

УДК 53.082.55

Исследование формы изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов

А.И. Колесников, И.А. Каплунов, И.В. Талызин, Р.М. Гречишкин, С.Е. Ильяшенко

Теоретически рассчитаны формы изохром в коноскопических картинах одноосных кристаллов при различных значениях относительного двулучепреломления. Показано, что порядок кривых, соответствующих изохромам, в общем случае произвольного расположения оптической оси относительно нормали к исследуемой пластинке выше второго. Приведены экспериментальные данные, полученные для одноосных кристаллов парателлурита – материала для акустооптических электронно-перестраиваемых фильтров изображений.

PACS: 78.20.-e

Ключевые слова: коноскопия, одноосные кристаллы, парателлурит, изохромы.

Введение

Коноскопический метод исследования кристаллов в сходящемся (или расходящемся) поляризованном свете широко известен и разработан практически. В настоящее время рассматриваются такие тонкие аспекты метода [1, 2], как влияние оптической активности на вид изохром одноосных и двуосных кристаллов. Интерес к методу также обусловлен и возможностью его использования при исследованиях оптических эффектов в наноразмерных структурах [1]. Коноскопия используется и при оценке оптической однородности кристаллов — по искажениям формы изохром, соответствующей идеальному материалу [3], например, в случае аномальной двуосности у одноосных кристаллов.

При этом по углу двуосности можно рассчитать величину и направление остаточных механических напряжений [4]. Однако некоторые классические представления, связанные с методом и канонически изложенные, например, в [3–6],

нуждаются в уточнении. Так, вследствие упрощений, обычно применяемых при выводе и решении уравнений, описывающих форму изохром, считается, что порядок этих кривых равен двум (окружности, эллипсы, гиперболы), хотя сравнительно недавно в работе [5] показано, что и для идеального одноосного кристалла парателлурита изохромами могут быть кривые четвертого порядка.

Решения, основанные на применении ковариантного метода Ф.И. Федорова или на использовании метода матриц 4×4 Д. Берремана, также базируются на ряде не вполне оправданных приближений (малость углов падения, приближенные — полученные путем разложения в ряд — значения радикалов). Данные упрощения тем более искажают истинную форму изохром, чем выше отклонения нормали к пластинке кристалла от классических направлений — вдоль или нормально оптической оси, а также чем выше величина относительного двулучепреломления $\Delta N / N_o = |N_e - N_o| / N_o$ [7].

Между тем, упрощенные представления о теоретически возможных формах изохром могут приводить к неверным оценкам оптической однородности кристалла. В частности, наличие изохром — кривых четвертого порядка может быть ошибочно истолковано как проявление оптической аномалии (ОА), т.н. аномальной двуосности [8].

Схема, согласно которой в известных работах рассчитывается разность хода между обычным и необыкновенным лучами в одноосном кристалле, представлена на рис. 1. На ней показано взаимное расположение волновых векторов падающего (\vec{l}) и одного из двух преломленных (\vec{k}) лучей, нормали m к площадке (границы) G ,

Колесников Александр Игоревич, доцент.
Каплунов Иван Александрович, профессор.
Талызин Игорь Владимирович, программист.
Гречишкин Ростислав Михайлович, профессор.
Тверской государственный университет.
Россия, 170100, г. Тверь, ул. Желябова, 33.
Тел.: (4822) 34–70–78; (4822) 34–42–15.
E-mail: Ivan.Kaplunov@tversu.ru;
rostislav.grechishkin@tversu.ru
Ильяшенко Светлана Евгеньевна, доцент.
Тверской государственный технический университет,
Россия, 170026, г. Тверь, наб. Аф.Никитина, 22.
E-mail: SvIlyashenko@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 15 января 2013 г.

© Колесников А.И., Каплунов И.А., Талызин И.В., Гречишкин Р.М., Ильяшенко С.Е., 2013

на которую падает луч \vec{l} , и координатных осей кристаллофизической системы координат X_1, X_2, X_3 , построенной на собственных векторах тензора диэлектрической непроницаемости η_{ik} . Для случая одноосного кристалла ось X_3 совпадает с оптической осью.

