

УДК 631.3, 621.12

## Малоракурсная 3D-томография плазменных образований, индуцированных в переменных электрических полях

О.В. Филонин, М.А. Петров

**Рассмотрены методы решения обратных трехмерных задач для диагностики параметров индуцированных плазменных образований вокруг непрозрачных объектов. Приведены схемы экспериментальных установок для исследования пространственного распределения параметров плазменных объектов.**

PACS: 52.77.-j, 52.70.-m, 52.30.-q

**Ключевые слова:** диагностика низкотемпературной плазмы, обратные некорректные задачи, 3D-томография, индуцирование плазмы.

### Введение

Индуцированное излучение физических объектов, помещаемых во внешние переменные электрические поля, было замечено еще в 18 веке. В 1777 году профессор Лихтенберг, изучая электрические разряды на покрытой порошком поверхности изолятора, наблюдал характерное свечение. Спустя почти столетие это свечение было зафиксировано на фотопластинке и получило название «фигур Лихтенберга». В России в середине 19 века известный по тем временам ученый Наркевич-Иодко изобрел очень простое электрическое устройство, позволившее запечатлеть свечение вокруг живых организмов на фотопластинке. В 1882 г. это открытие стало общепризнанным. Одновременно с работами Наркевича–Иодко фотограф-любитель Монюшко сообщил о возможности фотографирования излучений такого рода с помощью искры.

Данные эффекты являются разновидностью электролюминесценции — излучения света атомами или молекулами, переведенными предварительно в возбужденное состояние электрическим переменным полем частоты (10–100) кГц (при напряжении между электродом и исследуемым объектом от 5 кВ до 30 кВ). Эффекты наблюдаются на биологических объектах, на неорганических образцах, в полу-

проводниках. Профессором Коротковым К.Г. был разработан метод газоразрядной визуализации — ГРВ [1]. Для идентификации метода графической регистрации был введен термин ГРВ-графия, а для описания самого изображения, соответственно, термин ГРВ-грамма. Несмотря на то, что в данной области работает достаточно большая группа исследователей, в настоящее время для ГРВ не существует адекватного и объективного метода реконструкции функций пространственного распределения таких параметров, как: интенсивность, температуры, концентраций ионной и электронной компонент и т.д. в локальных объемах исследуемого плазменного объекта. Авторами разработан ряд методов пространственной реконструкции исследуемых параметров для плазменных образований такого класса на основе решения обратных некорректных задач.

Целью данной работы была разработка ряда методов пространственной реконструкции исследуемых параметров для плазменных образований такого класса на основе решения обратных некорректных задач.

### Геометрия получения исходных проекционных данных

С точки зрения формулировки обратной задачи, для получения алгоритма процедуры реконструкции искомым функциям распределения, главным вопросом является возможность получения радоновских, или подобных им, образов из теневого поля излучения плазменного объекта. Эта проблеманепосредственным образом связана с такими характеристиками индуцированного излучения как:

Филонин Олег Васильевич, профессор.

Петров Михаил Андреевич, аспирант.

Самарский государственный аэрокосмический университет им. Академика С.П. Королева (Национальный исследовательский университет)

Россия, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, 34

E-mail: Phylonin@gmail.com

Статья поступила в редакцию 12 мая 2013 г.

© Филонин О.В., Петров М.А., 2013

• Излучательная способность элементарного объема и спектральный состав выходящего излучения. Эти параметры тесным образом связаны с квантовым выходом  $B_{qv} = q_i / q_a$ , здесь  $q_i$  — число излученных фотонов,  $q_a$  — количество поглощенных квантов в результате различных эффектов взаимодействия [2].

• Энергетический выход  $\beta_E = E_i / E_a$ , здесь  $E_i$  — энергия возбуждения,  $E_a$  — энергия поглощаемая элементом объема образца в данной области пространства. В первом приближении можно считать, что параметры  $B_{qv}$ ,  $\beta_E$  связаны соотношением  $\beta_E = B_{qv} (v_i / v_a)$ , где  $v_i$ ,  $v_a$  — частоты излучения и поглощения.

Для элементарных объемов излучения и поглощения, исходя из простейшей модели, можно полагать, что интенсивность «высвечивания» как функция времени может быть определена в виде:  $I = I_0 \exp(-At)$ , где  $I_0$  — интенсивность генерации излучения в момент  $t = 0$ ,  $A$  — вероятность перехода атомарного (молекулярного) электрона из возбужденного состояния в стационарное. Интенсивность затухания излучения тогда можно записать в виде:  $I = I_0 \exp[-(A_0 - A_{ni})t]$ , здесь  $A_0$ ,  $A_{ni}$  — вероятности, соответственно оптического и безизлучательного переходов. Если в спектре присутствует компонента рекомбинационно-го излучения, то убывание ее интенсивности можно определить из эмпирически подбираемой формулы [3]:  $I = 1 / (\alpha + \beta t)^c$ , где  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $c$  — const для данного вещества. Кроме того, рассмотренные характеристики определяют такие параметры импульсного электрического поля возбуждения, как: частота, длительность переднего и заднего фронтов импульса и т.д.

Для получения исходных проекционных данных соответствующим радоновским образам, авторами разработана геометрия формирования исходных 2D-образов, основные положения которой представлены на рис. 1. Исследуемый образец 1, помещается в переменное электрическое поле, создаваемое с помощью конденсатора 2, подключенного к высоковольтному генератору. В приповерхностном слое образца под воздействием внешнего переменного поля индуцируется плазменное образование. Для выборки проекционных данных в зонах регистрации 3, выделяются области пространства 4, которые в свою очередь разбиваются на шаровые зоны (см. рис. 1, б, в). Выбор «дополнительных» шаровых зон обусловлен тем обстоятельством, что сферотангенциальная геометрия регистрации исходных данных дает возможность сформировать быстродей-

ствующие алгоритмы реконструкции на основе преобразований Фурье и интеграла свертки [4]. Координатными параметрами в общепринятом смысле здесь являются  $r, \varphi, \theta \rightarrow \vec{r}$ .

