УДК 537.876

Возмущение низкочастотных электромагнитных полей в волноводе земля-ионосфера сферической неоднородностью, заглубленной под поверхностью земли

Д. А. Коберник, В. А. Никольский, В. В. Руденко

В трехмерной постановке разработана модель для описания распространении низкочастотного излучения в волноводе земля-ионосфера. Построена аналитическая модель. Получены закономерности для электромагнитных полей от расположенного в волноводе или в нижней ионосфере СНЧ-источника. Рассматриваются поля в волноводе, ионосфере и подстилающей поверхности земли. Под поверхностью земли решается задача о рассеянии этого излучения на заглубленной сферической неоднородности. Получены аналитические оценки для пустотной и неоднородности с высокой проводимостью. Для рассеянного излучения исследована структура электромагнитного поля над поверхностью земли. Получено сопоставление начального и рассеянного полей в волноводе в зависимости от исходных характеристик СНЧ-источника, глубины залегания и электромагнитных свойств неоднородности и земли. Результаты расчетов сопоставлены с уровнем естественных шумов в волноводе. Сделаны выводы о возможности зондирования слабо заглубленных объектов. Полученный уровень возмущения начального поля оказывается относительно слабым для проведения аэроразведки, но оставляет возможности для идентификации заглубленного объекта с поверхности земли.

PACS: 41.20.jb

Ключевые слова: волновод земля-ионосфера, дифракция, подземное электромагнитное зондирование, СНЧ-излучение.

Введение

Как известно [1, 2], радиоизлучение в области сверхнизких частот (СНЧ) (30—300 Гц), инициированное в волноводе земля-ионосфера, образованном с одной стороны ионосферой, начинающейся на высотах 60—80 км, а с другой — сильно проводящей на этих частотах земной поверхностью, способно распространяться на значительные расстояния. Поскольку глубина скин-слоя в рассматриваемом диапазоне длин волн может достигать нескольких километров, то находящаяся не очень глубоко под поверхностью земли сферическая неоднородность будет рассеивать падающее на нее излучение. Расчет уровней рассеянного электромагнитного поля над подстилающей поверхностью в окрестности заглубленной сферической неоднородности позволяет определить возможность его регистрации на фоне естественных шумов для идентификации указанной неоднородности.

В настоящее время к источникам, способным обеспечить в области СНЧ-диапазона распространение сигнала на значительные расстояния, можно отнести наземные антенные станции типа ЗЕВС [3] и функционирующие в ионосфере источники, создаваемые на основе эффекта Гетманцева нагревными стендами типа HAARP [4, 5]. Излучающие характеристики этих источников можно охарактеризовать величиной эквивалентного магнитного момента, которая может достигать для станции ЗЕВС значения $\sim 1{,}5\cdot10^{11}$ А·м^2 и больше чем на порядок меньше для существующих нагревных стендов, с которыми в настоящее время проводятся исследования, направленные на поиск их возможного применения. Получение корректной оценки возможности зондирования заглубленных объектов в виде различного рода неоднородностей в подстилающей поверхности земли с помощью таких СНЧ-источников представляет несомненный интерес и может найти применение, например, при поиске природных ресурсов.

Целью работы является построение аналитической модели, позволяющей получить рассеянный на заглубленной сферической неоднородно-

Коберник Дмитрий Александрович, научный сотрудник.
Никольский Василий Александрович, начальник отдела.
Руденко Виталий Владимирович, ведущий научный сотрудник.
ФКГУ «12 ЦНИИ МО РФ».
Россия, 141307, Московская обл., г. Сергиев Посад-7.
E-mail: jasmin@spnet.ru

Статья поступила в редакцию 29 декабря 2015 г.

© Коберник Д. А., Никольский В. А., Руденко В. В., 2016

сти сигнал над подстилающей поверхностью в волноводе земля-ионосфера в зависимости от исходных характеристик СНЧ-источника, глубины залегания и электромагнитных свойств неоднородности и земли.

Постановка задачи

Моделирование распространения радиосигнала от источника, находящегося в волноводе или ионосфере, основывается на точном решении уравнений Максвелла в трехслойной среде, состоящей из неоднородной по высоте ионосферы, сферического волновода земля-ионосфера и земли. Уравнения Максвелла для компонент электромагнитного поля E, H с зависимостью от времени в форме множителя $e^{-i\omega t}$ в случае неоднородной среды с непрерывно меняющейся в пространстве относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(r)$ имеют вид (в гауссовой системе единиц):

$$rot\vec{E} = \frac{i\omega}{c}\vec{H}, \quad rot\vec{H} = -\frac{i\omega}{c}\varepsilon(r)\vec{E} + \frac{4\pi}{c}\vec{j} \qquad (1)$$

где j — плотность тока источника, ω — круговая частота, c — скорость света. Магнитная проницаемость равна единице. На расстояниях, существенно превышающих область излучения, ионосферный источник можно рассматривать в дипольном приближении. Горизонтальный магнитный диполь (ГМД) в волноводе моделирует традиционный антенный источник, а горизонтальный электрический диполь (ГЭД) — ионосферный.

Обозначим через r, θ, φ сферические координаты с началом в центре Земли с полярной осью, проходящей через излучающий диполь, находящийся в точке r_b на высоте $h' = r_b - r_a$ над поверхностью земли, где r_a — радиус Земли. Ионосфера начинается с высоты $r = r_c$ ($r > r_c$). Между землей и ионосферой ($r_a < r < r_c$) находится воздух с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 = 1$. В ионосфере $\varepsilon(r)$ определяется концентрацией электронов и эффективным числом соударений электронов с нейтральными молекулами. В нижней ионосфере зависимость ε от r близка к экспоненциальной. Под поверхностью земли комплексная диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon_1 = \varepsilon_з + 4\pi i\sigma_1/\omega$ (σ — проводимость среды) считается постоянной. Сферическая неоднородность с радиусом r_0 находится на глубине h под поверхностью земли в точке с координатой ($r_a - h$, θ_0, φ_0) и имеет постоянную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_2 = \varepsilon_н + 4\pi i\sigma_2/\omega$. Геометрия задачи с излучающими диполями, направленными по оси OX, сферической неоднородностью и ориентацией системы отсчета показана на рис. 1.

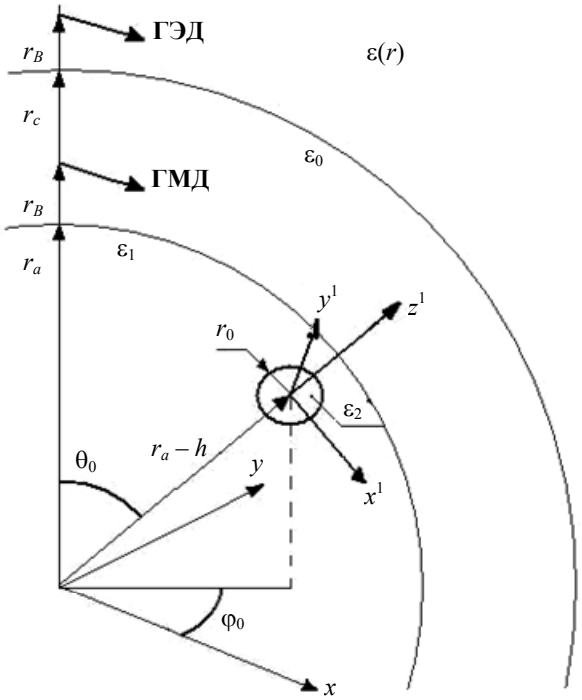

Рис. 1. Взаимное расположение систем координат, горизонтальных магнитного (ГМД) и электрического (ГЭД) диполей, сферической неоднородности в точке ($r_a - h$, θ_0, φ_0), привязанной к центру земли сферической системы координат.

