

## Поперечная термоэдс и вихревые термоэлектрические токи в анизотропном термоэлектрике

В.Г. Охрем

*Рассматривается задача об исследовании поперечной термоэдс и вихревых термоэлектрических токов в однородной термоэлектрически-анизотропной среде при различных способах теплового воздействия. Рассматриваемые тепловые граничные условия в работах предшественников не рассматривались. Рассмотрена также задача о влиянии анизотропии теплопроводности на поперечную термоэдс анизотропного термоэлемента.*

PACS: 85.80.F

*Ключевые слова:* вихревые термоэлектрические токи, поперечная термоэдс, анизотропный термоэлемент.

### Введение

Начало исследованиям явления вихревого термоэлектрического тока (ВТТ) было положено работами [1, 2]. В литературе описываются также два способа экспериментального наблюдения ВТТ, а именно, с помощью магнитного поля, создаваемого ВТТ [3], а также методом прямого наблюдения, который был предложен в работе [4]. Идея второго способа состоит в том, что ВТТ можно вывести во внешнюю цепь.

Первый способ весьма громоздок и поэтому не нашел дальнейшего развития. Фактически он послужил только доказательством существования самого явления ВТТ. Правомерность идеи, лежащей в основе второго способа, сомнительна, поскольку ВТТ возникают в объеме термоэлектрика в условиях его электрической изоляции и, следовательно, это объёмный эффект. Чтобы вывести ВТТ во внешнюю цепь образец надрезается вдоль линии, которая является одновременно изотермической и эквипотенциальной, и на берега надреза накладываются контакты, к которым прикрепляется внешняя цепь. Ток, который возникает в такой цепи, считается током ВТТ. Наблюдаемые во внешней цепи токи по величине такие же, как ВТТ (составляют микроамперы), и это, наряду с тем, что надрез сделан вдоль изотермы, являющейся одновременно и эквипотенциальной, служит

доказательством справедливости идеи о выводе ВТТ. Другие причины появления токов во внешней цепи не рассматривались. Однако такие по величине токи могут возникать, например, из-за наличия на берегах надреза небольшого перепада температуры (порядка 0,2 К). Кроме того, линий, которые бы являлись одновременно изотермическими и эквипотенциальными, в принципе не существует, как это было показано в работе [5]. А их, якобы, наличие у авторов [4] обусловлено тем, что при расчётах температурного поля не был учтен эффект Джоуля.

Целью данной работы является поиск подходов к устранению указанных пробелов в проблеме ВТТ. В частности, в работе проведены теоретические исследования явления ВТТ при тепловых условиях, которые ранее не рассматривались, и предложен иной способ их экспериментального обнаружения. Одновременно рассмотрен вопрос о влиянии анизотропии теплопроводности на поперечную термоэдс. Этому вопросу была посвящена работа [6]. Однако, по мнению автора данной публикации, проблема не была достаточно глубоко исследована.

### Постановка задачи

Теоретические исследования явления ВТТ в анизотропных термоэлектриках сопряжены с рядом математических трудностей. В общем виде алгоритм задачи о ВТТ представляет собой взаимосвязанную систему двух нелинейных дифференциальных уравнений относительно температуры и потенциала, которая даже в простейшем случае, когда термоэлектрик однородный, не может быть решена в аналитическом виде. Поэтому при решении этой задачи её вначале линеаризуют. Считается, что эффекты Бриджмена, Томсона

---

Охрем Василий Георгиевич, доцент.

Национальный технический университет «ХПИ»,  
Черновицкий факультет.

Украина, 58018, г. Черновцы, ул. Главная, 203-а  
E-mail: okhrem@ukr.net

Статья поступила в редакцию 20 декабря 2012 г.

© Охрем В.Г., 2013

и Джоуля малы по сравнению с теплопроводностью и ими пренебрегают [1–5]. При этом получается система двух линейных дифференциальных уравнений.

