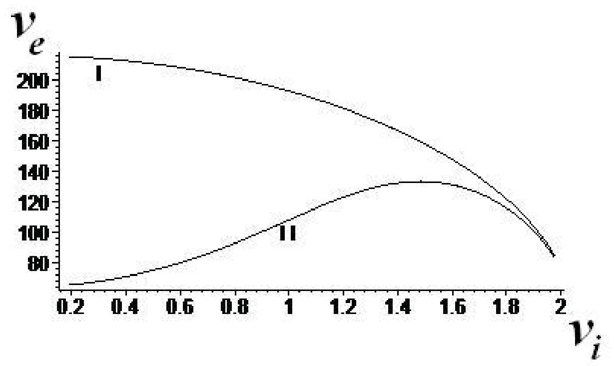

Рис. 4. Зависимость средней скорости электронов от скорости ионов для потока электронов (кривая I) и скорости, усредненной по потоку и облаку электронов (кривая II), все в относительных единицах.

Заключение

В настоящей работе изучено поведение ионно-электронной бесстолкновительной системы с самосогласованным электрическим полем. Электроны могут представлять собой поток частиц и одновременно облако частиц с нулевой средней скоростью, но с относительно высокой температурой. Холодные ионы могут быть ускорены до энергии, превышающей температуру электронов, т.е. их скорость может превысить ионно-звуковую скорость, если имеется поток электронов с большой направленной скоростью. Поскольку максимальная разность потенциалов за период определяется величиной $\tilde{N}_0 = \zeta_0 T$, основной проблемой представляется создание потока электронов, характеризуемого большой направленной скоростью. При $\zeta_0 = 4$ направленная скорость должна составлять $\sim 2\upsilon_{Te}$.

Литература

1. *Riemann K.U.*// J.Phys.D, Appl. Phys. 1991. V. 24. P. 493
2. *Коваленко Ю.А., Чернышев Т.В., Чихачев А.С.*// ЖТФ. 2011. Т. 81. № 5. С. 139
3. *Barminova H.E., Chikhachev A.S.* // Review of Scientific Instruments. 2012. V. 83. P. 02B505
4. *Sternberg N., Godyak V.* // IEEE Transaction on Plasma Science. 2007. V. 35. No. 5. P. 1341
5. *Мовсесянц Ю.Б., Тюрюканов П.М.* // Краткие сообщения по физике, ФИАН. 2011. № 4. С. 11
6. *Коваленко Ю.А., Чернышев Т.В., Чихачев А.С.* // Известия РАН, серия «Энергетика». 2011. № 4. С. 24
7. *Chikhachev A.S., Kovalenko Yu.A.* / WWW. Jacow. Org. RuPAC 2012, TUPPB039.
8. *Ермилов А.Н., Коваленко Ю.А., Коваленко А.Ю. и др.* // ТВТ. 2005. Т. 43. № 5. С. 691
9. *Ермилов А.Н., Коваленко Ю.А., Кулешов В.С. и др.* // ТВТ. 2008. Т. 46. № 4. С. 588
10. Лондер Я.И., Ульянов К.Н. // ТВТ. 2013. Т.51. № 1. С. 13

Ensemble of ions and electrons in the electric field

A.S. Chikhachev

All-Russian Electrotechnical Institute
12 Krasnokazarmennaya str., Moscow, 111250, Russia
E-mail: churchev@mail.ru

Selfconsistent problem acceleration ions flow with present electron flow and cloud of electrons with zero average velocity are studied. One used kinetical description of electron flow in case, when distribution of electrons depends not only on integrals of motions. Cold ions can by accelerated to energy, exceed temperature of electrons.

PACS: 41.85.Ar
Keywords: kinetical equation, Poisson equation, flow of ions, flow of the electrons.

Bibliography – 10 references *Received December 13, 2012*