Задача решается методом последовательных приближений. На первом этапе определяются параметры электромагнитной волны от низкочастотного источника, расположенного в волноводе земля-ионосфера или в нижней ионосфере в глубине подстилающей поверхности при отсутствии сферической неоднородности. Затем рассматривается дифракция излучения на сферической неоднородности и проводится оценка этих полей внутри волновода. В следующих приближениях отраженная от границы раздела волна рассматривается как вновь падающая на сферическую неоднородность.

Метод расчета

Компоненты поля в трех шаровых слоях в виде волновода, ионосферы и подстилающей поверхности можно выразить через электрический U и магнитный V потенциалы Дебая [6, 7, 8]:

$$E_r = \frac{1}{r}\Delta^* U, \quad H_r = -\frac{1}{r}\Delta^* V,$$

$$\Delta^* G = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial G}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 G}{\partial\varphi^2},$$

$$E_\theta = -\frac{1}{\varepsilon(r)r}\frac{\partial^2(\varepsilon(r)rU)}{\partial r\,\partial\theta} + \frac{i\omega}{c\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial\varphi},$$

$$E_\varphi = -\frac{1}{\varepsilon(r)\, r \sin\theta}\frac{\partial^2(\varepsilon(r) r U)}{\partial r\, \partial\varphi} - \frac{i\omega}{c}\frac{\partial V}{\partial\theta}, \quad (2)$$

$$H_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial^2(rV)}{\partial r\, \partial\theta} + \frac{i\omega\varepsilon(r)}{c\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial\varphi},$$

$$H_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial^2(rV)}{\partial r\, \partial\varphi} - \frac{i\omega\varepsilon(r)}{c}\frac{\partial U}{\partial\theta}.$$

Скалярные потенциалы U и V подчиняются уравнениям:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\varepsilon(r)}\frac{\partial(\varepsilon(r) r U)}{\partial r}\right) + \frac{\Delta^* U}{r^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(r) U = M_{\text{эл}},$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(rV)}{\partial r^2}) + \frac{\Delta^* V}{r^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon V = M_{\text{м}}, \quad (3)$$

где $M_{\text{эл}}$, $M_{\text{м}}$ — объемные плотности дипольного момента источника.

Решение уравнений (3) строится методом разделения переменных в виде ряда по собственным функциям сферического резонатора: $\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{m=-j}^{j}\exp(im\phi)P_j^{|m|}(\cos\theta)R_j^{1,2}(kr)$. Радиальные функции $R_j^{1,2}(kr)$ ($R_j^1(kr)$ для U и $R_j^2(kr)$ для V) определяются как решение уравнений:

$$\frac{d^2 R_j^{1,2}(r)}{dr^2} + \left(k_{1,2}^2 - \frac{j(j+1)}{r^2}\right)R^{1,2}{}_j(r) = 0,$$
$$k_1 = k_2^2 - k_2\frac{d^2}{dr^2}\frac{1}{k_2}, \quad k_2 = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon(r)}. \quad (4)$$

В волноводе ($\varepsilon_0 = 1$) и под землей ($\varepsilon_1 = \text{const}$) каждую функцию $R_j^{1,2}(kr)$ в соответствии с (4) можно выразить как линейную комбинацию функции Бесселя и Ханкеля:

$$R_j^{1,2}(kr) = A_j^m \psi_m(kr) + B_j^m\, \xi_m(kr),$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\pi x/2}\, J_{n+1/2}(x), \; \xi_n(x) = \sqrt{\pi x/2}\, H^{(1)}_{n+1/2}(x).$$

В ионосфере функции $R_j^{1,2}(r)$ находятся интегрированием уравнений (4) с начальным условием в точке r_x, отвечающей таким значениям решения, чтобы слои ионосферы, лежащие выше r_x, на электромагнитное поле в воздухе уже не влияли. Для определения неизвестных констант A_j^m и B_j^m решается линейная система уравнений, полученная при записи точных граничных условий на верхней и нижней границах волновода и предполагающих непрерывность касательных составляющих поля, а также условия излучения на бесконечности. Для горизонтального источника излучения потенциалы Дебая имеют зависимость от угла φ в виде множителя $e^{i\varphi}$, а от угла θ в виде полиномов Лежандра $P_n^1(\cos\theta)$. В результате поле под поверхностью земли ($r < r_a$) находящегося в волноводе ($r_c > r_b > r_a$) ГМД с магнитным моментом $P_{\text{м}}$ определяется потенциалами U, V:

$$U^{\text{ГМ}} = \frac{iP_M\sin\varphi}{r r_b\,\varepsilon_1}\sum_{n=1}^{\infty}C_n A_n^1\frac{\psi_n(k_1 r)}{\psi_n(k_1 r_a)}P_n^1(\cos\theta), \; V^{\text{ГМ}} = \frac{P_M\cos\varphi}{r r_b\sqrt{\varepsilon_1}}\sum_{n=1}^{\infty}C_n A_n^2\frac{\psi_n(k_1 r)}{\dot\psi_n(k_1 r_a)}P_n^1(\cos\theta), \quad (5)$$

где
$$A_n^1 = \Big(\xi_n(kr_b)\big(\dot\psi_n(kr_c) - i\delta_n^c\psi_n(kr_c)\big) - \psi_n(kr_b)\big(\dot\xi_n(kr_c) - i\delta_n^c\xi_n(kr_c)\big)\Big)/\Theta_1,$$

$$A_n^2 = \Big(\dot\psi_n(kr_b)\big(i\tilde\delta_n^c\dot\xi_n(kr_c) + \xi_n(kr_c)\big) - \dot\xi_n(kr_b)\big(i\tilde\delta_n^c\dot\psi_n(kr_c) + \psi_n(kr_c)\big)\Big)/\Theta_2, \; C_n = \frac{(2n+1)}{n(n+1)},$$

$$\Theta_1 = \big(\dot\psi_n(kr_c) - i\delta_n^c\psi_n(kr_c)\big)\big(\dot\xi_n(kr_a) + i\delta_n^a\xi_n(kr_a)\big) - \big(\dot\psi_n(kr_a) + i\delta_n^a\psi_n(kr_a)\big)\big(\dot\xi_n(kr_c) - i\delta_n^c\xi_n(kr_c)\big), \; k = \omega/c,$$

$$\Theta_2 = \big(i\tilde\delta_n^c\dot\psi_n(kr_c) + \psi_n(kr_c)\big)\big(i\tilde\delta_n^a\dot\xi_n(kr_a) - \xi_n(kr_a)\big) - \big(i\tilde\delta_n^a\dot\psi_n(kr_a) - \psi_n(kr_a)\big)\big(i\tilde\delta_n^c\dot\xi_n(kr_c) + \xi_n(kr_c)\big), \; k_1 = k\sqrt{\varepsilon_1}.$$