На рис. 2 изображен ход обыкновенного (o) и необыкновенного (e) лучей в положительном одноосном кристалле ($N_o < N_e$) в соответствии с работами [3–6]. Разность хода лучей может быть получено в следующем виде [5]:

$$\Delta = h \sin(\text{ctg}\beta_e - \text{ctg}\beta_o), \quad (1)$$

где h – толщина пластинки.

Дальнейшие приближения (в том числе для $\text{ctg}\beta_e$) и упрощения приводят к следующему выражению для разности хода, связанной функционально с координатами x и y точки в фокальной плоскости, в которую попадают обыкновенный и необыкновенный луч после преломления в объективе:

$$\Delta = h \left(A + B \frac{y}{f} + C \frac{x^2}{f^2} + D \frac{y^2}{f^2} \right), \quad (2)$$

где f – фокусное расстояние объектива.

Именно на основании уравнения (2) и делается вывод о том, что в общем случае изохромами ($\Delta = F(x, y) = m\lambda = \text{const}$) одноосного кристалла являются кривые второго порядка.

Целью настоящей работы являлось установление возможных форм изохром для одноосных кристаллов путем расчетов, выполняемых без обычно используемых упрощений, а также экспериментальное подтверждение существования

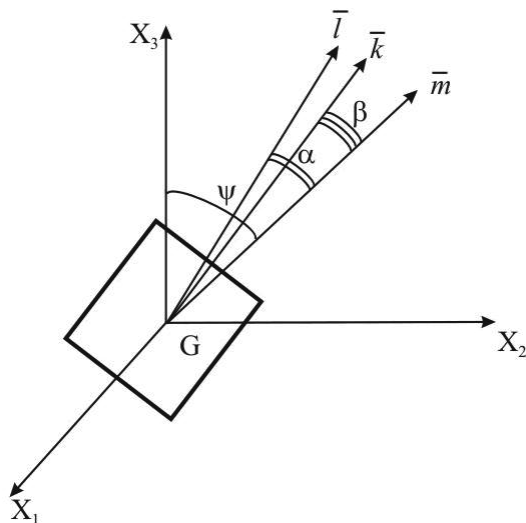


Рис. 1. К расчету угла преломления β луча \vec{l} , падающего под углом α на грань одноосного кристалла G , характеризующуюся вектором \vec{m} нормали, составляющим угол ψ с оптической осью Z .

таких изохром в коноскопических картинах кристаллов парателлуриата. При этом реализован самый общий случай произвольной ориентации нормали к поверхности плоскопараллельной пластинки относительно кристаллографических осей.

Теоретическое и экспериментальное изучение коноскопических картин одноосных кристаллов

Для выяснения истинного максимального порядка кривых – изохром одноосных кристаллов – в настоящей работе получена более полная, чем в [1–5], система уравнений, позволяющая с помощью численных методов рассчитывать форму изохром одноосного кристалла:

$$\begin{vmatrix} m_1 & m_2 & m_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \\ p_1 & p_2 & p_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

$$\cos \psi = \frac{m_2 \begin{vmatrix} m_2 & m_3 \\ k_2 & k_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} m_1 & m_3 \\ k_1 & k_3 \end{vmatrix}}{\sqrt{(m_1^2 + m_2^2) \left\{ \begin{vmatrix} m_2 & m_3 \\ k_2 & k_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & m_3 \\ k_1 & k_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & m_2 \\ k_1 & k_2 \end{vmatrix}^2 \right\}}}, \quad (4)$$

$$\frac{1 - (m_1 k_1 + m_2 k_2 + m_3 k_3)^2}{1 - (m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3)^2} [N_o^2 (p_1^2 + p_2^2) + N_e^2 p_3^2] = N_o^2 N_e^2 \quad (5)$$

$$\Delta \phi = \frac{2\pi h}{\lambda_0} \left[\frac{n_e^2}{\sqrt{n_e^2 - \sin^2 \alpha}} + \sin \alpha (\text{tg}\beta_o - \text{tg}\beta_e) - \frac{N_o^2}{\sqrt{N_o^2 - \sin^2 \alpha}} \right] \quad (6)$$

