

УДК 621.387.143

Расчет параметров электродуговой плазмы в канале плазмотрона

К.А. Корсунов

Рассмотрено решение системы уравнений, описывающих взаимодействие электрической дуги с потоком газа и стенкой разрядного канала в условиях турбулентного теплообмена в линейных плазмотронах. Полученные аналитические зависимости позволяют рассчитывать характеристики дуговой плазмы в канале плазмотрона в зависимости от физических свойств газа, тока дуги и изменения расхода плазмообразующего газа по длине разрядного канала.

PACS: 52.75.Hn

Ключевые слова: электрическая дуга, плазмотрон, турбулентный поток, характеристики, аналитические зависимости.

Введение

В современном промышленном производстве объективно назрела необходимость разработки принципиально новых подходов к созданию оборудования для металлургической, химической, топливно-энергетической и других отраслях промышленности. Целесообразность разработки новых технологических решений стало очевидным, так как современное состояние традиционных процессов и их дальнейшее совершенствование оказались исчерпанными. Мощные промышленные агрегаты — электротехнологические установки, химико-технологическое оборудование, котлоагрегаты и др., имеют повышенную металлоемкость, низкий показатель по глубине переработки исходного сырья, многостадийность и энергоемкость. Положение усугубляется повсеместным истощением запасов качественного сырья и необходимостью вовлечения в переработку низкосортных руд и углей. Кроме того, в районах размещения металлургических, химических и энергетических предприятий сложилась крайне тяжелая экологическая обстановка.

Одним из путей решения перечисленных проблем является применение низкотемпературной плазмы в промышленных масштабах. В большинстве технологических процессов и процессов обработки материалов чаще всего применяются электродуговые линейные плазмотроны, которые по сравнению с плазмотронами других схем обла-

дают простотой конструкции; сравнительно большим ресурсом работы электродов, исчисляемым сотнями часов; возможностью регулирования мощности разряда не только изменением силы тока дуги, но и за счет напряжения. Тем не менее, в теоретическом анализе работы электродуговых плазмотронов остается еще значительное число проблем, что препятствует дальнейшему повышению эффективности работы указанных устройств.

Целью данной работы является получение аналитических зависимостей для оценки и расчета параметров электродуговой плазмы в канале плазмотрона в условиях турбулентного теплообмена на основе линеаризованного уравнения энергии.

Анализ известных методов расчета параметров дуговой плазмы

В электродуговых плазмотронах ионизованная часть газа образуется в приосевой части разрядного канала (столб дуги), а относительно холодная часть газа создает газовую завесу между стенкой канала и дуговым столбом. Между этими областями (проводящей и непроводящей) происходит сложный тепло- и массообмен. Прохождение электрического тока в области столба дуги обуславливает джоулево тепловыделение, а перенос тепла осуществляется теплопроводностью, излучением и конвекцией. Поэтому постановка корректной задачи в этом случае и решение её сопряжено с множеством математических трудностей. Следует также учитывать, что сложные решения не всегда находят применение в инженерной практике при проектировании электродуговых плазмотронов.

В большинстве электродуговых плазмотронов промышленного типа течение газа в канале

Корсунов Константин Анатольевич, зав. кафедрой. Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля. Украина 91043, г. Луганск, кв. Молодежный, 20-а. Тел.: (0642) –50–08–29. E-mail: korsunof@mail.ru

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2013 г.

© Корсунов К.А., 2013

является турбулентным (числа Рейнольдса $Re > 10^4$), что приводит к необходимости расчета параметров дуговой плазмы с учетом турбулентного теплообмена между дугой, нагреваемым газом и стенкой разрядного канала. Возможности метода прямого численного моделирования турбулентных течений (Direct Numerical Simulation, DNS) на сегодняшний день ограничены расчетами модельных задач в упрощенной геометрии. В современных методах численных расчетов наибольшее распространение получил метод осреднения по Рейнольдсу (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS модели), в которых для определения описываются поведение осредненных характеристик турбулентного течения, если в качестве коэффициентов вязкости и теплопроводности берутся эффективные значения, равные сумме молекулярной и турбулентной вязкости и теплопроводности, соответственно:

$$\bar{\mu} = \mu + \mu_T, \quad \bar{\lambda} = \lambda + \lambda_T. \quad (1)$$