В приведенных формулах точка над значком функции обозначает производную по ее аргументу, а величины δ_n^a, $\tilde\delta_n^a$ и δ_n^c, $\tilde\delta_n^c$, определяющие коэффициент отражения n-й моды от земли и ионосферы для каждого вида потенциалов, имеют вид:

$$\delta_n^c = -\frac{i\left(R_n^1(r_c)\varepsilon(r_c)^{1/2}\right)'}{R_n^1(r_c)k\sqrt{\varepsilon(r_c)}}, \quad \tilde\delta_n^c = \frac{iR_n^2(r_c)k}{\dot R_n^2(r_c)},$$

$$\delta_n^a = \frac{i\dot\psi_n(k_1 r_a)k}{\psi_n(k_1 r_a)k_1}, \quad \tilde\delta_n^a = -\frac{i\psi_n(k_1 r_a)k}{\dot\psi_n(k_1 r_a)k_1},$$

$$\delta_n^a \approx \tilde\delta_n^a \approx 1/\sqrt{\varepsilon_1}.$$

Решение под поверхностью земли для находящегося в ионосфере ($r_b > r_c$) ГЭД с электрическим дипольным моментом $P_{эл}$ получается с помощью теоремы взаимности и имеет вид:

$$U^{ГЭ} = -\frac{iP_{эл}\cos\varphi}{k_0 r r_b \varepsilon_1 \varepsilon(r_b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{\Theta_1} \frac{\left(R_n^1(r_b)\varepsilon(r_b)^{1/2}\right)'}{R_n^1(r_c)} \frac{\psi_n(k_1 r)}{\psi_n(k_1 r_a)},$$
$$V^{ГЭ} = \frac{k_0^2 P_{эл}\sin\varphi}{k_1 r r_b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{\Theta_2} \frac{R_n(r_b)}{R_n^{'}(r_c)} \frac{\psi_n(k_1 r)}{\dot{\psi}_n(k_1 r_a)}. \quad (6)$$

Обозначим вычисленные в точке ($r_a - h$, θ_0, φ_0) по формулам (2), (5), (6) компоненты падающей на сферическую неоднородность волны как $\hat{H}$, $\hat{E}$. Поскольку радиус сферы r_0 мал по сравнению с длиной волны в проводящей среде ($k_1 r_0 << 1$), то электромагнитное поле вблизи сферы можно считать однородным. Рассеяние падающей на сферическую неоднородность волны рассмотрим в сферической системе координат (r', θ', φ'), связанной с ее центром (точка ($r_a - h$, θ_0, φ_0) исходной сферической системы) и ориентированной так, что ось OZ', связанной с ней декартовой системы координат, направлена по радиусу от центра Земли. Ось OY' лежит в плоскости, проходящей через центр Земли и место расположения источника. Она перпендикулярна поверхности земли, как показано на рис. 1. В рассматриваемом случае с использованием указанных приближений падающую волну, описываемую формулами (5), (6) в исходной системе координат, в штрихованной сферической системе координат через потенциалы Дебая можно представить в виде:

$$V' = -\sum_{n=1}^{\infty} C_n H_2 \frac{\psi_n(k_1 r')}{i k_1^2 r'} e^{-i\pi n/2} P_n^{(1)}(\cos\theta'),$$
$$H_{1,2} = \hat{H}_{\varphi,\theta}\sin\varphi' \pm \hat{H}_{\theta,\varphi}\cos\varphi',$$

$$U' = \frac{i}{\sqrt{\varepsilon_1}} \sum_{l=0}^{\infty} C_n \frac{\psi_n(k_1 r')}{k_1^2 r'} e^{-i\pi n/2} \times$$
$$\times\left(P_n^{(1)}(\cos\theta')\left(\hat{E}_\theta \sin\varphi' - \hat{E}_\varphi \cos\varphi'\right) - \sqrt{\varepsilon_1} P_n(\cos\theta') n \hat{E}_r\right). \quad (7)$$

При падении этой волны на сферическую неоднородность внутри нее образуются электромагнитные поля, описываемые потенциалами Дебая U_2, V_2, и отраженная волна, которая описывается потенциалами U_3, V_3. Будем считать, что диэлектрическая проницаемость сферической неоднородности $\varepsilon_2 = \varepsilon_{сф} + 4\pi i\sigma_2/\omega$ постоянна. Используя граничные условия на границе сферы ($r' = r_0$), предполагающие непрерывность тангенциальных к поверхности сферы компонент электромагнитного поля, определим потенциалы Дебая U_3, V_3 для рассеянной волны:

$$U_3 = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{\xi_n(k_1 r')}{r'} \alpha_n \left(H_1 P_n^{(1)}(\cos\theta') - \sqrt{\varepsilon_1} P_n(\cos\theta') n \hat{E}_r\right),$$
$$V_3 = -\sum_{n=0}^{\infty} C_n H_2 \frac{\xi_n(k_1 r')}{r'} \beta_n P_n^{(1)}(\cos\theta'), \quad (8)$$

где коэффициенты α_n, β_n определяются соотношениями:

$$\alpha_n = \frac{e^{-i\pi n/2}}{i k_1^2 \sqrt{\varepsilon_1}} \frac{\sqrt{\varepsilon_2}\dot{\psi}_n(k_1 r_0)\psi_n(k_2 r_0) - \sqrt{\varepsilon_1}\dot{\psi}_n(k_2 r_0)\psi_n(k_1 r_0)}{\sqrt{\varepsilon_2}\dot{\xi}_n(k_1 r_0)\psi_n(k_2 r_0) - \sqrt{\varepsilon_1}\dot{\psi}_n(k_2 r_0)\xi_n(k_1 r_0)},$$
$$\beta_n = \frac{e^{-i\pi n/2}}{i k_1^2} \frac{\sqrt{\varepsilon_2}\dot{\psi}_n(k_2 r_0)\psi_n(k_1 r_0) - \sqrt{\varepsilon_1}\dot{\psi}_n(k_1 r_0)\psi_n(k_2 r_0)}{\sqrt{\varepsilon_1}\dot{\xi}_n(k_1 r_0)\psi_n(k_2 r_0) - \sqrt{\varepsilon_2}\dot{\psi}_n(k_2 r_0)\xi_n(k_1 r_0)}. \quad (9)$$