Условия эксперимента, как правило, не позволяют получить, необходимое количество исходных двумерных проекций, для приемлемого уровня точности (10 ÷ 15)%, при заданном формате отображения, например 512×512×512 элементов, даже в понимании аппарата малокурсной реконструкции. Для получения дополнительных реальных проекций применена методика [4] формирования теневых проекций в побочных оптических осях. Применительно к задачам такого класса получение дополнительных теневых изображений — проекций может быть осуществлено с помощью оптической системы показанной на рис. 1, г, д. Здесь 1 — входные линзы, 2 — диафрагмы, служащие для выборки изображений на главной оси и ряде побочных, 3 — система линз, для проецирования теневых изображений на входные торцы светопроводов 4. Вариант геометрии выборки дополнительных теневых проекционных изображений показан на рис. 1, д.

При регистрации проекционных данных, функция проекции  $g(\vec{p})$  должна содержать

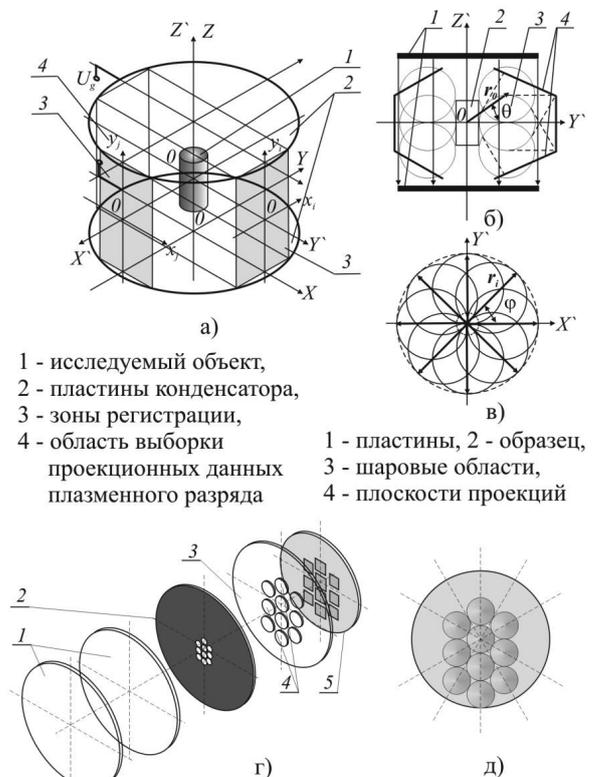


Рис. 1. Геометрия получения исходных двумерных данных

а) — общая схема, б), в) — выделение шаровых областей для регистрации 2D — проекций, г), д) — оптическая схема формирования дополнительных проекций

радоновский образ  $\Re[f(\vec{r})]$ , т.е. удовлетворять условиям:

$$g(\vec{p}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{r})\delta(\vec{p} - \vec{n}\vec{r})d\vec{l};$$

$$\Re[f(\vec{r})] = \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{r})\delta(p - \vec{n}\vec{r})dl$$
(1)

Понятно, что исходные теневые проекции далеко не всегда удовлетворяют этим условиям (1), поэтому необходимо, либо модифицировать схему формирования исходных данных, либо производить предварительную обработку входных массивов для вычленения образов Радона.

**Опτικο-волоконная система формирования теневых изображений**

Для некоторых классов задач, по реконструкции параметров индуцированного плазменного образования вокруг тел правильной геометрической формы, авторами разработана схема регистрации оптического излучения, удовлетворяющая требованиям ортогональной геометрии проектирования (см. рис. 2). Проецирующий объектив, регистрирующий потоки в выбранном направлении  $(\varphi, \theta)$ , содержит также две относительно длиннофокусные линзы и диафрагму, расположенную в фокальной плоскости, как показано на рисунке 2, а. Такой подход дает возможность выделить плоско-

параллельный поток фотонов из анализируемого элемента объема. Для каждого ракурса двумерное теневое изображение, содержащее образ Радона, проецируется на входной торец стекловолоконного светопровода (для передачи изображений), что позволяет в еще большей степени приблизить процесс регистрации к условиям ортогональной геометрии и упростить выделение радоновских образов на этапе предварительной обработки исходных данных. На рис. 2, б показан вариант оптической головки для регистрации потоков фотонов, выходящих из исследуемого объема, содержащей семь двухлинзовых объективов. Такая схема регистрации позволяет: 1 — увеличить телесный угол «обзора» элемента исследуемого объема, 2 — дает возможность использовать методику сферотангенциальной геометрии формирования исходных данных и реконструкции искомым пространственных значений распределений.

Отличительной особенностью малоракурсной томографической диагностики параметров плазменных объектов, содержащих непрозрачные тела, является то обстоятельство, что зона реконструкции в данном классе задач, как правило, представляет собой сегментарную область цилиндрического объема. Следовательно, для любого ракурса в соответствии с рассмотренной геометрией регистрации, длина хорды  $L$ , совпадающая с длиной оптического пути, вдоль выбранного направления  $\vec{r}$  проецирования изменяется в пределах  $(L_0 \leq L \leq 0)$  рис. 2, а, в. Это, в свою очередь, приводит к неоднозначности в определении значений искомым значений параметров в «шаровых» зонах реконструкции, вычисляемых на основе преобразований Радона. Для устранения, этого обстоятельства предложена схема регистрации, представленная на рис. 3. В данном варианте используется регистрация проекционных данных в так называемой зоне формирования опорных проекций. Эти зоны выбираются таким образом, чтобы плоскость центральной 2D-проекции была ортогональна оси  $O\vec{r}$  при данном значении угла  $\varphi$ . Ясно, что в простейшем случае, высота сегментарного цилиндрического объема оказывается равной диаметру шаровой области реконструкции (рис. 3). Таким образом, с одной стороны реальные проекционные данные, считанные в опорных зонах, позволяют снять неоднозначность в определении искомым параметров, так как в этих ракурсах имеется возможность сопоставить интегральную интенсивность излучения вдоль