В статье в указанном приближении рассматривается простейший случай однородного анизотропного термоэлектрика с независимыми от температуры кинетическими коэффициентами. Дифференциальные уравнения в этом случае имеют вид:

$$\begin{aligned} \chi_{11} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + 2\chi_{12} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + \chi_{22} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} &= 0, \\ -\rho_{22} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \rho_{11} \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + 2\rho_{12} \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} &= \\ = -\alpha_{11} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} - \alpha_{12} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \alpha_{12} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \alpha_{22} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y}, \end{aligned}$$

где  $\chi_{11}$ ,  $\chi_{22}$ ,  $\chi_{12}$  — компоненты тензора теплопроводности,  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$ ,  $\rho_{12}$  — удельного сопротивления,  $\alpha_{11}$ ,  $\alpha_{22}$ ,  $\alpha_{12}$  — термоэдс;  $T$  — температура,  $H$  — потенциал Лукаша [2, 7]. Последний определяет компоненты плотности вихревого термоэлектрического тока в электроизолированном термоэлектрике, а именно:

$$j_1 = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad j_2 = \frac{\partial H}{\partial x}. \quad (*)$$

Представленные дифференциальные уравнения нужно рассматривать совместно с тепловыми граничными условиями и условием электрической изоляции термоэлектрика. Общее решение этой системы уравнений в аналитическом виде найти не представляется возможным. Поэтому для нахождения решения указанной системы нужны дальнейшие упрощения. Эти упрощения состоят в следующем.

Положим, что удельное сопротивление термоэлектрика является скаляром. Это допущение не может повлиять на термоэлектрические процессы, которые протекают в термоэлектрике, поскольку  $\rho$  не является причиной этих процессов. Пусть также лабораторные оси термоэлектрика направлены под углом  $45^\circ$  к его кристаллографической оси, как показано на рисунке. Тогда указанные уравнения упростятся и будут иметь вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + 2\varepsilon \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \frac{\alpha_{12}}{\rho} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

где  $\varepsilon = \frac{\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}}{\chi_{\parallel} + \chi_{\perp}}$ ,  $\chi_{\parallel}$ ,  $\chi_{\perp}$  — продольная

и поперечная теплопроводности термоэлектрика,  $\alpha_{12} = \frac{\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}}{2}$ ,  $\alpha_{\parallel}$ ,  $\alpha_{\perp}$  — термоэдс вдоль и поперек кристаллографической оси.

### ВТТ в термоэлектрически-анизотропной пластине

Пусть представленная на рисунке пластина является термоэлектрически-анизотропной, т.е. анизотропной только по термоэдс, изготовленной из однородного термоэлектрика с независимыми от температуры кинетическими коэффициентами. Удельные электро — и теплопроводности  $\sigma = 1/\rho$  и  $\chi$  — скаляры, а тензор термоэдс имеет две компоненты:

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha = \frac{\alpha_{\parallel} + \alpha_{\perp}}{2}, \quad \alpha_{12} = \frac{\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}}{2}.$$

Уравнение (2) будем рассматривать совместно с условием электрической изоляции пластины, которое заключается в том, что нормальные к границе компоненты тока равны нулю, или, что то же, потенциал Лукаша на границе равен нулю, т.е.  $H(x, y)|_{\Gamma} = 0$  [2, 7]. Наряду с уравнением (2) нужно рассматривать также уравнение теплопроводности, которое в указанном приближении имеет вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) рассмотрим совместно с такими тепловыми граничными условиями

$$T(0, y) = T(a, y) = T_0, \quad (4)$$

$$q_2(x, b) = q, \quad (5)$$

где  $T_0$  — температура боковых граней образца,  $q$  — плотность теплового потока падающего на верхнюю грань (см. рисунок). Нижняя грань ( $y=0$ ) пусть термостатирована при температуре  $T_0$ :

$$T(x, 0) = T_0, \quad (6)$$

или адиабатически изолирована от внешней среды

$$\frac{\partial T(x, 0)}{\partial y} = 0. \quad (7)$$

Рассмотрим вначале тепловую часть задачи.