Поскольку размер сферической неоднородности и глубина ее залегания малы по сравнению с длиной волны в подстилающей поверхности, а амплитуда сигнала падающей волны не очень велика, то можно ограничиться рассмотрением области ближней волновой зоны $k_1 r' << 1$. В этом случае задачу можно сильно упростить, оставив в соотношениях (9) лишь первые неисчезающие члены:

$$U_3 = \frac{3}{2}\frac{\xi_1(k_1 r')}{r'} \alpha_1 \left(H_1 \sin\theta' - \sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta' \hat{E}_r\right),$$
$$V_3 = \frac{3}{2}\frac{\xi_1(k_1 r')}{r'} \beta_1 H_2 \sin\theta', \; \xi_1(z) = e^{iz}\left(-1 - \frac{i}{z}\right). \quad (10)$$

Нетрудно показать, что в соответствии с формулой (10) записанное через потенциалы Дебая U_3, V_3 поле рассеянной волны будет эквивалентно излучению трех диполей, а именно: вертикальному электрическому $\vec{P}^{ВЭ}$, направленному по оси OZ', горизонтальным электрическому $\vec{P}^{ГЭ}$ и магнитному $\vec{P}^{ГМ}$ диполям, расположенным в плоскости $OX'Y'$. Ненулевые компоненты векторов Герца указанных диполей в системе координат $X'Y'Z'$ будут иметь вид:

$$P_z^{ВЭ} = -\frac{3}{2}\frac{i\alpha_1}{k_1 r'} \hat{E}_r e^{ik_1 r'}, \; P_x^{ГЭ} = \frac{3}{2}\frac{i\alpha_1}{k_1 r'} \hat{H}_\theta e^{ik_1 r'},$$
$$P_y^{ГЭ} = \frac{3}{2}\frac{i\alpha_1}{k_1 r'} \hat{H}_\varphi e^{ik_1 r'}, \quad (11)$$
$$P_x^{ГМ} = -\frac{3}{2}\frac{i\beta_1}{k_1 r'} \hat{H}_\varphi e^{ik_1 r'}, \; P_y^{ГМ} = \frac{3}{2}\frac{i\beta_1}{k_1 r'} \hat{H}_\theta e^{ik_1 r'}.$$

Используя полученные соотношения, рассеянное сферической неоднородностью излучение можно рассматривать как поле от дипольных ис-

точников. Описанный подход оценки рассеяния аналогичен применяемому в теории Ми [9]. Поскольку возмущение от заглубленной сферы будет значительным в волноводе на расстояниях, существенно меньшей длины волны, то оценку полей над поверхностью земли можно провести для плоской границы раздела земля — воздух. Тогда в системе координат $X'Y'Z'$ граница раздела между подстилающей поверхностью и волноводом будет представлять собой плоскость, перпендикулярную оси OZ' и проходящую через точку с $z' = h$. Поле в волноводе от находящихся под поверхностью земли дипольных источников, можно определить методом последовательных приближений. Сначала, в первом приближении, определяются поля на поверхности и отраженная от границы раздела волна. Затем, во втором приближении, — отраженная от границы раздела волна рассматривается как вновь падающая на сферу. После чего надо снова решить задачу о дифракции поля на неоднородности и т. д. Из-за поглощения в среде и расходимости излучения рассмотренный процесс последовательных приближений должен быстро сходиться.

Будем считать, что размер сферической неоднородности достаточно мал, а глубина ее залегания достаточно велика, чтобы ограничиться в описанном процессе первым приближением. Обусловленное каждым находящимся в земле диполем поле над поверхностью земли выражается через векторы Герца [10, 11]:

$$P_z^{\text{ВЭ}} = -3i\alpha_1 k_1 \hat{E}_r I_1, \quad P_x^{\text{ГЭ}} = \frac{3i\alpha_1 k_1}{k^2}\hat{H}_\theta I_2,$$
$$P_y^{\text{ГЭ}} = \frac{3i\alpha_1 k_1}{k^2}\hat{H}_\varphi I_2, \quad P_z^{\text{ГЭ}} = \frac{3i\alpha_1 k_1}{k^2} H_1 I_3,$$
$$P_x^{\text{ГМ}} = -3i\beta_1 k_1 \hat{H}_\varphi I_2, \; P_y^{\text{ГМ}} = 3i\beta_1 k_1 \hat{H}_\theta I_2,$$
$$P_z^{\text{ГМ}} = 3i\beta_1 H_2 I_3 / k_1, \quad F = \sqrt{\xi^2 - k_1^2},$$
$$G = \sqrt{\xi^2 - k^2},$$

где I_1, I_2, I_3 — интегралы Зоммерфельда:

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{\xi e^{-Fh+G(z'-h)} J_0(\xi r')}{k^2 F + k_1^2 G} d\xi,$$
$$I_2 = \int_0^\infty \frac{\xi e^{-Fh+G(z'-h)} J_0(\xi r')}{F + G} d\xi,$$
$$I_3 = \int_0^\infty \frac{\left(k^2 - k_1^2\right)\xi^2 e^{-Fh+G(z'-h)} J_1(\xi r')}{(F+G)(k^2 F + k_1^2 G)} d\xi.$$

Длина волны в СНЧ-диапазоне много больше характерного размера сферической неоднородности и глубины ее расположения в волноводе и под поверхностью земли, что позволяет при вычислении интегралов в приведенных формулах ограничиться квазистатическим приближением, при котором выполняются условия: $k^2 F + k_1^2 G \approx k_1^2 G$, $G \approx \xi$ [11]. Кроме того, можно воспользоваться оценкой: $\left(F - G\right)/\left(F + G\right) \approx e^{-Gd}$ [12], где d — величина скин-слоя. В силу высокой проводимости подстилающей поверхности, значение d — порядка длины волны излучения в земле. В твердых грунтах для представляющих практический интерес случаев можно считать, что $h << d$. Используя приведенные оценки, в квазиклассическом приближении полное возмущенное поле в волноводе ($z' > h$) от излучающих диполей через компоненты векторов Герца будет иметь вид:

$$P_z^{\text{ВЭ}} = -\frac{3i\alpha_1}{k_1 r'}\hat{E}_r, \; P_x^{\text{ГЭ}} = \frac{3}{2}\frac{i\alpha_1 k_1}{k^2 r'}\hat{H}_\theta,$$
$$P_y^{\text{ГЭ}} = \frac{3}{2}\frac{i\alpha_1 k_1}{k^2 r'}\hat{H}_\varphi,$$
$$P_z^{\text{ГЭ}} = \frac{3}{2}\frac{i\alpha_1 k_1}{k^2 R}\left(\frac{z'}{r'} - 1\right) H_1, \; R^2 = x'^2 + y'^2,$$
$$P_x^{\text{ГМ}} = -\frac{3i\beta_1}{k_1 r'}\hat{H}_\varphi, \; P_y^{\text{ГМ}} = \frac{3i\beta_1}{k_1 r'}\hat{H}_\theta,$$
$$P_z^{\text{ГМ}} = \frac{3i\beta_1}{2k_1 R}\left(\frac{z'}{r'} - 1\right) H_2, \; r'^2 = R^2 + z'^2. \tag{12}$$