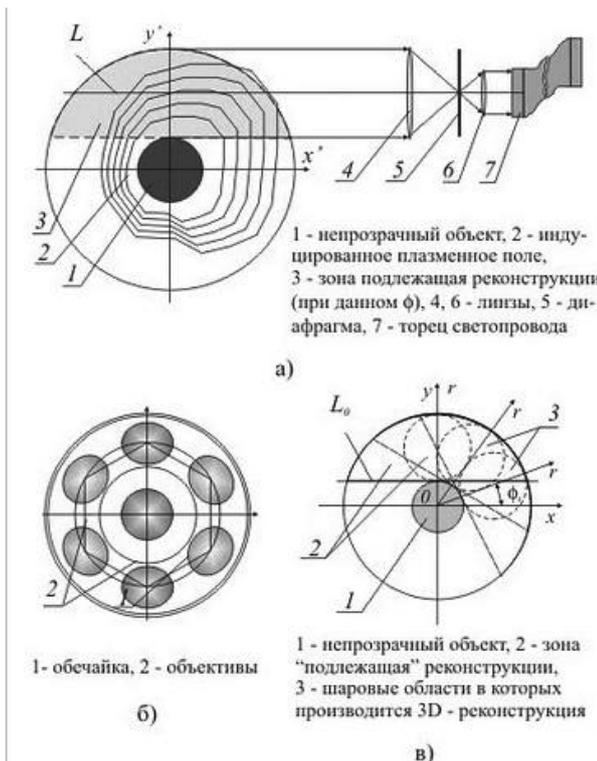


Рис. 2 Вариант геометрии регистрации двумерных проекционных данных

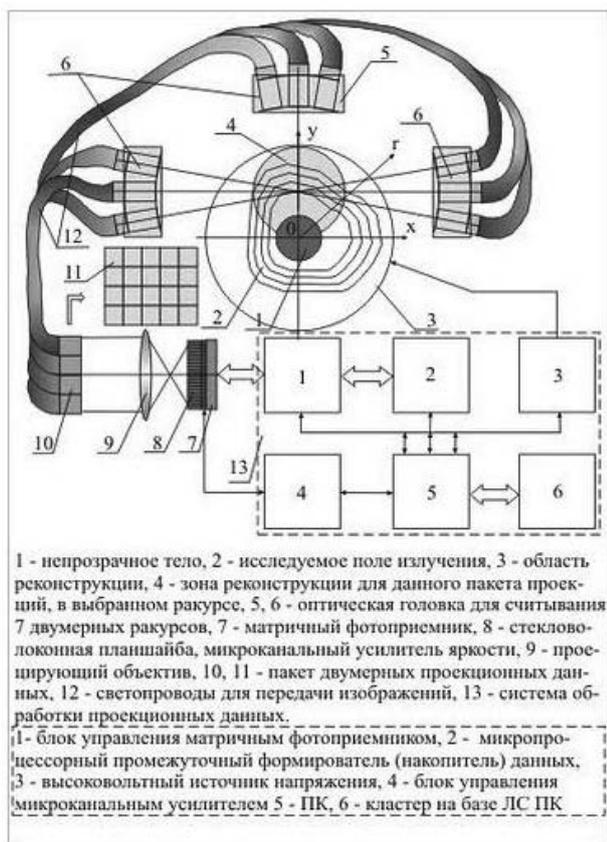


Рис. 3. Оптоэлектронная система регистрации 2D-проекционных данных

главной оптической оси диаметру реконструируемой шаровой области. С другой стороны, они увеличивают объемы исходных реальных проекционных данных, что в свою очередь повышает точность реконструкции задаваемых параметров плазменного объекта.

Для регистрации исходных двумерных проекционных данных в эмиссионном варианте, авторами разработана опτικο-волоконная система формирования теневых изображений, которая изображена на рис. 3. Данная система содержит три оптических головки — 5, 6, 7, каждая из которых способна регистрировать по семь теневых проекционных изображений в соответствии с геометрией, показанной на рис. 2, б. Таким образом, при фиксированных значениях угла  $\varphi$ , «одновременно» можно фиксировать 21 теневую двумерную проекцию. Изображения каждой проекции, с помощью объективов, проецируются на «входные» торцы светопроводов для передачи изображений. «Выходные» торцы этих светопроводов собираются в плоскопараллельный пакет 10, 11, таким образом, формируется матрица двумерных теневых проекционных изображений 11. Изображение с этой матрицы с помощью проецирующего объектива 9 передается на фотоэлектронный регистратор, содержащий микроканальный усилитель интенсивности оптического излу-

чения 8 и матричный фоторегистратор 7. В качестве последнего целесообразно использовать высокоскоростные CMOS-матрицы, например, типа: сенсор HupixV7131GP, поддерживающий максимальное разрешение (640×480) элементов. При использовании ПЗС-структур, в качестве фотоприемных детекторов высокого разрешения их необходимо охлаждать до температур порядка ( $-60^\circ\text{C}$ ).

Для формирования проекционных данных и предварительного выделения радоновских образов из теневых изображений используется микропроцессорный блок управления матричным фотоприемником — 1 (рис. 3), содержащий контроллеры опроса матричной структуры, быстродействующий 8-разрядный АЦП. Микропроцессорный формирователь («накопитель») данных 2 содержит формирователи 2D-массивов, промежуточное ОЗУ, интерфейс шины PCI и т.д. Другими словами, этот блок формирует двумерные массивы данных в цифровом виде, соответствующие 21 проекции, считанных при фиксированных углах  $\varphi$ . При выборе следующих значений углов  $\varphi$ , что осуществляется с помощью электромеханической системы сканирования, производится перенос данных на дисковую память ПК.

