

УДК 519.642: 537.533.79

Особенности решения задач плазменной эмиссионной электроники в пакете прикладных программ POISSON-2

В.Т. Астрелин

В рамках вычислительного кода POISSON-2 рассматриваются алгоритмы численного моделирования двумерных ускорительных систем, использующих как твердотельные элементы (электроды, в том числе и эмиттеры, и диэлектрики), так и плазменные эмиттеры заряженных частиц, формирующих стационарные пучки электронов и ионов. Приводятся аналитические решения частных задач, применяемых в алгоритмах. Дается краткое описание кода, предназначенного для решения двумерных стационарных самосогласованных задач сильноточной электронной и ионной оптики.

PACS: 01.30.Cc, 02.60.Cb, 07.05.Tr, 41.85.— p

Ключевые слова: электронный пучок, численное моделирование, эмиссия, плазменный эмиттер, ЭОС.

Введение

Разработка источников мощных электронных и ионных пучков на основе плазменных эмиттеров представляет собой сложную задачу. Получение пучков высокой яркости в ускорительных системах, где плазменные поверхности являются частью структур, формирующих оптику, требует детального экспериментального исследования и адекватного численного моделирования.

В настоящее время широко известны такие коды как PBGUNS, KOBRA и другие. В отечественном пакете программ POISSON-2 содержатся алгоритмы, позволяющие решать задачи моделирования ускорительных систем широкого класса, в т.ч. на основе плазменной эмиссионной электроники и ионики. Большинство алгоритмов прошло тестирование путем сравнения с другими программами и экспериментом. При этом часть из них использует приближенное описание свойств плазмы, поэтому предполагается их дальнейшее уточнение.

Целью настоящей работы является описание алгоритмов, реализованных в пакете POISSON-2.

История развития пакета POISSON-2

Пакет программ POISSON-2 был разработан в 1980 году В.Я. Ивановым и В.Т. Астрелиным [1] для расчетов на ЭВМ БЭСМ-6 на базе языка ФОРТРАН. Он имел модульную структуру и состоял из следующих модулей:

- предпроцессор для ввода и вывода информации, в т.ч. в графическом виде;
- модуль расчета полей и потенциалов решением задачи Пуассона;
- модуль расчета траекторий;
- модуль расчета характеристик пучков заряженных частиц с самосогласованным учетом внешних и собственных электрических и магнитных полей.

По мере появления мощной вычислительной техники и программного обеспечения пакет адаптировался к ней одновременно с разработкой новых алгоритмов и расширением класса решаемых задач. Еще в 1982 году были созданы пробные версии пакета с учетом неупругих столкновительных процессов в диодах с газовым наполнением [2], версия с расчетом систем с плазменным анодом [3], возможности которых не использовались из-за низкой производительности ЭВМ тех лет. Разрабатывались модели эмиттеров для многопоточковых систем с разными типами заряженных частиц [4].

Окончательно были созданы версии для машин типа РС с усовершенствованной графикой для вывода результатов расчета, совместимые с операционной системой DOS, а затем Windows. Для проведения расчетов с плазменными эмиттерами была выбрана и развивалась одна из версий пакета, на которой проводилась разработка, отладка и тестирование алгоритмов и модулей. Разработка новых алгоритмов для решения задач ПЭЭ (плазменной эмиссионной электроники) началась в 2006 г. Первые результаты расчетов по упрощенным моделям были опубликованы в работе [5], где приводилось также тестирование сравнением результатов с другими программами.

Астрелин Виталий Тимофеевич, ст. научн. сотрудник.
Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера СО РАН.
Россия, 630090, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 11.
Тел.: (383) 3294924. E-mail: V.T.Astrelin@inp.nsk.su,

Статья поступила в редакцию 15 августа 2013 г.

© Астрелин В.Т., 2013

Затем модели совершенствовались и использовались для исследования реальных диодов, тестирования сравнением с экспериментом и разработки мощных источников электронных пучков большой длительности [6–8]. Параллельно выполнялись теоретические исследования эмиссионных процессов, включаемых в код [9, 10]. В настоящее время эта работа продолжается, хотя основные алгоритмы приобрели в кодах окончательный вид.