Компоненты дифрагированного электромагнитного поля (с учетом того, что в волноводе $\varepsilon_0 = 1$) вычисляются на основании полученных вектор-потенциалов по формулам:

$$\vec{H}_{\text{эл}} = -ik\, rot\, \vec{P}_{\text{эл}}, \; \vec{E}_{\text{эл}} = grad\, div\, \vec{P}_{\text{эл}} + k^2 \vec{P}_{\text{эл}},$$
$$\vec{H}_{\text{м}} = grad\, div\, \vec{P}_{\text{м}} + k_0^2 \vec{P}_{\text{м}}, \; \vec{E}_{\text{м}} = ik\, rot\, \vec{P}_{\text{м}}.$$

Ограничимся рассмотрением наиболее часто используемых на практике компонент магнитного поля. Используя выражения (12) в цилиндрических координатах (R, z', φ') над поверхностью земли, получим соотношения:

$$H_\varphi^{\text{ВЭ}} = -\frac{3\alpha_1 kR}{k_1 r'^3}\hat{E}_r, \; H_r^{\text{ГЭ}} = \frac{3\alpha_1 k_1 H_2}{2k R^2}\left(1 - \frac{z'}{r'} - \frac{R^2 z'}{r'^3}\right),$$
$$H_\varphi^{\text{ГЭ}} = \frac{3\alpha_1 k_1 H_1}{2k R^2}\left(\frac{z'}{r'} - 1\right), \; H_z^{\text{ГЭ}} = \frac{3\alpha_1 k_1 R H_2}{2k r'^3},$$
$$H_\varphi^{\text{ГМ}} = -\frac{3i\beta_1 H_1}{2k_1 r'^3}, \; H_z^{\text{ГМ}} = \frac{9i\beta_1 H_2}{2k_1}\frac{Rz'}{r'^5},$$
$$H_r^{\text{ГМ}} = -\frac{3i\beta_1 H_2}{2k_1 r'^3}\left(1 - \frac{3R^2}{r'^2}\right). \tag{13}$$

Для регистрации рассеянного излучения в области волновода недалеко от сферической неодно-

родности необходимо сопоставить результаты (13) с уровнями исходного поля, вычисляемого по формулам (2), (5), (6) и уровнем естественных шумов.

Результаты расчетов

Поля в подстилающей поверхности в случае отсутствия сферической неоднородности определяются по формулам (2), (5), (6) путем суммирования рядов на ЭВМ. Расчет радиальных функций в ионосфере и определяемых через них величин δ_n^c, $\tilde{\delta}_n^c$ основан на решении уравнений (4). Для сходимости рядов в области частот ~100 Гц требуется суммирование порядка 10^4 членов, что не требует существенных затрат времени для современных персональных компьютеров. Важной особенностью, применяемой при расчете коэффициентов в суммируемых рядах, является компоновка функций Бесселя в виде произведений вида $\psi_n(x)\xi_n(y)$ с последующей табуляцией, что позволяет избежать ограничений по использованию библиотечных подпрограмм. Действительно, поскольку $\psi_n(x) \sim x^n$, а $\mathrm{Im}\,\xi_n(y) \sim x^{-n}$, то при больших значениях n компоновка в виде произведения позволяет перейти к описанию коэффициентов через более гладкие функции, обеспечивающие достижение необходимой точности расчетов.

Поведение амплитуд магнитных компонент поля, созданных находящимися в ионосфере ГЭД и в волноводе ГМД, приведены на рис. 2 для частоты источника излучения f = 82 Гц. В расчетах считалось, что радиус Земли r_a = 6370 км, магнитный момент ГМД $P_м$ = 1,1 10^{11} А·м^2, токовый электрический момент ГЭД: Il = 1,0 10^6 А·м. Комплексная диэлектрическая проницаемость подстилающей поверхности земли $\varepsilon_1 = \varepsilon_з + 4\pi i\sigma_1/\omega$ рассчитывалась при $\varepsilon_з$ = 10 и удельной проводимости σ_1 = = 1,0·10^{-3} Ом$^{-1}$м$^{-1}$, что соответствует грунтам со средней влажностью. Магнитные поля (А/м) рассчитывалась в дБ по отношению к сигналу в 1 А/м. Для удобства величина электрического поля (В/м) приводилась к эквивалентному магнитному полю (А/м) путем деления на импеданс вакуума Z_0. В расчетах считалось, что ионосфера имеет высоту 60 км ($r_c = r_a$ + 60 км). Для расчетов диэлектрической проницаемости ионосферы использовалась стандартная модель ионосферы IRI-2012. Расчеты велись для дневной ионосферы, расположенного на поверхности Земли ($r_b = r_a$) ГМД или на высоте 80 км от земли ($r_b = r_a$ + 80 км) ГЭД. Для горизонтальных диполей на рис. 2 приведены максимальные по углу φ значения компонент поля в зависимости от расстояния до источника θr_a на поверхности земли ($r = r_a$).

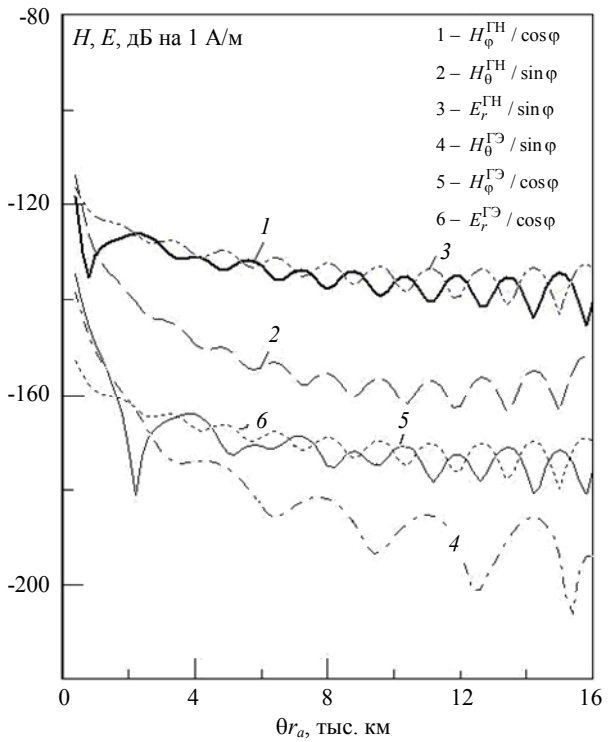

Рис. 2. Амплитуды компонент электромагнитного поля в волноводе земля-ионосфера при r = r_a в зависимости от расстояния θr_a от источника излучения. Для ГМД компоненты 1 — H_φ при φ = 0°, 2 — H_θ и 3 — E_r/Z_0 при φ = 90°, для ГЭД компоненты 5 — H_φ при φ = 90°, 4 — H_θ и 6 — E_r/Z_0 при φ = 0° в дБ на 1 А/м. Z_0 — импеданс вакуума.