Для условий лабораторных исследований, как правило, располагающих небольшой локальной сетью ПК типа IBM, форматы массивов данных, пересчете на каждую двумерную проекцию составляют  $128 \times 128$ ,  $256 \times 256$  элементов, при 8-разрядной оцифровке по амплитуде. Этого оказывается вполне достаточно для исследования плазменных образований имеющих объем в несколько кубических сантиметров [5, 6]. Хорошо известно, что индуцируемое эмиссионное излучение, как биологических объектов, так и конструктивных элементов, характеризуется довольно слабыми световыми потоками в оптическом диапазоне, что заставляет исследователей увеличивать время экспозиции. Это приводит к тому, что в результате мы имеем дело с некоторой проинтегрированной по времени, следовательно, и усредненной — по времени, теневой картинкой. Для устранения данного недостатка в данной системе предусмотрено использование микроканального усилителя яркости (МКУЯ) изображения 8, позволяющего в десятки и сотни раз «усилить» световой поток. Для управления режимами работы МКУЯ служит блок 4.

Важным элементом рассматриваемой системы диагностики является высоковольтный источник питания служащий для возбуждения

плазменного излучения с приповерхностных слоев исследуемого объекта [7]. Как показала практика лабораторных исследований, такие источники должны формировать переменное электрическое поле частотой  $10 \div 100$  кГц (при напряжении между электродом и исследуемым объектом от 5 до 30 кВ). Кроме высокой стабильности по напряжению, погрешность которой, как правило, должна быть порядка 0,01%, источники высокого напряжения должны обладать *высокой степенью повторяемости формы импульсов в широком диапазоне частот*, например,  $2 \div 200$  кГц. При этом амплитудные значения импульсов напряжения составляют 2, ...20, 200 кВ.

Исходя из рассматриваемых задач диагностики эмиссионного поля излучения, блок питания проектировался с учетом следующих требований:

- величина выходного напряжения регулируется в пределах (2...20) кВ;
- длительность импульсов регулируется в пределах (10...50) мкс;
- частота следования импульсов регулируется в пределах (0,2...) 1 кГц;
- точность формирования выходного напряжения должна быть достаточной для того, чтобы пренебречь изменением яркости свечения объекта при воздействии соседних импульсов (выходная (обобщенная) погрешность не более 0,1%).

- Время нарастания и время спада переднего и заднего фронтов импульсов не должны отличаться более чем  $(3 \div 5)\%$ , от импульса к импульсу.

### Структурная схема высоковольтного источника питания

На рис. 4 приведена структурная схема разработанного блока питания. Это устройство работает следующим образом. С ПК задается требуемое выходное напряжение, длительность  $\Delta t$  и период  $T$  следования импульсов. Цифровой код, соответствующий этим значениям, по USB-интерфейсу поступает в микроконтроллер (МК). Далее цифровой код, отвечающий требуемому выходному напряжению, преобразуется с помощью цифро-аналогового преобразователя в управляющий сигнал, поступающий на один из входов блока управления. Управляющий сигнал изменяет скважность импульсов, открывающих и закрывающих ключевой каскад, а значит, изменяет и величину повышенного и выпрямленного в трансформаторно-выпрямительном узле напряжения. Таким образом, обеспечивается регулирование выходного напряжения по величине. Это выпрямленное напряжение подается на выходной трансформатор (на первичную обмотку  $W_1$ ) через ключевое устройство, управляемое соответствующими импульсами с выхода МК. Таким образом, обеспечивается регулирование длительности и периода следования импульсов.

Для стабилизации выходного напряжения ПК по определенному алгоритму вычисляется нужный корректирующий код  $\Delta A$ , который поступает в МК, а затем преобразовывается в цифро-аналоговом преобразователе в корректирующий сигнал, поступающий на соответствующий вход устройства управления. Корректирующий сигнал изменяет скважность импульсов, открывающих и закрывающих ключевой каскад. Таким образом, обеспечивается стабилизация выходного напряжения [7]. Для формирования опорного напряжения преобразователей применяется прецизионный источник опорного напряжения (на схеме не показан).

Анализ существующих методов построения импульсных источников питания показал, что для данной задачи целесообразно использовать двухтактный полумостовой конвертор, нежели двухтактный мостовой конвертор, в связи с низкими требованиями его к максимальному напряжению сток-исток ключевых транзисто-

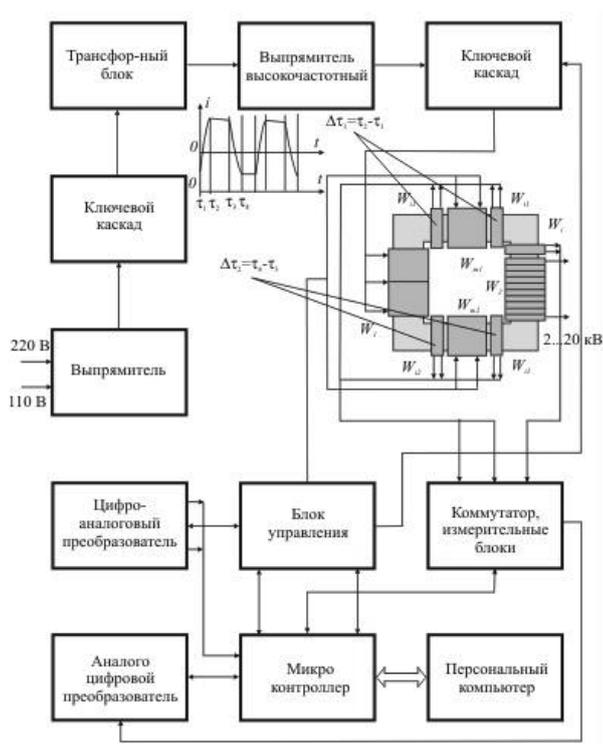


Рис. 4. Структурная схема блока питания.