Краткое описание методов и моделей пакета

Пакет предназначен для решения двумерных стационарных задач формирования и транспортировки пучков заряженных частиц во внешних и собственных электрических и магнитных полях. В нем используется метод интегральных уравнений с вычислением потенциала и компонент напряженности поля через поверхностную и объемную плотность зарядов, с граничными условиями на поверхностях, описывающими электроды и диэлектрики, условия симметрии и периодичности для плоского и осесимметричного случаев. Пучки моделируются трубками тока переменного сечения с центральными траекториями, которые находятся по уравнениям движения в релятивистской форме относительно импульса с применением схемы Борнса. Вычисление объемного заряда и компонент тока пучка, а также электрических и магнитных полей ведется на прямоугольной кусочно-однородной сетке. Самосогласование решения проводится методом верхней релаксации либо по току, либо по объемному заряду и собственному магнитному полю пучка.

Вычисление формы каждой плазменной границы проводится смещением ее поверхности итерационным методом с целевой функцией, определяемой моделью плазмы. Такой функцией было условие на равенство плотности эмиссионного тока, подходящего к поверхности из плазмы и определяемого ее свойствами, и плотности тока, выходящего с поверхности плазмы в ускорительный зазор электронно-оптической системы (условие непрерывности).

Расчет ускорительных систем с газовым наполнением [2] в приближении «сильного электрического поля» сводится к учету рождения новых частиц при неупругих столкновениях заряженных и нейтральных частиц с молекулами газа. Используется модель «дерева реакций» с учетом процессов ударной ионизации, перезарядки, диссоциации, обдирки и т. д. с аналитической аппроксимацией почти всех известных сечений для водорода и экспериментальных сечений ионизации для кислорода и азота.

Алгоритмы расчета систем с плазменными электродами

Ниже мы рассмотрим только те алгоритмы, которые существенны для решения задач ПЭЭ. Приведем их краткую формулировку, основное содержание и недостатки.

1. Расчет эмиссии, ограниченной пространственным зарядом, с поверхности с заданным потенциалом, облучаемой сторонним потоком заряженных частиц.

2. Решение одномерной задачи Пуассона для диодного зазора, в котором присутствуют одновременно «холодные» электроны, эмитируемые с металлической поверхности и «горячие» ионы, влетающие в зазор через границу анодной плазмы с потоковой скоростью, направленной вдоль оси. На границе плазмы ставятся два граничных условия: на величину потенциала и на нормальную производную потенциала. Результаты используются для решения двумерной задачи с катодными и анодными плазменными эмиттерами.

3. Вычисление распределения эмиссионного тока по поверхности горячей плазмы, вытекающей через отверстие в металлической пластине конечной толщины в ускоряющий зазор для случаев изотропного и анизотропного углового распределения частиц в плазме по скоростям и при наличии направленной скорости потока плазмы. Учитывается обрезание потоков кромками отверстия.

4. Изменение формы поверхности плазмы для выполнения второго граничного условия на ней в двумерной задаче и ее сглаживание для устранения мелкомасштабных возмущений. В системе могут быть катодные и анодные эмиттеры.

Алгоритм № 1

Он представляет собой модифицированный «закон трех вторых» для плоского диода при наличии однородной фоновой плотности объемного заряда частиц со знаком, противоположным эмитируемым частицам [4]. Отличается от других алгоритмов тем, что плотность эмитируемого тока j корректируется итерационным методом так, чтобы электрическое поле на поверхности E_n приближалось к нулю. Фоновая плотность вычисляется из плотности полного объемного заряда γ вблизи эмиттера. Основные формулы алгоритма для эмитируемых частиц сорта a с начальной энергией e_0 и плотностью объемного заряда γ^a имеют вид:

$$j^a = A^a (\epsilon_0) \varphi^{3/2} / x^2 \cdot B(t),$$

$$B(t) = 9 \left[\arcsin(\sqrt{t}) - \sqrt{t(1-t)} \right] / 4t^3,$$

$$\Delta j^a = j^a \cdot (E_n x / \varphi)^2,$$

где $t = 0.5(\rho^\alpha - \rho) / \rho^\alpha$, j , γ и γ^a берутся в точке, отстоящей на расстоянии x по нормали от начала траектории на поверхности эмиттера, A^a (ϵ_0) — коэффициент, учитывающий начальную энергию эмитируемых частиц ϵ_0 .

Недостатки алгоритма: сходимость заметно ухудшается, если фоновая плотность объемного заряда неоднородна или если в двумерном случае радиус кривизны поверхности сопоставим с расстоянием x до точки вычисления параметров эмитируемого потока. Однако и в этом случае корректировка тока позволяет уточнить результат.

