УДК 52.088

Моделирование изодозных распределений в низкоатомной среде при облучении пучком нейтронов высоких энергий

О. А. Акаткин, О. А. Кулиш, О. В. Петрова

Разработана модель для прогноза поглощенных доз в низкоатомной среде при облучении нейтронами высоких энергий. Она основана на обыкновенных дифференциальных уравнениях первого порядка. Их решениями аппроксимированы распределения этих доз в объеме среды. Параметры решений определены по данным измерений. По этим распределениям рассчитаны изодозные карты. На их основе спрогнозированы соответствующие распределения доз. При этом трудоемкая задача расчета и визуализации изодозных распределений сведена к численному решению системы алгебраических уравнений. Для заданных условий результаты моделирования сравнены с результатами измерений. Они хорошо совпадают. Модель найдет применение в радиационной физике и дозиметрии нейтронного излучения.

PACS: 87.53 Bn; 02.30.Hg

Ключевые слова: низкоатомная среда, нейтроны, облучение, изодозные распределения, моделирование.

Введение

Для прогноза радиационных эффектов в низкоатомных средах (в средах с низким атомным номером) при облучении нейтронами моделируют и визуализируют поля поглощенных в них доз, от которых они зависят [1, 2]. Для этого применяют модели на основе интегральных или обыкновенных дифференциальных уравнений [3, 4]. Решениями уравнений после их параметризации аппроксимируют распределения доз в объеме облучаемой среды. По полученным зависимостям рассчитывают изодозные распределения (карты), необходимые для визуализации [5, 6]. При численной реализации такие модели достаточно трудоемки [7, 8].

Целью данной работы является разработка менее трудоемкой модели (для прогноза поглощенных доз в низкоатомной среде при облучении нейтронами высоких энергий), которая основана на обыкновенных дифференциальных уравнениях первого порядка [9—11]. Однако их решениями аппроксимируются не распределения доз, а распределения координат равных их значений в объеме облучаемой среды.

Акаткин Олег Александрович, профессор.
Кулиш Ольга Александровна, старший преподаватель.
Петрова Ольга Владимировна, преподаватель.
Филиал Военной академии связи, г. Краснодар.
Россия, 350065, г. Краснодар, ул. Красина, 4.
Тел. (8961) 521-35-77.
E-mail: culish_olga@mail.ru

Статья поступила в редакцию 21 июля 2015 г.

© Акаткин О. А., Кулиш О. А., Петрова О. В., 2016

Разработка модели

При заданных условиях моделировали распределения глубин залегания доз в низкоатомной среде при облучении пучком нейтронов вдоль центральной его оси в цилиндрической системе координат O$\rho\varphi z$, связанной с его поверхностью, дифференциальными уравнениями:

$$\frac{dz}{dD} = -\frac{1}{\lambda D},$$

которые интегрировали

$$\int dz = -\frac{1}{\lambda}\int \frac{dD}{D},$$

а общие их решения

$$z = -\frac{1}{\lambda}\ln|D| + C,$$

представляли в форме

$$z = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{C_0}{D},$$

где z — осевые координаты, D — дозы, $C = \ln C_0$ — постоянные интегрирования, λ и C_0 — параметры.

С учетом граничных условий для значений доз у поверхности, а именно, $D_0 = C_0$ при $z = 0$, а также обозначений $D = D(z)$ при $z \neq 0$, преобразовывали эти решения к виду:

$$\lambda z = \ln\frac{D_0}{D(z)}$$

и приближали правую часть соотношения линейными функциями:

$$\ln\frac{D_0}{D(z)} = k_0 z + b_0 \qquad (1)$$

где D_0 и $D(z)$ — дозы у поверхности и на глубине среды, k_0 и b_0 — параметры.

Далее моделировали распределения расстояний для равных значений доз от оси пучка в плоскости центрального сечения объема облучаемой среды на уровнях поверхности и нескольких глубин в той же системе координат дифференциальными уравнениями:

$$\frac{d\rho}{dD} = \frac{1}{k(C_0 - D)D},$$

которые интегрировали

$$\int k d\rho = \int \frac{dD}{D(C_0 D)},$$

а общие их решения вида:

$$k\rho = \frac{1}{C_0}\ln\left(\frac{D}{C_0 - D}\right) + C,$$

представляли в форме:

$$k\rho = \frac{1}{C_0}\left[\ln\left(\frac{D}{C_0 - D}\right) + \ln C_1\right],$$

где ρ — координаты, D — дозы, $C = -\frac{1}{C_0}\ln C_1$ — постоянные интегрирования, k, C_0 и C_1 — параметры.