ров, находящихся под половинным значением выпрямленного сетевого напряжения [8]. Схема двухтактного полумостового конвертора в данном случае имеет ряд преимуществ перед схемой двухтактного мостового конвертора. Последняя неэффективна для небольших мощностей, отдаваемых в нагрузку, более сложна в управлении и содержит большое число элементов, что уменьшает надежность всего устройства в целом [9].

Особенностью данного блока питания является управление с ПК, наличие нескольких цифровых цепей обратной связи, корректирующих не только амплитуду, длительность, частоту высоковольтных импульсов, но также и «скорости» нарастания и спада фронтов. В ПК осуществляется усреднение результатов измерения выходных напряжений и токов, и формируются корректирующие коды, непосредственно осуществляющие стабилизацию параметров импульсного напряжения при воздействии на устройство управления и магнитный поток в сердечнике трансформатора. Приведенная погрешность установки выходного напряжения не превышает 0,186%.

#### Алгоритмы решения обратной некорректной задачи

При разработке малоракурсных оптических томографических систем (МОТС), теневые изображения, формируемые оптическими каналами, необходимо привести к виду, удовлетворяющему условию функции проекции в любом произвольном сечении, выбранном под углом  $\Theta_i$  к оси исследуемого, например, потока, т.е.:

$$f_{\Theta_i}(r, \varphi) = \tilde{R}^{-1} f_{\Theta_i}(l, \theta) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial |Rf_{\Theta_i}|(l, \theta) / \partial l}{r \cos(\theta - \varphi) - l} dl, \quad (2)$$

здесь  $f_{\Theta_i}(r, \varphi)$  — «регистрируемая» функция проекции данного сечения,  $\tilde{R}^{-1}$  — оператор обращения Радона,  $f_{\Theta_i}(l, \theta)$  — лучевые суммы, которые должны быть выбраны из потока фотонов в данной точке теневого изображения текущей проекции. Это обусловлено тем, что поток фотонов, регистрируемый с помощью линзовой системы, в предположении, что мы имеем дело с оптически прозрачным самосветящимся объектом, формируется в результате процессов возбуждения атомов, ионов. При этом фотоны, рожденные в одном элементарном объеме, рассеиваются или поглощаются в других объемах. Кроме того, необходимо учесть искажения те-

невого поля излучения входной линзой и оптической системой (рис. 1). Количество основных ракурсов, которые реально можно реализовать в условиях малоракурсного оптического томографического эксперимента, крайне мало, и обычно составляет  $6 \div 24$ . Очевидно, что при таких объемах «входных» проекционных данных реконструированная функция, например 2D-сечения, соответствует фактически, слегка подкорректированной процедуре обратного проецирования  $\int_0^\pi d\theta$ , если использовать стандартные подходы многоракурсных методов реконструкции. Последняя мысль подразумевает построение алгоритма реконструкции «напрямую» в соответствии с выражением (2). Для того, что бы реализовать такую процедуру необходимо доопределить объемы исходных данных до значений, определяемых ожидаемым разрешением, для чего применяются различные методы интерполяции [6].

Выражение (2), как известно, справедливо для трансмиссионного и эмиссионного способов получения проекционных данных. Следовательно, для задач реконструкции функций распределения параметров индуцированной плазмы эти способы можно объединить, то есть рассматривать излучение, рожденное в каждом элементарном объеме и регистрируемое в зоне проекционных данных как собственное излучение (эмиссионный вариант). Для оценки вклада рассеянного излучения предложено использовать внешнее монохроматическое излучение, регистрируемое одновременно с «собственным» потоком. Разделение регистрируемых потоков фотонов по частотам можно провести, используя спектрально — томографическую регистрацию проекционных данных [6]. Произведя нормировку вклада рассеянной компоненты в данную функцию проекции, ее вычитают из измеренных проекционных данных. При этом, дополнительно уменьшить вклад «собственного» рассеянного излучения в некоторых случаях можно аппаратным образом выполнив канал сбора данных, например, по оптико-волоконной схеме, представленной на рис. 1, г. В данном случае для этой цели используется коллиматор 1, а линзовая система содержит диафрагму 3.

Приемлемые разрешение и погрешности в методах и алгоритмах «прямой» 3D-реконструкции параметров искомым функций распределений можно получить, при достаточных объемах исходных проекционных данных. Этого можно достичь путем формирования двумерных проекционных данных, не только в соответствующих

фокальных плоскостях главных оптических осей основных ракурсов, но и на побочных оптических осях. Для каждого главного ракурса, таким образом, можно сформировать от 6 до 12 «вспомогательных» проекций. Естественно, что двумерные проекционные данные, регистрируемые таким образом, подвержены нелинейным геометрическим искажениям. Их необходимо скорректировать при формировании исходных проекционных массивов. При этом ориентация главных и побочных осей выбираемых ракурсов, в сканирующей системе должны удовлетворять условию:

$$\partial |Rf_{\theta}|(l, \theta) / \partial l \rightarrow \max,$$

соотношение (2).

В приближении геометрии ортогонального проектирования величину интегрального показателя поглощения вдоль заданного направления  $L$  (см. рис. 1, а) можно с учетом предложенного авторами разностного подхода определить в виде:

$$U_{\lambda}(l_k, \theta_i) = \ln I_0 - \ln I = \int_L U_{\lambda}(x, y) dL \quad (3)$$

Функцию  $U_{\lambda}(l_k, \theta_i)$  можно считать лучевой суммой вдоль направления  $L$ , если выполняется условие:  $U_{\lambda}(l_k, \theta_i) = \tilde{R}f(l_k, \theta_i)$ . В конечном итоге, при формировании массивов исходных данных мы имеем дело с дискретным представлением функций проекций. Действительно, для выбранного сечения функция проекции может быть представлена как

$$U(r, \varphi) = \sum_{m=1}^M U_m b_m(r, \varphi),$$

здесь  $b_m(r, \varphi)$  — базисная функция дискретизации,  $U_m$  — вектор значений искомой функции в элементах дискретных данных. С учетом того, что проекционная матрица  $R$ , устанавливающая зависимость между дискретными значениями искомой функции:  $U_m$  и ее проекционными данными  $[RU](l, \theta_i)$ , то очевидно можно записать:

$$[RU](l_k, \theta_i) = \sum_m U_m R_k b_m(r, \varphi) = \sum_m R U_m \quad (4)$$

Другими словами, задача по определению функции локального распределения показателя поглощения в выбранном сечении (при известных оценочных проекционных данных, полученных при зондировании внешним монохроматическим источником) в заданном диапазоне длин волн сводится к решению системы уравнений (4).