Алгоритм № 2

Находим распределение потенциала $U(x) < 0$ вблизи поверхности анодной плазмы, используя модель «тонкой» границы плазмы с давлением

$$x(U, j) = \int_0^U \frac{d\varphi}{\sqrt{8\pi} \cdot \sqrt{\frac{E^2}{8\pi} - \rho\varphi + \frac{j \cdot \varphi \sqrt{m/2}}{\sqrt{\epsilon_0} - q\varphi} + \frac{j\sqrt{2m}}{q} (\sqrt{\epsilon_0 - q\varphi} - \sqrt{\epsilon_0})}}$$

Недостатки алгоритма: модель «тонкой» границы плазмы не позволяет получить распределение потенциала в области «тройной точки», где граница плазмы сближается с поверхностью электрода и где структура ускоряющего поля важна для вычисления характеристик периферии пучка, так называемого «галло».

Алгоритм № 3

Он учитывает обрезание функции распределения по углам для частиц, вылетающих через от-

электронов nT , сдерживаемым давлением электрического поля $nT = E^2/8\pi$ на ее поверхности [9]. Здесь потенциал плазмы $U(x=0) = 0$, m , q , ϵ_0 , j — масса, заряд, кинетическая энергия и плотность тока ионов, $\gamma = \gamma_e + \gamma_i$ — плотность заряда, причем принимается $\gamma_e = \text{const}$. Решение одномерного уравнения Пуассона по формуле (1) позволяет связать распределение потенциала $U(x)$ вблизи поверхности плазмы с плотностью тока эмиссии при заданных значениях ϵ_0 , E и γ_e . В двумерной задаче оно используется для вычисления плотности эмитируемого ионного тока j и последующего нахождения такой формы поверхности плазмы, при которой вычисленная плотность тока равна задаваемой пользователем функции, зависящей от свойств плазмы и профиля входного отверстия в анодном электроде. Аналогичное решение применяется и для катодной плазмы.

верстие в металлическом электроде из плазмы, в баллистическом приближении [6]. Отсюда находится распределение по поверхности плазмы вектора плотности тока, используемое далее для вычисления формы поверхности плазмы и решения полной задачи моделирования ЭОС. Для анизотропной функции распределения частиц плазмы с направленной энергией ϵ_0 , продольной температурой T_{\parallel} и поперечной T_{\perp} выражение для нормальной компоненты плотности тока j_n имеет вид:

$$\begin{aligned} j_n = & \frac{2}{T_{\perp} \sqrt{T_{\parallel}} \left[\sqrt{\pi T_{\parallel}} \exp(-\epsilon_0 / T_{\parallel}) + \pi \sqrt{\epsilon_0} (1 + \Phi(\sqrt{\epsilon_0} / T_{\parallel})) \right]} \times \\ & \times \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} d\varphi \int_0^{\theta_{\max}} d\theta \sin \theta \cdot (n_R \cos \varphi \cdot \sin \theta + n_Z \cos \theta) \times \\ & \times \int_0^{\infty} \exp\left(-E \sin^2 \theta / T_{\perp} - (\sqrt{E} \cos \theta - \sqrt{\epsilon_0})^2 / T_{\parallel}\right) \cdot E dE \end{aligned}$$

Здесь $j_{0\parallel}$ — невозмущенная плотность тока вдоль оси, φ_{\max} — угол, под которым в плоскости угла $j = \text{const}$ виден край диафрагмы, обрезающий поток частиц (см. рис.1), n_R , n_Z — компоненты вектора нормали \mathbf{n} (n_R , n_Z) к поверхности плазмы в точке эмиссии \mathbf{r} (r ; z). Величина $j_{0\parallel}$ может быть получена

из решения уравнения (1), где она обозначена как j . Далее плотность тока $j_n(\mathbf{r})$ используется при вычислении формы поверхности плазмы.