Расчеты, проведенные по формулам (2), (5), (6), показывают, что для источника в виде ГМД в волноводе или ГЭД в ионосфере при распространении по сферическому волноводу Земля-ионосфера преобладающими по амплитуде являются компоненты электромагнитного поля E_r, H_φ и H_θ. Остальные компоненты существенно меньше по амплитуде. Число максимумов, имеющих место при прохождении излучения от места расположения диполя к противоположной точке Земли, ~ kr_a. На границе волновод-земля компонента E_r является нормальной к поверхности раздела и при ее переходе испытывает скачек в ε_1 раз. Компоненты H_θ и H_φ касательны к границе раздела и остаются непрерывными при ее переходе. Под поверхностью земли компоненты поля E_φ, E_θ по порядку величины больше E_r в $\varepsilon_1^{1/2}$ раз, а в волноводе во столько же раз меньше. Поскольку $|\varepsilon_1| \gg 1$, в земле компоненты поля связаны соотношениями $\varepsilon_1^{1/2} E_\varphi = H_\theta$, $\varepsilon_1^{1/2} E_\theta = -H_\varphi$, а компонента поля H_r остается малой как в волноводе, так и под землей.

Из приведенных на рис. 2 графиков видно, что затухание сигнала на дальних трассах для частоты излучения 82 Гц составляет несколько дБ на 1000 км, а максимальную амплитуду магнитной компоненты поля H_φ для источника от ГМД мож-

но оценить как 3,5 10^{-7} А/м на расстоянии от источника порядка 3000 км. Поля от ГЭД слабее более чем на порядок. Отношение между лежащими в плоскости поверхности земли составляющими магнитного поля зависит от расстояния до источника и от высоты его расположения. На расстоянии 3000 км это отношение (H_θ /H_φ) составляет ≈ 0,17 для поля от ГМД.

Из формул (10) для потенциалов рассеянной волны видно, что она состоит из сферических гармоник, амплитуды которых определяются начальными значениями полей в месте расположения шара и комплексными коэффициентами α_1 и β_1, зависящими от свойств подстилающей поверхности и сферической неоднородности. Коэффициент α_1 определяет зависимость от электрических составляющих начального поля, в то время как β_1 от магнитных. Используя асимптотики функции $\xi_1(z)$ при $z << 1$ и $z >> 1$, нетрудно получить оценку для коэффициентов α_1 и β_1 в предельных случаях сферической полости с проводимостью, существенно превышающей проводимость подстилающей поверхности ($\varepsilon_2 >> \varepsilon_1$) и с диэлектрической проницаемостью, равной единице ($\varepsilon_2 = 1$). В случае $\varepsilon_2 >> \varepsilon_1$ из формулы (9) получим оценки:

$$\alpha_1 = -\frac{1}{k_1^2\sqrt{\varepsilon_1}}\frac{\dot{\psi}_1(k_1r_0)}{\dot{\xi}_1(k_1r_0)} \approx \frac{2}{3}ik_0r_0^3,$$
$$\beta_1 = \frac{1}{k_1^2}\frac{\psi_1(k_1r_0)}{\xi_1(k_1r_0)} \approx \frac{ik_1}{3}r_0^3, \qquad (14)$$

а для случая сферической полости ($\varepsilon_2 = 1$) справедливы выражения:

$$\alpha_1 = -\frac{1}{k_1^2\sqrt{\varepsilon_1}}\frac{\psi_1(k_1r_0)}{\xi_1(k_1r_0)} \approx -\frac{1}{3}ik_0r_0^3,$$
$$\beta_1 = -\frac{1}{k_1^2}\frac{\dot{\psi}_1(k_2r_0)\psi_1(k_1r_0) - \sqrt{\varepsilon_1}\dot{\psi}_1(k_1r_0)\psi_1(k_2r_0)}{\sqrt{\varepsilon_1}\dot{\xi}_l(k_1r_0)\psi_l(k_2r_0)} \approx \qquad (15)$$
$$\approx \frac{ik_1^3}{12}r_0^5.$$

Графики зависимости действительной и мнимой частей нормированных коэффициентов α_1 и β_1 от параметра k_2r_0 показаны на рис. 3. Из приведенных рисунков видно, что действительная часть нормированного коэффициента α_1 (кривая 2) везде остается малой. Мнимая часть нормированных коэффициентов α_1 и β_1 (кривые 1 и 4) и действительная часть нормированного коэффициента β_1 (кривая 3) изменяется в ~ $(k_1r_0)^2$ раз. Изменение у нормированного коэффициента β_1 как мнимой, так и действительной части означает наличие разности фаз между падающей на неоднородность и рассеянной волны. В то же время нормированный коэффициент β_1 слабо изменяется и имеет малые значения при малой проводимости сферической неоднородности, что делает связанные с ним эффекты малопригодными для обнаружения полостей.

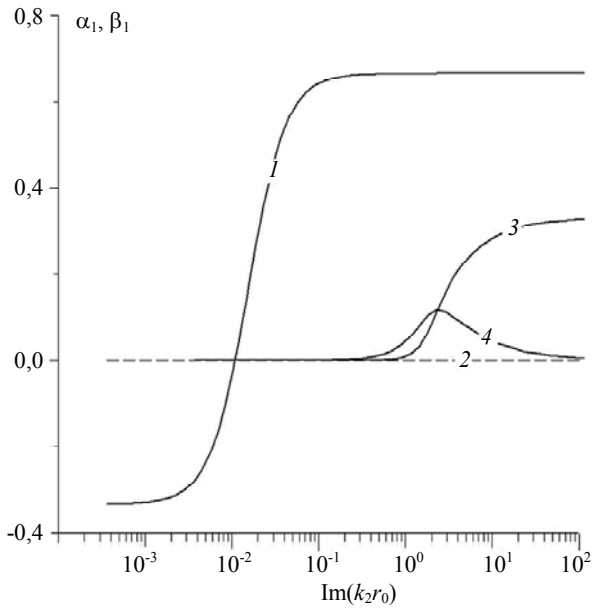

Рис. 3. Зависимость от свойств сферической неоднородности нормированных коэффициентов α_l и β_l. Кривые: 1 — $Im(i\alpha_l r_0^{-3}/k)$; 2 — $Re(-i\alpha_l r_0^{-3}/k)$; 3 — $Re(-i\beta_l r_0^{-3}/k_l)$; 4 — $Im(i\beta_l r_0^{-3}/k_l)$.