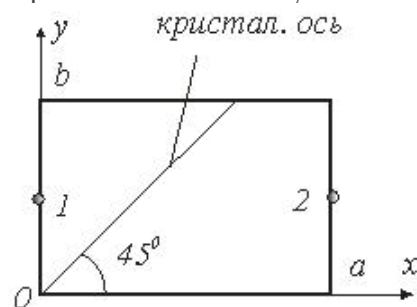


Рис. Анизотропная термоэлектрическая пластина

Решение уравнения (3) представим в виде

$$T = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n e^{\delta_n y} + B_n e^{-\delta_n y}) \sin \delta_n x, \quad (8)$$

где  $\delta_n = n\pi/a$ ,  $A_n, B_n$  — постоянные интегрирования. Условия (4) удовлетворяются автоматически, а условия (5) и (6) приводят к уравнениям:

$$\chi \delta_n (A_n e^{\delta_n b} - B_n e^{-\delta_n b}) = E_n q, \quad A_n + B_n = 0, \quad \text{из которых получаем } A_n = -B_n = -\frac{q}{\chi} \frac{E_n}{2 \operatorname{ch} \delta_n b}, \quad \text{где}$$

$$E_n = \frac{2}{\delta_n a} ((-1)^n - 1) \text{ — коэффициенты разложения 1 в ряд Фурье по синусам.}$$

С учетом полученных выражений решение (8) будет иметь вид:

$$T(x, y) = T_0 - \frac{q}{\chi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{\delta_n \operatorname{ch}(\delta_n b)} \operatorname{sh}(\delta_n y) \sin(\delta_n x), \quad (9)$$

а уравнение (2) с учетом (9) будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 2 \frac{\alpha_{12} q}{\chi \rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n \delta_n^2}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} \operatorname{sh}(\delta_n y) \sin(\delta_n x). \quad (10)$$

Решение (10) представим в виде ряда Фурье по синусам:

$$H(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(y) \sin(\delta_n x).$$

Условия  $H(0, y) = H(a, y) = 0$  выполняются благодаря тому, что  $\sin(\delta_n x)|_{x=0, x=a} = 0$ , а два других условия удовлетворим ниже. Подставив выражение для  $H(x, y)$  в (10), получим уравнение для  $\Phi_n(x)$ :

$$\Phi_n''(y) - \delta_n^2 \Phi_n(y) = \frac{2\alpha_{12} q}{\chi \rho} \frac{E_n \delta_n^2}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} \operatorname{sh}(\delta_n y). \quad (11)$$

Решение уравнения (11) с учетом граничных условий  $\Phi_n(0) = \Phi_n(b) = 0$  можно представить так:

$$\Phi_n(y) = \frac{\alpha_{12} q}{\chi \rho} \frac{E_n}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} \left( y \operatorname{ch}(\delta_n y) - b \frac{\operatorname{ch}(\delta_n b)}{\operatorname{sh}(\delta_n b)} \operatorname{sh}(\delta_n y) \right).$$

Выражение для потенциала Лукаша будет иметь вид:

$$H(x, y) = \frac{\alpha_{12} q}{\chi \rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} \left( y \operatorname{ch}(\delta_n y) - b \frac{\operatorname{ch}(\delta_n b)}{\operatorname{sh}(\delta_n b)} \operatorname{sh}(\delta_n y) \right) \sin(\delta_n x).$$

Компоненты плотности ВТГ согласно выражениям (\*) будут такими:

$$j_1 = \frac{\alpha_{12} q}{\chi \rho} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left( \frac{\operatorname{ch}(\delta_n y)}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} + \delta_n y \frac{\operatorname{sh}(\delta_n y)}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} - \delta_n b \frac{\operatorname{ch}(\delta_n y)}{\operatorname{sh}(\delta_n b)} \right) \sin(\delta_n x),$$

$$j_2 = -\frac{\alpha_{12} q}{\chi \rho} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left( \delta_n y \frac{\operatorname{ch}(\delta_n y)}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} - \delta_n b \frac{\operatorname{sh}(\delta_n y)}{\operatorname{sh}(\delta_n b)} \right) \cos(\delta_n x).$$