Приведем также выражения для плотности тока для случая изотропной функции распределения частиц плазмы:

$$j_n = -\frac{j_{0\parallel}}{\pi} \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} d\varphi \left[n_R \cos \varphi \cdot (\sin 2\theta_{\max} / 2 - \theta_{\max}) + n_Z (1 - \cos 2\theta_{\max}) / 2 \right]$$

и для случая анизотропной азимутально-симметричной функции распределения произвольного вида $f(V_{\perp}, V_{\parallel})$:

$$j_n = - \int_{\Omega, V} (n_R V_{\perp} \cos \varphi + n_z V_z) \cdot f(V_{\perp}, V_z) \cdot d\varphi \cdot V_{\perp} dV_{\perp} \cdot dV_z =$$

$$= -2 \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} d\varphi \int_0^{\theta_{\max}} \sin \theta \cdot d\theta \cdot [n_R \sin \theta \cdot \cos \varphi + n_z \cos \theta] \cdot \int_0^{\infty} f(V \sin \theta, V \cos \theta) \cdot V^3 dV$$

Пределы интегрирования по углам в этих выражениях приведены ниже

$$\varphi_{\min} = \begin{cases} \arcsin(R_0 / r), & r > R_0 \\ 0, & r \leq R_0 \end{cases}$$

$$\varphi_{\max} = \begin{cases} \arctg(\sqrt{R_0^2 - y_0^2} / (r - y_0)), & y_0 > -R_0 \\ \pi, & y_0 \leq -R_0 \end{cases}, \quad y_0 = \left(\frac{dr}{dz}\right)_r (z_0 - z) + r$$

$$\theta_m(\varphi) = \begin{cases} \arctg[\sqrt{1 + tg^2 \varphi} / |(dr/dz)_r|], & y_0 > -R_0 \\ \theta_m^{(1)}, & y_0 \leq -R_0 \end{cases}$$

$$\theta_m^{(1)}(\varphi) = \begin{cases} \arctg\left[\frac{r}{z - z_0} \left(-\cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + (R_0^2 - r^2) / (z - z_0)^2}\right)\right], & z > z_0 \\ \pi / 2, & z \leq z_0 \end{cases}$$

Здесь первое и четвертое выражения соответствуют ограничению тока краями диафрагмы, а второе и третье — уменьшению телесного угла за счет наклона поверхности плазмы к плоскости диафрагмы. Обозначения в формулах соответствуют приведенным на рис.1.

Недостатки алгоритма: он неприменим для расчета плотности тока в магнитном поле, когда длина свободного пробега или ларморовский радиус ускоряемых частиц меньше или сравнимы с размерами отверстия. В нем также не учитывается перераспределение потоков под действием поперечных электрических полей в плазме, включая поля между плазмой и электродами, и процессы рекомбинации и ионизации в плазме.

Алгоритм № 4

Вычисление формы эмитирующей плазменной границы проводится пошаговым методом [3, 5]. Поверхность плазмы описывается набором точек с однородно распределенными поперечными координатами r_k и изменяемыми продольными координатами z_k , k — номер точки, $1 \leq k \leq k_{\max}$. Форма границы восстанавливается по этим точкам кубичным сплайном. Изменение координат z_k для достижения плотности тока $j_{0n}(\mathbf{r}_k)$, определяемой параметрами эмитирующей плазмы, на каждом шаге ведется следующим образом. Сначала мы решаем самосогласованную задачу с исходными границами плазмы с заданными потенциалами,

на которых для каждой траектории мы вычисляем плотность тока $j_n(\mathbf{r})$, при которой выполняется второе граничное условие на поверхности. Затем мы находим величины частичных сдвигов из токов траекторий

$$\Delta z(\mathbf{r}) = -\alpha \times d \times [j_n(\mathbf{r}) - j_{0n}] / j_{0n},$$

где d — характерный размер катод-анодного зазора, $|\alpha| \ll 1$ — коэффициенты, которые управляют величиной сдвигов и имеют знаки, определяемые положением эмиттеров относительно диодного зазора. Сдвиги используются для изменения коор-