С учетом граничных условий для значений доз у поверхности среды ($D_0 = C_0$ при $z = 0$, и на уровнях глубин: $D(z) = C_0$ при $z \neq 0$), а также обозначений $D = D(\rho)$, после несложных выкладок и преобразований полученные решения представляли в следующей форме:

$$\ln\left(\frac{D(z)}{D(\rho)} - 1\right) = C_0 k + \ln C_1. \qquad (2)$$

Расчеты изодозных распределений

Параметры линейных зависимостей (1) и (2) с учетом данных измерений [10] определяли методом наименьших квадратов [11]. Для расчета изодозных распределений (карт) получали на основе этих зависимостей систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} z = \left(\ln\left(\frac{D_0}{D(z)}\right) - b_0\right) / k_0, \\ \rho = \frac{\left(\ln\left(\frac{D(z)}{D(\rho)} - 1\right) + K_1\right)}{K_2}, \end{cases}$$

где z — глубины залегания доз от поверхности, $D(z)$ — эти дозы, ρ — расстояния равных значений доз от оси пучка, $D(\rho)$ — значения этих доз, $K_1 = \ln C_1$, $K_2 = C_0 k$.

Решениями этой системы уравнений при условиях:

$$0 \le D(z) \le D_0, \;\; 0 < D(\rho) < D(z),$$

получали распределения координат $z = z(D(z))$ и $\rho = \rho(D(\rho))$ для заданных и равных значений доз в плоскости центрального сечения объема облучаемой среды. На их основе рассчитывали и визуализировали изодозные распределения (карты).

Результаты моделирования

Модель реализовали численно применительно к облучению воды пучком нейтронов с энергиями 14,2 МэВ при «входном» поле диаметром 10 см и расстоянии «источник-поверхность» 80 см.

При этих условиях получены распределения глубинных доз вдоль оси пучка в среде (см. рис. 1), которые сравнены с данными измерений.

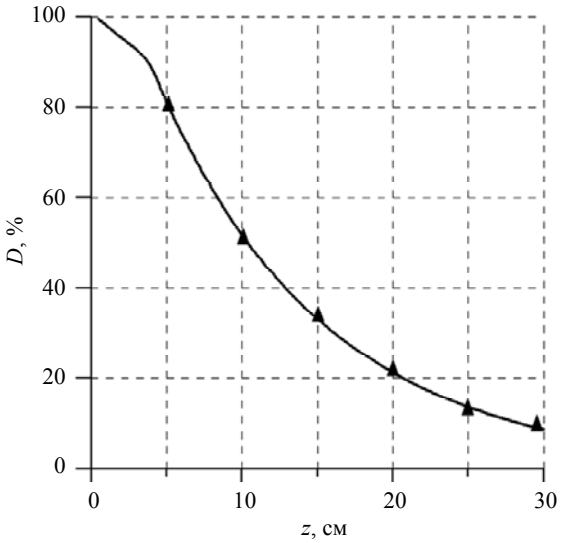
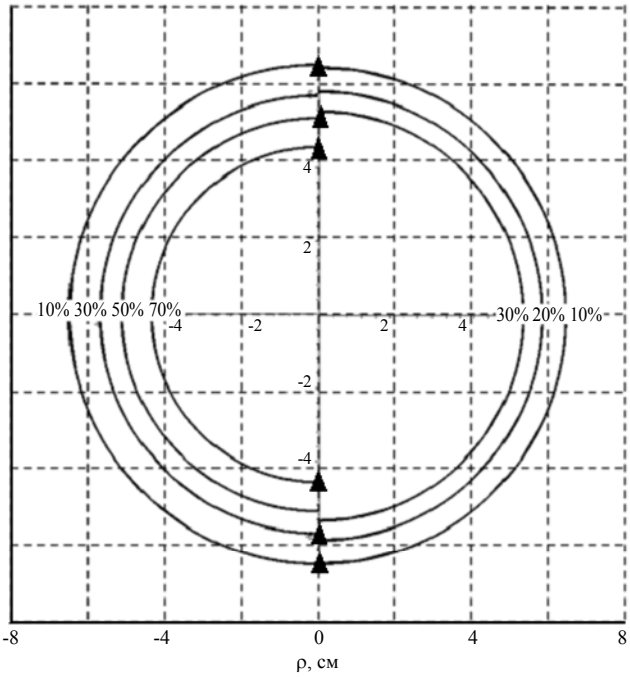


Рис. 1. Процентное распределение доз D по центральной оси z пучка в среде. Треугольниками обозначены значения функций в исходном распределении.

При тех же условиях рассчитаны изодозные распределения (карты) в плоскостях сечений объ-

ема облучаемой среды, перпендикулярных оси пучка на глубине z = 5 см (рис. 2, *а*) и z = 10 см (рис. 2, *б*) от поверхности, которые также сравнены с данными измерений. Из рис. 1 и рис. 2 видно, что они хорошо совпадают.



а *б*

Рис. 2. Изодозные распределения (в процентах) в сечениях пучка на глубинах: а) z = 5 см; б) z = 10 см в среде; по горизонтали значения радиуса ρ. Треугольниками обозначены значения функций в исходном распределении.