Рассмотрим некоторые возможности сведения к радоновскому образу теневых полей излучений, получаемые при эмиссионном способе регистрации. Заметим, что при регистрации собственного излучения, излучение из каждого конкретного микрообъема для других рядом расположенных объемов будет излучением стороннего источника. Таким образом, в приближении Бугера — Ламберта — Бера фотоны из данного объема  $\Delta V_m$  будут поглощаться, и рассеиваться «вперед лежачими» элементарными объемами по направлению  $L$  [6]. Не пренебрегая поглощением и рассеянием в направлении проектирования, для каждого «отсчета» проекции  $[RI](l_k, \theta_i)$  (рис. 1, а), для упрощения опуская базисную функцию, при условии  $D/2 \ll R$  очевидно можно записать:

$$[RI](l_k, \theta_i) = I_m \exp[-\sum_m^{m+n} U_m \Delta L_m] + I_{m+1} \exp[-\sum_{m+1}^{m+n} U_{m+1} \Delta L_{m+1}] + I_{m+n} \exp[-U_{m+n} \Delta L_{m+n}] \quad (5)$$

Совершенно очевидно, что выражение (5), в общем случае, не соответствует понятию радоновского образа, более того не выполняется также свойство равенства диаметрально противоположных проекций, т.е.

$$[Rf](l, \theta) = [Rf](-l, \theta + \pi) = [Rf](l, \theta + 2\pi) \quad (6)$$

$$[Rf](l, \theta) = 0, \quad |l| \geq D$$

Для упрощения дальнейших рассуждений, введем обозначение:

$$J_m = I_m \exp[-\sum_m^{m+n} U_m \Delta L_m], \quad (7)$$

с учетом соотношений (3), (4) выражение (5) можно записать в виде:

$$[RJ](l_k, \theta_i) = \sum_{m=1}^M J_m R_k b_m(r, \varphi) = \sum_{m=1}^M R J_m \quad (8)$$

в данном случае предполагается, что  $0 \leq \theta_i \leq \pi$ . Таким образом, теперь выражение (5) удовлетворяет понятию радоновского образа, следовательно, используя (8), можно определить  $J_m$ . Далее, учитывая соотношение (7), вычисляется  $I_m$ .

Приведенные выше примеры решений позволяют сделать вывод о том, что в каждом конкретном случае при использовании методики малоракурсной реконструкции, *прежде всего, необходимо корректно поставить и определить процедуру решения обратной задачи.*

Алгоритмы реконструкции функций распределения исследуемых параметров для задач диагностики пламен, потоков высокотемпературных газов, плазмы, кроме рассмотренных выше требований связанных с геометрией получения данных, точностью реконструкции, высоким быстродействием, должны обеспечивать возможность восстановления функций распределения локального поглощения и «локального истинного излучения» для данной длины волны. С точки зрения процедуры реконструкции и удобства реализации на персональных компьютерах наиболее эффективны, как известно, являются алгоритмы «свертки».

Для решения задач малоракурсной 3D-томографической реконструкции, при ограниченном объеме исходных проекционных данных, например, как в рассмотренной выше задаче, авторами разработана методика 3D-восстановления параметров исследуемых объектов, на основе способов предложенных автором [6].

Здесь уместно заметить, что задачи малоракурсной «прямой» 3D-реконструкции по сравнению с послойной 2D-реконструкцией характеризуются более разнообразными способами получения исходных двумерных данных. Это, в свою очередь, значительно расширяет «номенклатуру» методов интерполяции и экстраполяции используемых для вычисления «недостающих» данных для удовлетворительного решения обратной задачи в каждом конкретном случае. Поэтому в рамках данной монографии целесообразно изложить общие положения методики малоракурсной 3D-реконструкции, оставляя выбор методов и алгоритмов реконструкции за исследователями решающими конкретную техническую задачу 3D-диагностики. Такой подход оказывается обоснованным и с той точки зрения, что «прямые» алгоритмы 3D-реконструкции требуют для своей реализации значительные мощности вычислительных средств, что также накладывает известные ограничения на выбор конкретных методов интерполяции при вычислении «недостающих» данных при задаваемой точности реконструкции.

Суть предлагаемой методики малоракурсной 3D-реконструкции можно свести к следующим положениям.

- Условие обращения Радона предполагает, что при заданной точности восстановления, число исходных двумерных проекций, при соответствующем числе получаемых дискретных отсчетов в каждой из них, должно обеспечить

согласно теореме о сечениях, полное заполнение Фурье — пространства  $F(R, \Theta, \Phi)$  — определенное в сферической системе координат.

- При малоракурсных способах диагностики, в оптическом диапазоне необходимое количество исходных двумерных данных получить невозможно. Таким образом, как и в случае 2D-реконструкции, возникает задача вычисления промежуточных двумерных проекций, недостающих данных в одномерных кольцевых гармониках 3D-Фурье-спектра.

- Для удобства и наглядности описания процедур реконструкции в условиях ограниченных наборов исходных данных, целесообразно перенести рассуждения в область Фурье-пространства опираясь на известную теорему о центральном сечении Фурье-спектра. Двумерные функции проекции реально могут быть получены с помощью матричных фотодетекторов, в которых количество элементов также оказывается ограниченным.