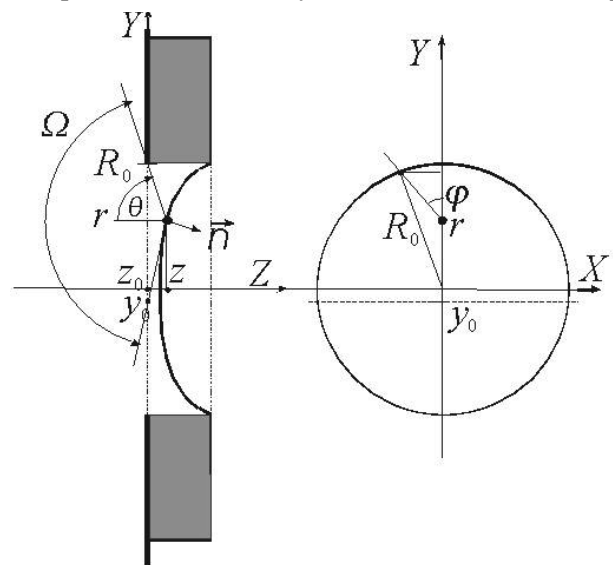


Рис. 1. Эмиссионная апертура в анфас и профиль. Плазма — слева

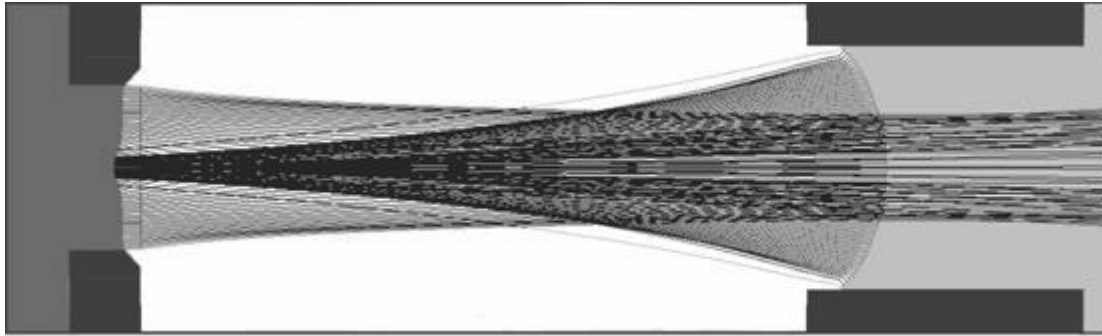


Рис. 2. Траектории электронов и ионов в диодной ячейке. Катод слева, анод справа.

динат узлов поверхности z_k и z_{k+1} , прилегающих к стартовым точкам \mathbf{r} траекторий, за исключением крайних точек поверхности, для которых могут быть особые алгоритмы. Изменения пропорциональны сдвигам $Dz(\mathbf{r})$ и обратным расстояниям от \mathbf{r} до точек \mathbf{r}_k и \mathbf{r}_{k+1} , аналогично «правилу рычага».

После смещения проводится сглаживание мелкомасштабных неоднородностей плазменной границы, которое необходимо для подавления численных неустойчивостей $z_{k+1} = (1-2b) \cdot z_{k+1} + b \cdot (z_{k-1} + z_{k+1})$, где параметр $0 < b \ll 1$ задает степень сглаживания.

Операции решения самосогласованной задачи, сдвига и сглаживания повторяются, пока условие $j_n(\mathbf{r}) = j_{0n}$ не будет выполнено с заданной точностью.

Недостатки алгоритма: одномерность смещения точек границы, не позволяющая изменять поперечные размеры эмитирующей поверхности плазмы и дающая низкую точность аппроксимации участка поверхности плазмы, вытянутого вдоль оси z . Кроме того, процедура сглаживания неоднородностей поверхности эквивалентна введению сил поверхностного натяжения, которых в реальной плазме нет. Это означает, что при решении нужно использовать минимально необходимые значения параметра b , при которых критерий $j_n(\mathbf{r}) = j_{0n}$ будет достигаться без счетных неустойчивостей.

Проблемы при решении задач ПЭЭ

Основные сложности при моделировании источников пучков с плазменными электродами связаны с плохой сходимостью итерационного процесса при установлении формы плазменных поверхностей и требованием вычисления электрических полей и потенциалов в области эмиссии с высокой точностью. Это вызвано, в частности, сильным влиянием формы поверхностей ЭОС на структуру полей и эмитируемых потоков в системе, которые, в свою очередь, своим пространственным зарядом влияют на форму плазменных поверхностей. Как пример такого влияния на рис.2 приведем результат моделирования одной ячейки мультиапертурного диода во внеш-