Вычислим далее распределение электростатического потенциала в пластинке, используя два последних выражения, а также выражения

$$\rho j_1 = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \alpha_{12} \frac{\partial T}{\partial y} - \alpha \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \rho j_2 = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \alpha_{12} \frac{\partial T}{\partial x} - \alpha \frac{\partial T}{\partial y},$$

из которых находим

$$\varphi(x, y) = \frac{\alpha_{12} q}{\chi} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left( y \frac{\operatorname{sh}(\delta_n y)}{\operatorname{ch}(\delta_n b)} - b \frac{\operatorname{ch}(\delta_n y)}{\operatorname{sh}(\delta_n b)} \right) \cos(\delta_n x) + C,$$

где  $C$  — постоянная. Разность потенциалов между точками 1 и 2 (рис.) составит величину

$$\Delta \varphi_{12} = \frac{4\alpha_{12} q b}{\pi \chi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{n\pi b}{a}\right)} - 2 \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{n\pi b}{a}\right)} \right). \quad (12)$$

$\Delta\varphi_{12}$  можно интерпретировать как электродвижущую силу анизотропного термоэлемента, возникающую перпендикулярно направлению падающего теплового потока  $q$ . Существование  $\Delta\varphi_{12}$  связано с наличием эффекта ВТТ и поэтому, исследуя ее, можно судить о наличии ВТТ.

В случае адиабатической изоляции нижней грани (7) для постоянного интегрирования  $A_n$  и  $B_n$  получим

$$A_n = B_n = \frac{q}{2\delta_n\chi} \frac{E_n}{\text{sh}\delta_n b},$$

распределение температуры будет таким:

$$T(x, y) = T_0 + \frac{q}{\chi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{\delta_n \text{sh}(\delta_n b)} \text{ch}(\delta_n y) \sin(\delta_n x) \quad (13)$$

Дифференциальное уравнение для потенциала Лукаша:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 2 \frac{\alpha_{12}}{\chi\rho} q \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n \delta_n}{\text{sh}(\delta_n b)} \text{ch}(\delta_n y) \sin(\delta_n x), \quad (14)$$

а его решение таково:

$$H(x, y) = -\frac{\alpha_{12}q}{\chi\rho} (y-b) \sum_{n=1}^{\infty} E_n \frac{\text{sh}(\delta_n y)}{\text{sh}(\delta_n b)} \sin(\delta_n x).$$

Выражения для компонент плотности электрического тока в этом случае:

$$j_1 = \frac{\alpha_{12}q}{\chi\rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{\text{sh}(\delta_n b)} (\text{sh}(\delta_n y) + \delta_n (y-b) \text{ch}(\delta_n y)) \sin(\delta_n x)$$

$$j_2 = -\frac{\alpha_{12}q}{\chi\rho} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{\text{sh}(\delta_n b)} \frac{\text{sh}(\delta_n y)}{\text{sh}(\delta_n b)} \cos(\delta_n x).$$

Из этих двух выражений найдем распределение электростатического потенциала в пластинке

$$\varphi(x, y) = \frac{\alpha_{12}q}{\chi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{\delta_n \text{sh}(\delta_n b)} (2\text{sh}(\delta_n y) + \delta_n (y-b) \text{ch}(\delta_n y)) \cos(\delta_n x) + \text{Const}$$

Разность потенциалов  $\Delta\varphi_{12}$  составит

$$\Delta\varphi_{12} = \frac{\alpha_{12}8aq}{\chi\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2\text{sh}\left(\frac{n\pi b}{2a}\right) - \frac{n\pi b}{2a} \text{ch}\left(\frac{n\pi b}{2a}\right)}{n \cdot \text{sh}\left(\frac{n\pi b}{a}\right)}. \quad (15)$$

Об этой разности потенциалов можно сказать то же, что сказано по поводу разности потенциалов, которая имела место в предыдущем случае.