- В рассмотренном выше примере оптической диагностики индуцированных плазменных образований (рис. 1) регистрация исходных данных производится с помощью оптико-электронных систем. Таким образом, двумерная проекция представляется в виде дискретного набора данных, которые могут опрашиваться построчно, но не только в формате  $a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,n}, a_{2,1}, a_{2,2}, \dots, a_{m,1}, a_{m,2}, \dots, a_{m,n}$ , но и при необходимости в диагональных направлениях считывающих фотоматричных приемников излучения. В простейшей геометрии регистрации данных, одномерные выборки в каждой для данных значений  $\vartheta_i; \varphi_{0+2\pi}$  дают возможность построить двумерную Фурье-плоскость отсчетов на круге единичного радиуса. Эта плоскость оказывается образованной радиальными наборами дискретных данных — «дискретными Фурье-диаметрами», количество отсчетов, в которых равно числу выборки в матрице регистрации. Количество «Фурье-диаметров», очевидно, равно количеству проекций в зоне регистрации  $\vartheta_i; \varphi_{0+2\pi}$ . Понятно, что при всех возможных способах регистрации Фурье-плоскость оказывается незаполненной, в силу ограниченности проекционных данных, более того с уменьшением угла  $\vartheta_i$  количество реальных проекций также уменьшается. Таким образом, возникает задача дополнения данных в Фурье-плоскости до заданного числа отсчетов, которое в свою очередь задается желаемой точностью реконструкции и условиями, налагаемыми обращением Радона.

• Наборы Фурье–плоскостей, полученные при различных значениях углов  $\vartheta_{i \rightarrow 0, \pi(2\pi)}$ ;  $\Phi_{0 \div 2\pi}$ , частично заполняют шаровую Фурье область, при этом максимальная плотность отсчетов оказывается сосредоточенной в телесных дискретных углах. Следовательно, возникает задача доопределения дискретных данных в «незаполненных» областях Фурье-пространства – Фурье-шара определенного в сферической системе координат.

• Здесь следует указать на важное обстоятельство: при решении обратной (конкретной) задачи, например, при оптической диагностике плазменных объектов, для удовлетворения условия (1), исходя из принятой модели физического процесса и условий формирования исходных данных, может быть показано, что для удовлетворительного восстановления необходимо производить процедуры обращения на дискретном формате  $N \times N \times N$  элементов. В то время как из условий реального эксперимента, можно, получить формат из  $n \times n \times n$  элементов, где  $n < N$ . В таких случаях возникает необходимость проведения дополнительных процедур интерполяции до заданного формата:  $N \times N \times N$ . Таким образом, с точки зрения дополнения данных с помощью процедур интерполяции и экстраполяции необходимо выполнить следующие процедуры:

- вычислить недостающие данные в Фурье – плоскостях на полярных сетках,
- «заполнить» пустые области 3D-Фурье – пространства,
- таким образом, можно получить минимальный набор 3D-набор Фурье-отсчетов в сферической системе координат,
- «расширить» полученный трехмерный набор до требуемого формата  $N \times N \times N$ .

Рассмотренные задачи интерполяции: во первых тесно связаны между собой, во вторых сводятся в конечном итоге к одномерным процедурам интерполяции по кольцевым гармоникам, в третьих учитывая объемы вычислений, связанных с 3D-вычислениями, алгоритмы интерполяции необходимо выбирать достаточно простыми, но в то же время процедуры интерполяции должны обеспечивать условие обращения Радона. Заметим, что для оптически прозрачных объектов, в тех случаях, когда исходные двумерные данные получены в пределах «полусферы»  $\vartheta = (0 \div \pi)$ , в силу симметрии, число 2D-проекции можно удвоить в пределах  $\vartheta = (0 \div 2\pi)$ , соответственно увеличится и количество «реальных» отсчетов в Фурье – пространстве.

Для заполнения отдельных Фурье – плоскостей целесообразно воспользоваться методами интерполяции с помощью полиномов Чебышева для заполнения кольцевых гармоник. То есть искомая функция исследуемого параметра  $F_{\vartheta, \varphi}(\tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M}))$  ищется в виде:

$$F_{\vartheta, \varphi}(\tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M})) = \sum_{j:(k)}^L k_j T_j(m \frac{\pi}{M}) \quad (9)$$

где  $T_j$  – полиномы Чебышева первого рода, а  $k_j$  – коэффициенты разложения, при этом условие минимизации имеет вид:

$$T^T T K = T^T M. \quad (10)$$

Здесь, как и в двумерном случае  $K = (k_0, \dots, k_L)^T$  – вектор коэффициентов разложения функции  $F_{\vartheta, \varphi}(\tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M}))$  по полиномам Чебышева:

$$M_n = (F(\tilde{f}_n(0)), \dots, \tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M})), \quad (11)$$

соответственно вектор отсчетов функции  $F_{\vartheta, \varphi}(\tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M}))$ , определяется матрицей отче-

тов  $T_{\vartheta, \varphi} = (T_j(m \frac{\pi}{M}))$  (полиномов Чебышева) в точках  $(m \frac{\pi}{M})$ . Таким образом, вычисляются

наборы коэффициентов разложения  $K_{j:(\vartheta, \varphi)}$ , для данной Фурье – плоскости, которые должны минимизировать среднеквадратичное отклонение:

$$\begin{aligned} \xi_{\min}(\tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M}), \tilde{f}_m(m \frac{\pi}{M})) &= \\ &= \frac{1}{M_{\Psi}} \sum_0^{M_{\Psi}} [F(\tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M})) - F(\tilde{f}_m(m \frac{\pi}{M}))]^2, \quad (12) \end{aligned}$$

Следовательно, находятся значения функции  $F(\tilde{f}_n(m \frac{\pi}{M}))$  в ранее не заполненных участках кольцевой гармоник. Аналогичная операция производится и для других кольцевых гармоник в выбранной Фурье – плоскости.