нем магнитном поле 500 Гс с катодным и анодным плазменными эмиттерами. Параметры модели: напряжение 100 кВ, диодный зазор 12 мм, диаметры катодной и анодной апертур — $D_{\text{кат}} = 3$ мм, $D_{\text{ан}} = 4,4$ мм. Плотности токов, плотность плазмы и температуры компонент: $j_e \sim 60$ А/см², $n_{\text{кат}} \sim 2 \cdot 10^{13}$ см⁻³, $T_i = 5$ эВ для катодной и $j_i \sim 1$ А/см², $n_{\text{ан}} \sim 8 \cdot 10^{11}$ см⁻³, $T_e = 1$ кэВ для анодной плазмы, $e_0 = 7$ кэВ — направленная энергия ионов. Потенциалы поверхности плазмы приняты равными потенциалам соответствующих электродов. Видно, как деформирована поверхность катодной плазмы объемным зарядом ионов. Тем не менее, достигнута угловая расходимость скоростей электронов пучка меньше 0,07 рад, причем максимальные питч-углы набирают электроны, эмитированные из деформированной центральной части поверхности катодной плазмы.

Заключение

Приведено описание и характеристики основных алгоритмов, используемых вычислительным кодом POISSON-2 при решении задач электронной и ионной оптики в системах с плазменными электродами. Они позволяют проводить численное моделирование реальных систем, предназначенных для получения мощных электронных и ионных пучков большой длительности. Алгоритмы используют приближенное описание плазмы, не учитывающее многих физических явлений и требующее дальнейших уточнений. Возможными путями дальнейшего развития разрабатываемых численных моделей может быть создание комплексной модели, сочетающей прямое численное решение системы двумерных уравнений Максвелла—Власова для эмитирующей плазмы с траекторным анализом рассматриваемых ускорительных систем, либо сочетание имеющихся алгоритмов с результатами теоретического анализа плазменных областей, что уже частично реализовано.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант 14.В37.21.0750), РФФИ (грант № 13–08–01064), СО РАН (интеграционный междисциплинарный

проект № 104), Президиума РАН (Программа № 12).

Литература

1. Астрелин В.Т., Иванов В.Я. // Автометрия. 1980. Т. 3. С. 92.
2. Астрелин В.Т., Иванов В.Я. // Автометрия. 1982. Т. 4. С. 87.
3. Астрелин В.Т., Иванов В.Я. // Сборник «Методы расчета электронно-оптических систем, труды IV Все-союзного семинара». Новосибирск. 1982. С. 10.
4. Астрелин В.Т., Иванов В.Я. Итерационный алгоритм определения плотности тока, ограниченного пространственным зарядом. Препринт ИЯФ, 87–133, Новосибирск, 1987.
5. Astrelin V., Burdakov A., Derevyankin G., et al. // Proceedings of 15th International Symposium on High Current Electronics. Tomsk. 2008. P. 11.
6. Астрелин В.Т., Бурдаков А.В., Деревянкин Г.Е. и др. // Труды III международного Крейнделевского семинара «Плазменная эмиссионная электроника». Улан-Удэ. 2009. С. 74.
7. Astrelin V.T., Burdakov A.V., Grigoriev S.V., et al. // Proceedings of 16th International Symposium on High Current Electronics. Tomsk. 2010. P. 15.
8. Astrelin V.T., Burdakov A.V., Kandaurov I.V., et al. // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55. № 10–3. С. 30.
9. Астрелин В.Т., Карпов И.В. // Труды 4-го международного Крейнделевского семинара «Плазменная эмиссионная электроника». Улан-Удэ. 2012. С. 74.
10. Астрелин В.Т., Карпов И.В. // Труды 4-го международного Крейнделевского семинара «Плазменная эмиссионная электроника». Улан-Удэ. 2012. С. 88.

Features of solving the plasma emission electronics problems in CAD POISSON-2

V.T. Astrelin

Budker Institute of Nuclear Physics, SB RAS
11 Acad. Lavrentiev av., Novosibirsk, 630090, Russia
E-mail: V.T.Astrelin@inp.nsk.su

In a frame of the computer code POISSON-2 the numerical algorithms for simulation of two-dimensional accelerator systems using a solid-state elements (electrodes, solid emitters and dielectrics) and plasma emitters of charged particles that form the stationary beams of electrons and ions, are considered. The analytical solutions of some particular problems used in the algorithms are presented. A brief description of the CAD, intended for solution of two-dimensional stationary self-consistent problems with high-current relativistic electron and ion beams is given.

ACS: 01.30.Cc, 02.60.Cb, 07.05.Tp, 41.85.— p

Keywords: Electron beam, numerical simulation, emission, plasma emitter, EOS

Bibliography — 10 references

Received August 15, 2013