$$n_e = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} \quad (7),$$

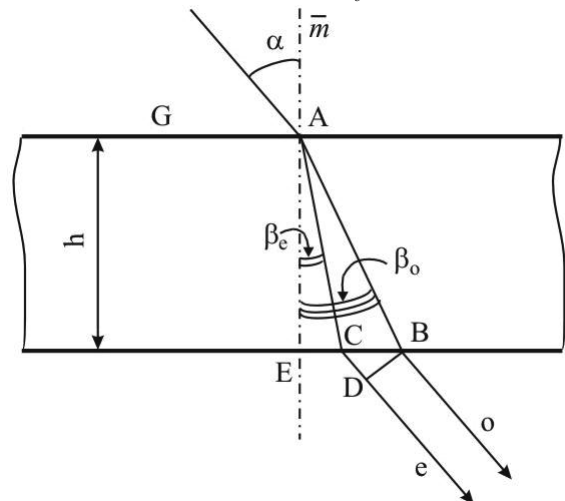


Рис. 2. К расчету разности хода обыкновенного и необыкновенного в пластинке, вырезанной из одноосного положительного кристалла

$$x = Ftg\alpha \cos \psi \quad (8),$$

$$y = Ftg\alpha \sin \psi \quad (9)$$

В уравнениях (3) — (9) h — толщина пластины; λ_0 — длина волны света в вакууме; m_i — направляющие косинусы нормали к кристаллу; k_i — направляющие косинусы падающего луча; p_i — направляющие косинусы необыкновенного луча; $\Delta\phi$ — разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами, идущими в точку с координатами x и y в плоскости наблюдения; F — фокусное расстояние проекционной линзы; N_o и N_e — главные значения показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей; α — угол падения луча на кристалл; β_o и β_e — углы преломления обыкновенного и необыкновенного лучей; ψ — угол между плоскостью падения луча и плоскостью, проходящей через нормаль \mathbf{m} и точку наблюдения.

Компьютерный анализ решений системы (3) — (9) показывает, что изохромы ($\Delta\phi = 2\pi l = const$, где l — целое число, определяющее порядок максимума) одноосного кристалла во всех случаях, кроме совпа-

дения оптической оси с нормалью или ортогональности оси и нормали, являются кривыми не ниже четвертого, а в общем случае, восьмого порядка.

Это было подтверждено экспериментально на пластинках одноосных кристаллов парателлуриита, вырезанных в специальных, заранее рассчитанных направлениях. На рис. 3 представлены полученные в расходящемся лазерном свете на удаленном экране изохромы в виде кривых четвертого порядка, т.н. овалов Кассини (рис. 3, а), в виде кривых также четвертого порядка, т.н. декартовых овалов (рис. 3, б), а также показана коноскопическая картина теоретически одноосного монокристалла парателлуриита, полученная при освещении плоскополяризованным светом образца, помещенного на предметный столик микроскопа МИМ-8 (рис. 3, в). Здесь изохромы — кривые восьмого порядка, не имеющие специального названия.

Подобные отклонения кривых второго порядка обычно истолковываются как проявление оптических аномалий, вызванных пьезооптическим эффектом, связанным с остаточными механическими напряжениями в кристалле.

Даже в тривиальном случае падения света на грань кристалла, перпендикулярную оптической оси, уравнение для изохромы является уравнением четвертой степени с левой частью, являющейся симметрическим относительно x и y многочленом следующего типа:

$$A(x^4 + y^4) + Bx^2y^2 + C(x^2 + y^2) - D^2 = 0, \quad (10)$$

где A , B , C и D — коэффициенты, являющиеся функциями от k , l , h , f , N_o и N_e . Само уравнение для изохром, записанное в декартовой системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{l\lambda}{hN_o} = \frac{1}{N_e} \sqrt{\frac{N_e^2(x^2 + y^2 + f^2) - x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + f^2}} - \frac{1}{N_o} \sqrt{\frac{N_o^2(x^2 + y^2 + f^2) - x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + f^2}}, \quad (11)$$

где l — порядок максимума.