Оценивая поля над поверхностью земли на основании формулы (13) с использованием асимптотик для коэффициентов α_1 и β_1 в соответствии с формулами (14), (15), нетрудно заметить, что максимальные возмущения будут наблюдаться при наличии неоднородности с высокой проводимостью. Значения полей в этом случае обуславливаются излучением возмущенного сферической неоднородностью горизонтального магнитного диполя и имеют вид:

$$H_\varphi^{\text{ГМ}} = -\frac{H_1}{2}\left(\frac{r_0}{r'}\right)^3,$$
$$H_z^{\text{ГМ}} = -\frac{3H_2}{2}\frac{Rz'}{r'^2}\left(\frac{r_0}{r'}\right)^3, \qquad (16)$$
$$H_r^{\text{ГМ}} = \frac{H_2}{2}\left(1-\frac{3R^2}{r'^2}\right)\left(\frac{r_0}{r'}\right)^3.$$

Из приведенной оценки видно, что рассеянное поле в ближней от объекта зоне пропорционально величине падающего на неоднородность поля и величине $(r_0/r')^3$. Поля, обусловленные ГЭД, будут в ~ k_1r' раз меньше и по порядку величины со-

поставимы с полями, возникающими в случае пустотелой неоднородности. В рассеянном поле от пустотелой неоднородности будет доминировать излучение ГЭД. Однако в зависимости от расстояния возмущение поля пустотелой неоднородностью будет убывать более медленно, а именно, по закону, близкому к $\sim r^{-2}$. Зависимость от угла φ' в приведенных формулах, так же как и в соотношениях (13), содержится только в величинах $H_{1,2}$. В результате направление диаграммы направленности отраженного сигнала будет повернуто в плоскости $OX'Y'$ на угол, определяемый соотношением компонент H_φ и H_θ падающей волны.

Типичная диаграмма нормированного магнитного поля, направленного вдоль поверхности земли на ее поверхности ($z' = h$), рассеянного неоднородностью с радиусом $r_0 = 5$ м на глубине $h = 10$ м, показана на рис. 4. На рис. 4 изображена величина $H_{xy}/\hat{H}_\varphi$, где $H_{xy} = \left(\left(H_\varphi^{\text{ГМ}}\right)^2 + \left(H_r^{\text{ГМ}}\right)^2\right)^{1/2}$ для источника в виде ГМД на расстоянии 3000 км, причем отношение $H_\theta / H_\varphi \approx 0{,}17$ в соответствии с результатами расчета, показанными на рис. 2. Важной особенностью приведенной в формулах (16) оценки является наличие в отраженном сигнале компоненты H_z, сопоставимой по величине с компонентами магнитного поля в плоскости $OX'Y'$, и практически отсутствующей в падающей волне. Зависимость нормированной компоненты магнитного поля H_z от удаления R от оси OZ' на поверхности земли ($z' = h$) для различных глубин погружения сферической неоднородности радиуса $r_0 = 5$ м показана на рис. 5. При $R = 0$ поле отсутствует, а затем увеличивается до максимальных значений $H_z/H_2 \approx -0{,}43\ (r_0/h)^3$, достигаемых при $R = h/2$, после чего плавно убывает с ростом R.

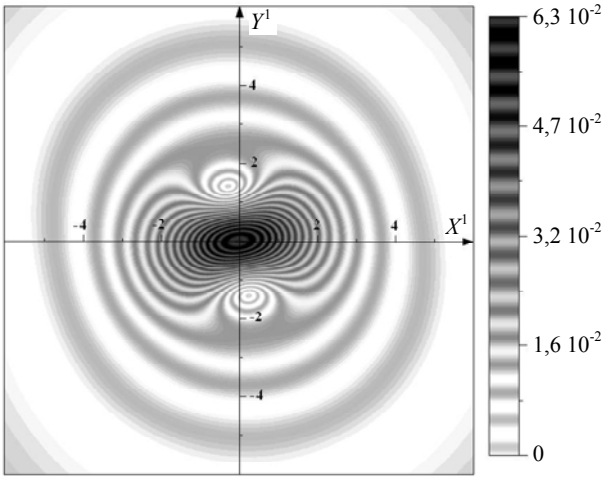

Рис. 4. Диаграмма направленности нормированной горизонтальной составляющей рассеянного магнитного поля $H_{xy}/\hat{H}_\varphi$ на поверхности земли в плоскости $OX'Y'$.

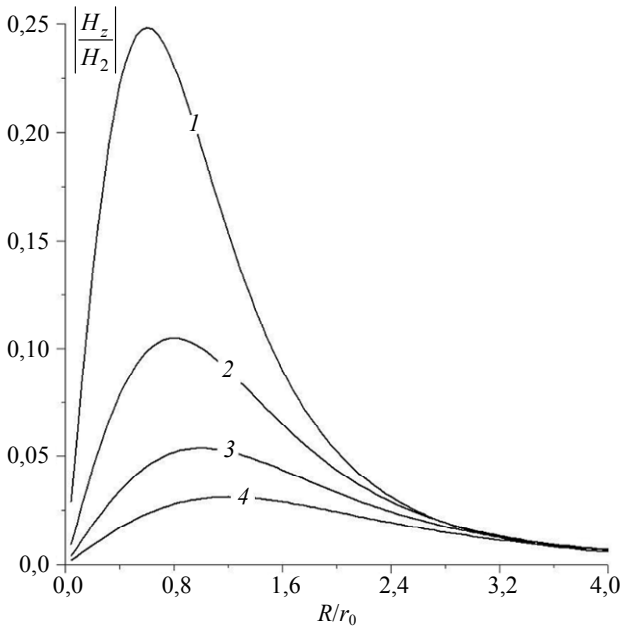

Рис. 5. Зависимость нормированной компоненты рассеянного магнитного поля $|H_z/H_2|$ от расстояния от центральной оси R/r_0 для различных глубин залегания сферической неоднородности: 1 — h = 6 м, 2 — h = 8 м, 3 — h = 10 м, 4 — h = 12 м.

Возмущение, вызванное электрической составляющей начального поля, связанного с возникновением индуцированного сферической неоднородностью излучения вертикального электрического диполя, оказывается незначительным.

Техническая возможность регистрации рассеянного излучения на поверхности земли и вблизи ее поверхности зависит от соотношения величины полученного уровня сигналов и начального сигнала в волноводе, а также от уровня естественных шумов в волноводе. Обработка экспериментальных данных по регистрации шумов на частотах, больших ~ 1 Гц [13, 14], приводит к наличию зависимости их интенсивности от частоты близкой к $1/f^m$, где $m \sim 1$—2.

Используем для оценки модель спектра шумов: $\langle B_{\text{шум}} \rangle = 0{,}5(10/f)^{1,2}$, где $\langle B_{\text{шум}} \rangle$ — среднеквадратичное отклонение естественных шумов для полосы приема шириной 1 Гц в единицах пТл·Гц$^{-1/2}$, а частота f измеряется в Гц. Тогда для полосы приема 1 Гц получим в области 100 Гц уровень шумов, примерно на порядок меньший, чем значения компоненты H_φ от излучения ГМД на расстоянии 3000 км. Для ионосферного ГЭД уровень шумов будет примерно в 5 раз выше. Использование накопления с временем $\tau \gg 1$ или технологий, позволяющих увеличить мощность ионосферного излучателя, могут существенно улучшить полученную оценку.