Относительные погрешности сравнительной оценки расчетов и измерений изменяются от значения $\varepsilon \le 3$ % на глубинах $0 \le z \le 3$ см до значения $\varepsilon \le 12$ % на глубинах $3 < z \le 30$ см. Такая точность достаточна для оценки изодозных распределений (карт) в низкоатомных средах при облучении пучками нейтронов высоких энергий.

Заключение

В работе показано, что трудоемкая задача расчета и визуализации изодозных распределений (карт) в объеме среды, облучаемой пучком нейтронов высоких энергий, при реализации модели на основе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка может быть сведена к численному решению системы алгебраических уравнений. Однако их решениями аппроксимируются не распределения доз, а распределения координат равных их значений в объеме облучаемой среды.

Предполагается, что разработанная модель найдет преимущественное применение в радиационной физике и дозиметрии нейтронного излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kubota N., Okada S., Nagamoto S.,* et al. // J. Radiat. Res. 1999. Vol. 40. P. 21.
2. *Hornsey S., Field S.* // Eur. J. Cancer. 1974. Vol. 10. P. 231.
3. *Nigg D.W. et al.* // Int. J. Rad. Oncol. Biol. Phys. 1994. Vol. 28. P. 1121.
4. *Goorley J. T., Kiger W. S., Zammenhof R. G.* // Med. Phys. 2002. Vol. 29. No. 2. P. 145.
5. *Boellaard M., Van Herk M., Mijnheer B.* // Med. Phys. 1997. Vol. 24. P. 189.
6. *Акаткин О. А., Кулиш О. А., Петрова О. В.* // Успехи прикладной физики. 2013. Т. 1. № 2. С. 151.
7. *Лисин В. А.* // Медицинская радиология. 1990. Т. 35. № 1. С. 45.
8. *Masterson M. E., Barest J., Chui C. S., et al.* // Med. Phys. 1991. Vol. 21. P. 37.
9. *Матвеев Н. М.* Дифференциальные уравнения. — М.: Просвещение, 1988.
10. *Bohm J. K.* / In.: Proc. Symp. Biomedical Dosimetry (Vienna, 1971). IAEA. Vienna. 1975. P. 315.
11. *Коханер Д., Моулер К, Нэш С.* Численные методы и программирование. — М.: Мир, 2001.

Modelling of an isodose distribution of irradiation with high energy neutrons beams in a low atomic number medium

O. A. Akatkin, O. A. Culish, and O. V. Petrova

Military Academy of Communications (Krasnodar Branch)
4 Krasin str., Krasnodar, 350065, Russia
E-mail: culish_olga@mail.ru

Received July 21, 2015

The model for the forecast of the absorbed doses in low atomic number medium being irradiated by high energy neutrons is developed. It is based on the ordinary differential equations of the first or-

der. Their solutions approximate allocations of these doses in volume of medium. Parameters of solutions are determined according to measuring. Isodose cards are calculated according to these distributions. Isodose distributions are forecasted according to isodose cards. At the same time, the difficult problem of calculation and visualization of isodose distributions is combined to the numerical solution of the algebraic equations system. Modeling results are compared to measuring results according the given requirements. The results coincide. The model will find an application in the radiative physics and dosimetry of the neutron radiation.

PACS: 87.53 Bn; 02.30.Hg

Keywords: low atomic number medium, neutrons, irradiation, isodose distributions, modeling.

REFERENCES

1. N. Kubota, S. Okada, S. Nagamoto, et al., J. Radiat. Res. **40,** 21 (1999).
2. S. Hornsey and S. Field, Eur. J. Cancer. **10,** 231 (1974).
3. D. W. Nigg et al., Int. J. Rad. Oncol. Biol. Phys. **28,** 1121 (1994).
4. J. T. Goorley, W. S. Kiger, and R. G. Zammenhof, Med. Phys. **29,** 145 (2002).
5. M. Boellaard, M. Van Herk, and B. Mijnheer, Med. Phys. **24,** 189 (1997).
6. O. A. Akatkin, O. A. Culish, and O. V. Petrova, Uspekhi Prikladnoi Fiziki **1,** 151 (2013).
7. V. A. Lisin, Med. Radiologiya **35,** 45 (1990).
8. M. E. Masterson, J. Barest, C. S. Chui, et al., Med. Phys. **21,** 37 (1991).
9. N. M. Matveev, *The Differential Equations* (Prosveshchenie, Moscow, 1988) [in Russian].
10. J. K. Bohm, in *Proc. Symp. Biomedical Dosimetry* (Vienna, 1971; IAEA. Vienna. 1975). P. 315-326.
11. D. Kohaner, K. Mouler, and S. Nast, *Numerical Methods in Programming* (Mir, Moscow, 2001) [in Russian].

* * *