На рис. 4 представлены результаты расчета изохроматических кривых согласно уравнению (10) (рис. 4, а), а также полученная экспериментально коноскопическая картина образца кристалла парателлуриита, вырезанного перпендикулярно оптической оси (001) (рис. 4, б). Как и следовало ожидать, теоретически изохромами в рассмотренном случае оказались окружности, что и подтверждается экспериментально. Однако такой простой форме изохром мы обязаны не тем,

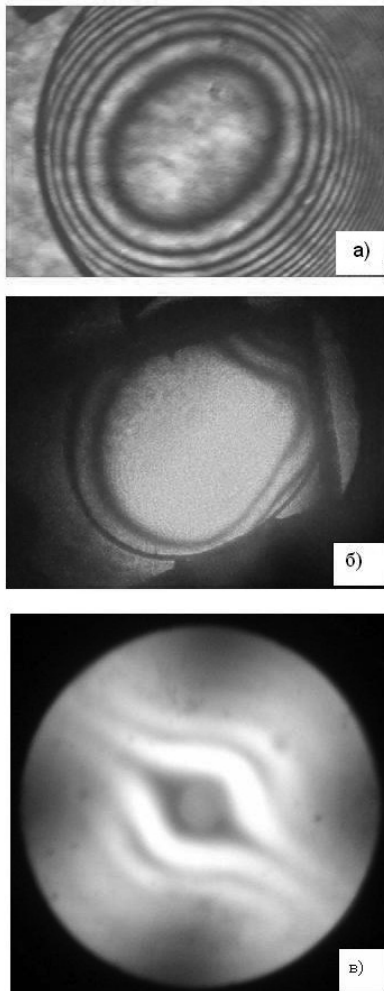


Рис. 3. Изохромы одноосного кристалла парателлуриита в виде кривых порядка выше второго

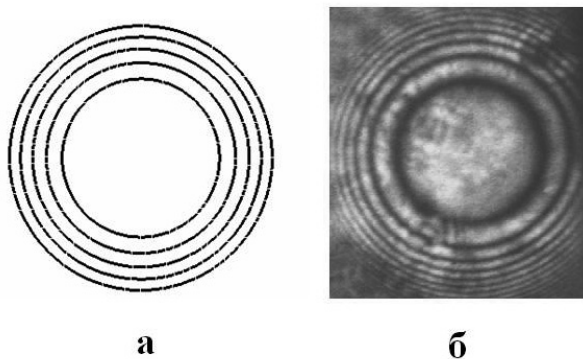


Рис. 4. Форма изохром, полученная с помощью расчета по уравнению (10) (черные окружности соответствуют интерференционным максимумам) (а) и полученная экспериментально в направлении оптической оси (001) (б)

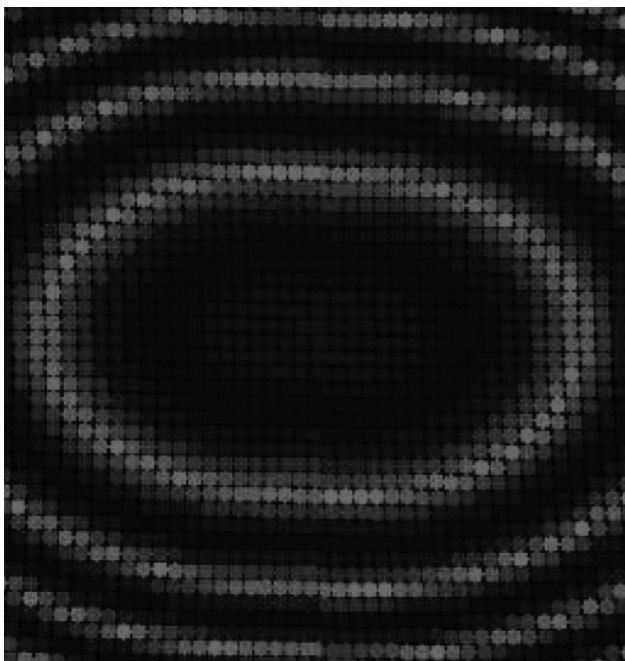


Рис. 5. Теоретическая форма изохром гипотетического одноосного кристалла с аномально большим двулучепреломлением $\Delta N = N_o = 0,25$ при отклонении нормали от оптической оси равной $50'$

что их общее уравнение соответствует уравнению окружности, а тем обстоятельством, что это уравнение четвертой степени имеет два распадающихся решения, причем уравнение для одного из многочленов имеет только комплексные корни, а уравнение для другого многочлена действительно является уравнением окружности.