### Влияние анизотропии теплопроводности на поперечную термоэдс в анизотропном термоэлектрике

Пусть имеется пластинка (см. рис.), изготовленная из анизотропного однородного термоэлектрика и имеет указанную выше ориентацию. Электропроводность, как и выше, пусть будет изотропна. Теплопроводность будем считать анизотропной. Тогда необходимо рассматривать систему двух уравнений (1) и (2).

Рассмотрим уравнения (1) совместно с тепловыми граничными условиями  $T(0, y) = T_0$ ,  $T(a, y) = T_a$  — изотермические условия,  $\frac{\partial T(x, 0)}{\partial y} + \varepsilon \cdot \frac{\partial T(x, 0)}{\partial x} = 0$ ,  $\frac{\partial T(x, b)}{\partial y} + \varepsilon \cdot \frac{\partial T(x, b)}{\partial x} = 0$  — условия адиабатической изоляции боковых граней пластины.

Для нахождения решения применим метод разложения в ряд по малому параметру  $\varepsilon$ , который составляет для анизотропных кристаллов величину 0,05–0,1.

Решение будем искать в виде  $T(x, y) = T_0(x, y) + \varepsilon \cdot T_1(x, y) + \varepsilon^2 \cdot T_2(x, y) + \dots$ . Задача состоит в том, чтобы найти функции  $T_0(x, y)$ ,  $T_1(x, y)$ ,  $T_2(x, y)$ , ... Ясно, что чем больше будет членов разложения, тем более точно будет решена задача. Однако мы ограничимся одним членом разложения и решение будем искать с точностью до членов первого порядка малости:  $T(x, y) = T_0(x, y) + \varepsilon \cdot T_1(x, y)$ . Тогда, подставив это выражение в уравнение (1) и в тепловые граничные условия, будем иметь

$$\frac{\partial^2 T_0(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_0(x, y)}{\partial y^2} = 0, \quad (16)$$

$$T_0(0, y) = T_0, \quad T_0(a, y) = T_a, \quad (17)$$

$$\frac{\partial T_0(x, 0)}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T_0(x, b)}{\partial y} = 0. \quad (18)$$

Решение задачи (16) — (18) имеет вид  $T0(x, y) = T_0 + \frac{\Delta T}{a} \cdot x$ , где  $\Delta T = T_b - T_0$ .

Для нахождения функции  $T1(x, y)$  после подстановки выражения  $T(x, y) = T0(x, y) + \varepsilon \cdot T1(x, y)$  в уравнение (1) и в граничные условия получим

$$\frac{\partial^2 T1(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T1(x, y)}{\partial y^2} = 0, \tag{19}$$

$$T1(0, y) = 0, \quad T1(a, y) = 0, \tag{20}$$

$$\frac{\partial T1(x, 0)}{\partial y} = -\frac{\Delta T}{a}, \quad \frac{\partial T1(x, b)}{\partial y} = -\frac{\Delta T}{a}. \tag{21}$$

Решение представим в виде ряда Фурье по синусам:

$$T1(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cdot e^{\frac{n\pi}{a}y} + B_n \cdot e^{-\frac{n\pi}{a}y}) \cdot \sin \frac{n\pi}{a} x. \tag{22}$$

Выражение (22) удовлетворяет уравнению (19) и условиям (20). Постоянные  $A_n$  и  $B_n$  найдем из условий (21). Несложные вычисления приводят к таким выражениям для этих постоянных:

$$A_n = -\Delta T \cdot C_n \cdot \frac{1}{n\pi \cdot (e^{\frac{n\pi b}{a}} + 1)}, \quad B_n = \Delta T \cdot C_n \cdot \frac{e^{\frac{n\pi b}{a}}}{n\pi \cdot (e^{\frac{n\pi b}{a}} + 1)}, \tag{23}$$