Заключение

В работе построена модель для описания и оценки параметров низкочастотного электромагнитного излучения, распространяющегося в волноводе земля-ионосфера, где в качестве источника рассматриваются горизонтально расположенные дипольный магнитный излучатель в волноводе и электрический в нижней области ионосферы. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что три компоненты поля H_φ, H_θ и E_r будут с относительно небольшим затуханием порядка нескольких дБ на 1000 км распространяться на значительные расстояния от источника по волноводу. Тангенциальные компоненты поля в виде составляющих H_φ и H_θ на частотах порядка 100 Гц проникают без сильного затухания через границу раздела в подстилающую поверхность на глубины ~1 км. Наличие в подстилающей поверхности земли сферической неоднородности приводит к возникновению рассеянной волны, характеристики которой вычислены аналитически.

Расчеты показывают, что рассеянное неоднородностью излучение эквивалентно полю электрических и магнитного диполей. Для поля над поверхностью земли получено точное решение и асимптотические оценки в квазиклассическом приближении. Из приведенных результатов видно, что рассеянное поле в ближней от сферической неоднородности зоне пропорционально значениям исходных полей и ее объему. Для неоднородности с высокой проводимостью поля обратно пропорциональны кубу от расстояния до нее. Неоднородность с малой проводимостью (пустая) также вызывает возмущения, однако в ~ $k_1 r_0$ раз меньшие. Отличительной особенностью для произвольной неоднородности является наличие составляющей магнитного поля, перпендикулярной к поверхности земли и отсутствующей в падающей волне. Сильное ослабление излучения с высотой делает весьма затруднительным оперативный процесс обнаружения магнетометрами малозаглубленных неоднородностей на высотах более 100 м. В то же время на уровне поверхности земли возможна идентификация, в первую очередь, подземных неоднородностей, характеризующихся материалами с проводимостью, превышающей проводимость подстилающей поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Wait J. R.* Electromagnetic Waves in Stratified Media. — N. Y., 1962.

2. *Котик Д. С., Поляков С. В., Яшнов В. А.* // Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 930.

3. *Велихов Е. П., Жамалетдинов А. А., Собчаков Л. А., Вешев А. П. Сараев А. В., Токарев А. Д., Шевцов А. Н., Васильев А. В., Сонников А. Г., Яковлев А. В.* // ДАН. Геофизика, 1994. Т. 338. № 1. С. 106.

4. *Поляков С. В.* // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2008. Т. 51. № 12. С. 1026.

5. *Tripathi V. E., Chang C. I., Popadopoulos K.* // Radio Science. 1982. Vol. 17. No. 5. P. 1321.

6. *Фок В. А.* Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности. — М.-Л., Изд. АН СССР, 1946.

7. *Блиох П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф.* Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля-ионосфера. — Киев, Наукова думка, 1977.

8. *Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т.* Распространение электромагнитных волн над земной поверхностью. — М.: Наука, 1991.

9. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973.

10. *Moore R. K., Blair W. E.* // Journal of Research of the National Bureau of Standards—D. Radio Propagation, 1961. Vol. 65. No. 6. P. 547.

11. *Shuwei Dong, Aiguo Yao, Fanhe Meng* // International Journal of Antennas and Propagation. Vol. 2015. Article ID 531729, http://dx.doi.org/10.1155/2015/531729/

12. *Bannister P. R.* The image theory of quasi-static fields of antennas above the earth's surface, DTIC Document, 1969.

13. *Lanzerotti L. J., Maclennan C. G., Fraser-Smith A. C.* // Geophys. Res. Letters. 1990. Vol. 17. P. 1593.

14. *Ремизов Л. Т.* Естественные радиопомехи. — М.: Наука, 1985.

The effect of the excitation of low-frequency electromagnetic fields in an earth-ionosphere waveguide by a sub-surface buried spherical inhomogeneity

D. A. Kobernik, V. A. Nikolsky, and V. V. Rudenko

12-th Central Research Institute
Sergiev Posad-7, Moscow region, 141300, Russia
E-mail: jasmin@spnet.ru

Received December 29, 2015

The 3D model is developed in order to describe the propagation of low-frequency electromagnetic waves in the earth-ionosphere waveguide. The analytical solution is proposed. The expressions for electromagnetic fields are received for the sources of VLF radiation located in a waveguide or in inferior ionosphere. The electromagnetic fields are considered in a waveguide, ionosphere and under the Earth's surface. The problem of the radiation scattering by a sub-surface buried spherical inhomogeneity is solved. Analytical estimates are derived for hollow inhomogeneity and for high conductivity inhomogeneity. The electromagnetic field structure for scattering radiation over an earth surface is explored. The influence of the VLF source performances, buried inhomogeneity depth and the electromagnetic properties of the inhomogeneity and the earth on the initial and scattered fields in the waveguide is investigated. The calculation results are compared with the level of natural noise in the waveguide. The conclusions about the possibility of detecting low buried objects are made. The level of initial field perturbation is shown to be quite small for detection of buried object from aeroplane but still enough for identification of buried object from the Earth's surface.

PACS: 41.20.jb

Keywords: earth-ionosphere waveguide, diffraction, sub-surface electromagnetic sounding, VLF-radiation.

REFERENCES

1. J. R. Wait, *Electromagnetic Waves in Stratified Media* (N. Y., 1962).

2. D. S. Kotik, S. V. Polyakov, and V. A. Yashnov, Radiophysics and Quantum Electronics **21,** 930 (1978).

3. E. P. Velikhov, A. A. Zhamaletdinov, L. A. Sobchakov, A. P. Veshev, A. V. Saraev, A. D. Tokarev, A. N. Shevtsov, A. V. Vasil'ev, A. G. Sonnikov, and A. V. Yakovlev, Dokl. Akad. Nauk. Geophysics **338,** 106 (1994).

4. S. V. Polyakov, Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiophysics **51,** 1026 (2008).

5. V. E. Tripathi, C. I. Chang, and K. Popadopoulos, Radio Science **17,** 1321 (1982).

6. V. A. Fok, *Diffraction of Radiowaves about the Earth's Surface* (Izd. AN SSSR, Moscow, 1946) [in Russian].

7. P. V. Bliokh, A. P. Nilkolaenko, and Yu. F. Filippov, *Global Electromagnetic Resonances in the Earth-Ionosphere Cavity* (Naukova Dumka, Kiev, 1977) [in Russian].

8. G. I. Makarov, V. V. Novikov, and S. T. Rybachek, *Propagation of Electromagnetic Waves over the Earth's Surface* (Nauka, Moscow, 1991) [in Russian].

9. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Nauka, Moscow, 1973) [in Russian].

10. R. K. Moore and W. E. Blair, Journal of Research of the National Bureau of Standards—D. Radio Propagation **65,** 547 (1961).

11. Shuwei Dong, Aiguo Yao, and Fanhe Meng, International Journal of Antennas and Propagation **2015,** Article ID 531729, http://dx.doi.org/10.1155/2015/531729/

12. P. R. Bannister, *The Image Theory of Quasi-Static Fields of Antennas above the Earth's Surface* (DTIC Document, 1969).

13. L. J. Lanzerotti, C. G. Maclennan, and A. C. Fraser-Smith, Geophys. Res. Letters **17,** 1593 (1990).

14. L. T. Remizov, *Natural Radio Noise* (Nauka, Moscow, 1985) [in Russian].