Компьютерный анализ системы уравнений (3) — (9) показывает, что при увеличении относительного двулучепреломления $\Delta N / N_o$ в общем случае произвольного расположения оптической оси и нормали изохромы еще более отличаются от кривых второго порядка. На рис. 5 изображена теоретически рассчитанная коноскопическая картина модельного кристалла с аномально большим двулучепреломлением $\Delta N / N_o = 0,25$. Несмотря

на то, что в данном случае выбрано чрезвычайно малое угловое отклонение нормали от оптической оси (менее 1°), вместо окружности или эллипсов мы наблюдаем у изохром ярко выраженную форму овалов Кассини.

Заключение

Теоретически и экспериментально показано, что изохромы одноосных кристаллов во всех случаях (кроме совпадения оптической оси с нормалью, а также ортогональности оси и нормали) являются кривыми не ниже четвертого, а в общем случае, восьмого порядка.

Таким образом, появление изохроматических кривых порядка выше второго в коноскопических картинах нельзя однозначно связывать с искажениями оптической индикатрисы, обусловленными дефектами структуры кристалла, так как подобные случаи требуют специального исследования. Необходим полный расчет формы изохром для образца заданной ориентации и сравнение расчетных данных с экспериментом.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

Литература

1. Mamedov N., Yamamoto N., Shim Y., et al. // Jap.J.Appl.Phys. 2003. V. 42. P. 5045.
2. Wen T.D., Raptis Y.S., Anastassakis E., et al. // J.Appl.Phys D: Appl. Phys. 1995. V. 28. P. 2128.
3. Шувалов Л.А., Урусовская А.А., Желудев И.С. и др. Современная кристаллография. Т. 4. — М.: Наука, 1981.
4. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. — М.: Наука, 1975.
5. Воронцова В.Ю., Колесников А.И., Мамкина Н.О., и др. // Вестник ТвГУ. Серия «Физика», Тверь. 2004. № 6 (34). Выпуск 3. С. 80
6. Штукенберг А.Г., Пунин Ю.О. Закономерности эволюции земной коры (тезисы докладов). Т. 2. С-Пб. 1996. С. 318.
7. Нагибина И.М., Москалёв В.А., Полушкина Н.А., Рудин В.Л. Прикладная физическая оптика. — М.: Высшая школа, 2002.
8. Константинова А.Ф., Гречушников Б.Н., Бокунь Б.В., Валяшко Е.Г. Оптические свойства кристаллов. — Мн.: Наука і тэхніка, 1995.

Studies of isochrome forms in conoscopic patterns of uniaxial crystals

A.I. Kolesnikov¹, I.A. Kaplunov¹, I.V. Talyzin¹, R.M. Grechishkin¹, and S.E. Ilyashenko²

¹Tver State University
33 Zhelyabov str., Tver, 170100, Russia
E-mail: Ivan.Kaplunov@tversu.ru

²Tver State Technical University
22 Af. Nikitin embankment. Tver, 170026, Russia

Isochrome forms in conoscopic patterns of uniaxial crystals are calculated theoretically for different values of relative birefringence. It is shown that in the case of arbitrary orientation of the optical axis with respect to the sample surface the isochromes are described by the curves of the order higher than two. Experimental results obtained for uniaxial paratellurite crystals finding their use in acousto-optic electronically tunable image filters are presented.

PACS: 78.20.-e

Keywords: conoscopy, uniaxial crystals, paratellurite, isochromes

Bibliography — 8 references

Received January 15, 2013