Несмотря на громоздкость приведенных выше выражений, процедуры вычислений недостающих данных довольно просты, и позволяют доопределить недостающие данные в Фурье пространстве и оценить погрешность этого доопределения. Таким образом, в Фурье пространстве мы имеем дискретный набор Фурье образов одномерных проекций с заданным шагом дискретизации по углам и радиусу. В зависимости от вида решаемой задачи, типа исследуемого объекта, способа регистрации, методов дискретизации может потребоваться дополнительная фильтрация [11] проекционных данных.

Итак, в нашем распоряжении имеется фактически 3D – Фурье-образ искомой функции распределения. Но применять обратное 3D-преобразование Фурье в данном случае нецелесообразно, в силу громоздкости этой процедуры, требующей привлечения значительных вычислительных мощностей.

Для задач такого рода можно предложить более эффективную процедуру, а именно, представления искомым функциям распределений в виде проекционных изображений замкнутых изоповерхностей данного параметра. Так как для наглядного представления изоповерхности в виде проекционной сетчатой структуры достаточно (20 ÷ 40) изолиний, то соответственно, в Фурье-пространстве, оказывается, достаточно выбрать соответствующие сечения. Затем произвести необходимое количество обратных двумерных преобразований, выделить изолинии [11] из которых сформировать проекционные изображения (рис. 5, а) – изо-параметрические кривые выбранного сечения (Реконструированные 2D-распределения интенсивности излучения), б) – проекционное (стереоскопическое) 3D-изображение «выбранной» параметрической поверхности – интенсивности).

### Заключение

В работе рассмотрены методы решения обратных трехмерных задач для диагностики параметров индуцированных плазменных образований вокруг непрозрачных объектов. Приведены схемы экспериментальных установок для исследования пространственного распределения параметров плазменных объектов.

Предложенные методы 3D-реконструкции опираются на одномерные процедуры, за исключением очень ограниченного количества вычислений  $2DFT^{-1}$ , упомянутых выше. Это дает возможность значительно ускорить процесс вычислений.

### Литература

1. Коротков К.Г. Основы ГРВ биоэлектрографии – СПб, Изд-во СПбГИТМО, 2001
2. Баньковский Н.Г., Коротков К.Г. // Письма ЖТФ. 1982. Т. 8. № 4. С. 216
3. Чубич Д.А. Исследование электрофизических и люминесцентных свойств металлоорганических нанокмпозитов. Сборник «Наносистемы,

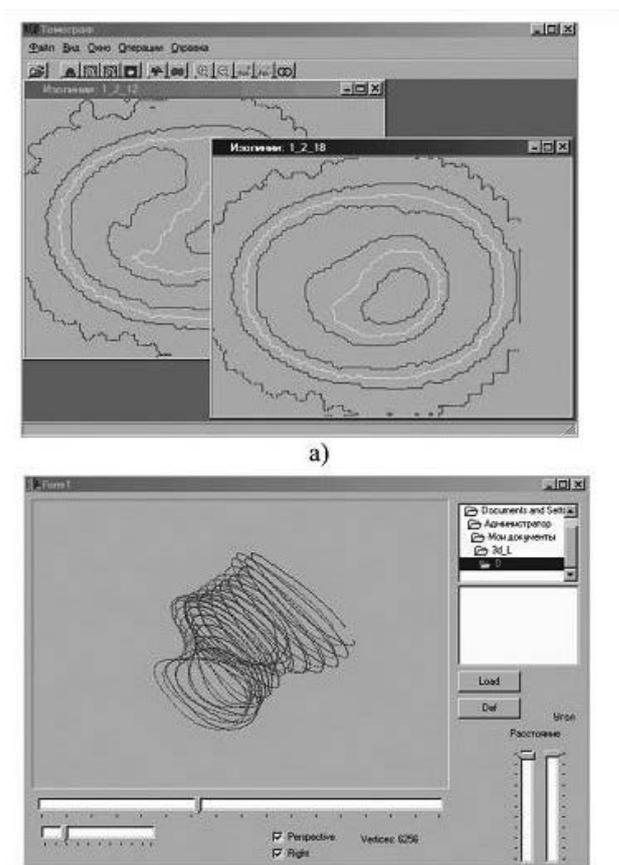


Рис. 5. Иллюстрация способов отображения 3D-реконструкции параметров плазменного объекта наноматериалы, нанотехнологии», т. 3 (3), Киев, Академперіодика, 2005.

4. Филонин О.В. Малоракурсная томография, Самара, СНЦ РАН, 2006,
5. Филонин О.В., Явцев В.Ф., // ПТЭ. 1984. № 2. С. 136
6. Филонин О.В. // Инженерная физика/ 2006/ № 5. С. 4
7. Бас А.А. Источники вторичного электропитания с бестрансформаторным входом. – М.: Радио и связь, 1987.
8. Кузнецов А.В. // Схемотехника, 2000. № 1. С. 34.
9. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники: В 2-х т. Т. 1. Пер. с англ. Изд. 2-е, стереотипное. – М.: Мир, 1984.
10. Справочник конструктора РЭА: Компоненты, механизмы, надежность. Под ред. Р.Г. Варламова. – М.: Радио и связь, 1985. Агуров П.В. Интерфейсы USB. Практика использования и программирования. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004.
11. Филонин О. В. Спектрально – томографические методы и средства исследования параметров плазмы и плазменных потоков / Труды международного симпозиума «Надежность и качество» 2004, Пенза.

## Few projections 3D-tomography of plasma formations induced in alternating electric fields

*O.V. Phylonin, and M.A. Petrov*

Samara State Aerospace University, Department of Physics  
34 Moscow highway str., Samara, 443086, Russia  
E-mail: Phylonin@gmail.com

***The methods of solving the inverse three-dimensional problems for diagnostic parameters of induced plasma formation around the opaque objects are viewed. Experimental setups to investigate the spatial distribution of the parameters of plasma objects have been made.***

PACS: 52.77.-j, 52.70.-m, 52.30.-q

*Keywords:* low-temperature plasma diagnostics, ill-posed inverse problems, 3D-tomography, induced plasma formations.

*Bibliography* – 11 references

*Received May 12, 2013*