где  $C_n = \frac{2}{n\pi} [1 - (-1)^n]$  — коэффициенты разложения единицы в ряд Фурье по синусам. Выражение для распределения температуры в пластине будет выглядеть так

$$T(x, y) = T_0 + \frac{\Delta T}{a} \cdot x + \varepsilon \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cdot e^{\frac{n\pi}{a}y} + B_n \cdot e^{-\frac{n\pi}{a}y} \right) \cdot \sin \frac{n\pi}{a} x, \tag{24}$$

где  $A_n$  и  $B_n$  определяются выражениями (23).

Перейдем теперь к нахождению потенциала Лукаша. Для этого подставим (24) в (2) и получим такие выражения:

$$\frac{\partial^2 H(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H(x, y)}{\partial y^2} = 2 \cdot \sigma \cdot \alpha_{12} \cdot \varepsilon \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n^2 \cdot (A_n \cdot e^{\delta_n y} + B_n \cdot e^{-\delta_n y}) \cdot \sin \delta_n x, \tag{25}$$

где  $\delta_n = \frac{n\pi}{a}$ , а  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  — изотропная удельная электропроводность термоэлектрика.

Уравнение (25) решим совместно с условиями электрической изоляции граней образца  $H(0, y) = H(a, y) = 0$ ,  $H(x, 0) = H(x, b) = 0$ . Видно, что решение этого уравнения следует искать в виде разложения в ряд Фурье по синусам, а именно  $H(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(y) \cdot \sin \delta_n x$ . Тогда условия  $H(0, y) = H(a, y) = 0$  выполняются автоматически. Подставив выражение для  $H(x, y)$  в (25), получим уравнение для определения  $Y(y)$ :

$$-\delta_n^2 \cdot Y_n(y) + \frac{d^2 Y_n(y)}{dy^2} = 2 \cdot \sigma \cdot \alpha_{12} \cdot \varepsilon \cdot \delta_n^2 \cdot (A_n \cdot e^{\delta_n y} + B_n \cdot e^{-\delta_n y}).$$

При этом должны выполняться граничные условия  $Y(0) = Y(b) = 0$ .

Решение далее найдем с помощью пакета математических программ **Maple**:

$$\begin{aligned} Y_n(y) = & \frac{1}{2} \frac{e^{\delta_n y} e^{-\delta_n b} \sigma \varepsilon \alpha_{12}}{e^{\delta_n b} - e^{-\delta_n b}} (A_n e^{2\delta_n b} - A_n + 2B_n b \delta_n - 2A_n \delta_n b e^{2\delta_n b}) \\ & + \frac{1}{2} \frac{e^{\delta_n y} \sigma \varepsilon \alpha_{12}}{e^{\delta_n b} - e^{-\delta_n b}} (-A_n e^{\delta_n b} - 2B_n b \delta_n e^{-\delta_n b} + 2A_n \delta_n b e^{\delta_n b} + (A_n + B_n) e^{\delta_n b} - B_n e^{-\delta_n b}) \\ & + \sigma \varepsilon \alpha_{12} e^{-\delta_n y} \left( (\delta_n y - \frac{1}{2}) A_n e^{2\delta_n y} - B_n (\delta_n y + \frac{1}{2}) \right). \end{aligned}$$

Найдем также разность температур между точками 1 и 2  $\Delta T_{12}$ . Она составляет величину

$$\Delta T_{12} = T\left(\frac{a}{2}, b\right) - T\left(\frac{a}{2}, 0\right) = \varepsilon \cdot \left( \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n \cdot e^{\frac{n\pi b}{a}} + B_n \cdot e^{-\frac{n\pi b}{a}} \right) - \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + B_n) \right),$$

где  $A_n$  и  $B_n$  определены формулами (23). Видно, что  $\Delta T_{12}$  зависит от отношения  $b/a$ : при  $b/a < 1$  с ростом  $a$  спадает, а при  $b/a \geq 1$  практически остается постоянной  $\Delta T_{12} = -\frac{16 \cdot \varepsilon \cdot \Delta T}{\pi^2}$ . В численном

выражении  $\Delta T_{12}$  при  $\Delta T = 20$  К,  $a = 0,2$ ,  $b = 2,5$ ,  $\varepsilon = 0,1$  составляет около — 3 К. Отметим, что наличие поперечной разности температур подтверждается также и экспериментально.

В данном случае имеет место также и ВТТ. Компоненты плотности тока легко находятся по формулам (\*), в которых нужно положить

$$H(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(y) \cdot \sin \delta_n \cdot x.$$

Для отыскания разности потенциалов между точками 1 и 2 воспользуемся обобщенным законом Ома в дифференциальной форме. В точках 1 и 2 имеет место лишь компонента плотности тока  $j_2$ , которую представим в виде:

$$j_2 = -\frac{\partial H}{\partial x} = \sigma \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}}{2} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\alpha_{\parallel} + \alpha_{\perp}}{2} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right).$$

Отсюда находим  $\Delta \varphi_{12}$ :

$$\Delta \varphi_{12} = \frac{\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}}{2} \cdot \frac{\Delta T}{a} \cdot b + \frac{\alpha_{\parallel} + \alpha_{\perp}}{2} \cdot \Delta T_{12}.$$

Сравнивая полученное выражение с выражением для разности потенциалов, которое получается при условии одномерного распределения температуры [7], видим, что анизотропия теплопроводности приводит к возникновению поперечного перепада температуры и к изменению формулы для поперечной термоэдс.

## Transverse thermopower and eddy thermoelectric currents in anisotropic thermoelectrics

V.G. Okhrem

Chernivtsi faculty of National Technical University (KhPI),  
203-A Golovna str., Chernivtsi, 58018, Ukraine  
E-mail: okhrem@ukr.net

*In this article we consider cross emf and vortical thermoelectric current within a inhomogeneous thermoelectric anisotropic medium using different techniques of thermal influence. Considerations of thermal boundary conditions have not been addressed in previous research articles. In addition, the influence of anisotropy of conduction upon the cross thermo emf of anisotropic thermoelement is reviewed.*

PACS: 85.80.F

Keywords: eddy thermoelectric currents, the transverse thermopower, anisotropic thermal element.

Bibliography — 7 references.

## Выводы

1. Термоэлектрические процессы, протекающие в термоэлектрически-анизотропной пластине при изотермичности её боковых граней, зависят от теплового состояния нижней грани. Возникающая в этом случае поперечная к падающему на верхнюю грань тепловому потоку термоэдс может служить доказательством существования вихревых термоэлектрических токов.

2. При изотермических условиях верхней и нижней граней и адиабатичности боковых граней в однородной термоэлектрически-анизотропной пластине вихревых токов не возникает. Эти токи имеют место, если материал пластины анизотропный по теплопроводности. При этом условии возникает разность температур между точками 1 и 2.

## Литература

1. Самойлович А. Г., Коренблит Л. Л. // ФТТ. 1961. № 7. С. 2052.
2. Lukosz W. // Z. Naturforsch. 1964. V. 19 a, № 13. S. 1599.
3. Коренблит Л. Л. // ФТТ. — 1964. № 10. С. 3059.
4. Анатычук Л. И., Лусте О. Я. // ФТТ. 1966. № 8. С. 2492.
5. Пилат И. М., Охрем В. Г., Пироженко С. И. // ФТП. 1984. № 11. С. 2113.
6. Слипченко В. Н., Снарский А. А. // ФТП. 1974. Т. 8. С. 2010.
7. Анатычук Л. И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства. — К.: Наук.думка, 1979.

Received December 20, 2012