Для определения μ_T и λ_T существуют полуэмпирические алгебраические модели турбулентности (модель пути смешения Прандтля, модели Рейхардта, Дайслера и др.) или более сложные многопараметрические модели [1–4]. Так, например, в работе [5] используется модель смешения Прандтля для расчета параметров дуговой плазмы в приосевой области и модель Дайслера — для расчета в пристеночной области. Двухпараметрическая ($k-\epsilon$ модель Лаундера-Джонса также применяется достаточно широко, например, в [6, 7] и др. В то же время при описании закрученных течений ($k-\epsilon$)-модель может давать некорректные результаты. В ряде работ, посвященных моделированию турбулентных течений в электродуговых плазмотронах, для устранения недостатков, свойственных ($k-\epsilon$)-модели, в пристеночной области она заменялась другими моделям, например, в работе [8] применялась модель Прандтля с последующей сшивкой моделей. В ($k-\omega$)-модели турбулентности вместо уравнения для диссипации энергии используется уравнение для турбулентной частоты ω . Данное уравнение имеет существенные преимущества около поверхности стенки и более точно предсказывает масштаб турбулентности в потоках с большими градиентами давления. В связи с этим в [9] был предложен подход, позволивший объединить ($k-\epsilon$) — и ($k-\omega$)-модели турбулентности, используя каждую из них там, где она оказывается более целесообразной, а именно, ($k-\epsilon$)-модель — в области развитого турбулентного потока, ($k-\omega$)-модель — в пристеночной области. В настоящее время исследования в области моделирования турбулентных течений

привели к разработке целого ряда более сложных методов расчета турбулентных течений, таких как LES (Large Eddy Simulation) [10] и DES (Detached Eddy Simulation) [11] методы и др. Однако усложнение моделей турбулентности приводит, в свою очередь, к повышению требований к вычислительным ресурсам, и их применение в инженерных расчетах становится проблематичным из-за больших вычислительных затрат, как это отражено в табл. 1.

Таблица 1

Вычислительные ресурсы различных подходов к моделированию турбулентных течений [12]

Метод	Необх. число узлов сетки	Необх. число шагов по врем.
3D Steady RANS	10^7	10^3
3D Unsteady RANS	10^7	$10^{3,5}$
DES	10^8	10^4
LES	$10^{11,5}$	$10^{6,7}$
DNS	10^{16}	$10^{7,7}$

В связи с этим представляет интерес развитие аналитических методов расчета, которые не требуют больших вычислительных затрат. Существующие аналитические решения задачи основаны на различных упрощающих предположениях. Так, в «канальной» модели турбулентной дуги, предложенной в [13], принято, что дуга располагается в ядре потока и ее проникновение в ламинарный подслой затруднено, следовательно, граница ламинарного подслоя может служить границей зоны возможных положений дуги в процессе ее турбулентных пульсаций. Толщина ламинарного подслоя определяется из критерия его устойчивости. В ядре потока градиенты скорости и температуры принимаются равными нулю, а в ламинарном подслое — постоянными. Совершенно противоположное предположение используется в модели, основанной на двухрежимном представлении течения в канале плазмотрон [14, 15], в которой рассматриваются дуга в ламинарном потоке и прилегающий к нему турбулентный пограничный слой. Теоретические исследования электрической дуги в турбулентном потоке газа, основанные на применении линеаризованного уравнения энергии, выполнены в работах [16, 17]. Еще одна возможность получения численно-аналитических решений заключается в использовании струйных моделей. В основе этих моделей лежит предположение об аналогии между распространением турбулентной неизотермической газовой струи в спутном потоке и развитием дуги, стабилизированной газовым потоком в цилиндрическом канале. В отличие от рассмотренных выше моделей, в данном случае изменение поперечного размера

столба дуги на начальном участке и радиальные профили скорости принимаются подобными профилям энтальпии, и берутся такими же, как и для турбулентных струй [18].

Постановка задачи

Как уже было сказано, целью данной работы является получение аналитических зависимостей для оценки и расчета параметров электродуговой плазмы в канале плазмотрона в условиях турбулентного теплообмена на основе линеаризованного уравнения энергии. Принятые и используемые в работе обозначения приведены в конце статьи в разделе Приложение.

В работах [1–4] проанализированы физические процессы в разрядном канале плазмотрона и показано, что в уравнении сохранения энергии можно пренебречь вязкой диссипацией энергии, изменением кинетической энергии газа и переносом тепла в направлении оси за счет теплопроводности по сравнению с конвективным переносом энергии, подводимым джоулевым теплом и переносом тепла в радиальном направлении за счет теплопроводности и конвекции. В длинных электрических дугах, стабилизированных в канале с потоком газа, также можно пренебречь джоулевой диссипацией энергии за счет радиальной составляющей плотности тока по сравнению с величиной IU . В области положительного столба изменение осевой составляющей вектора плотности потока массы по сечению незначительно и в первом приближении им можно пренебречь. Однако вдоль по потоку ρV_z может существенно меняться. Для математического описания физических процессов в столбе дуги, расположенной в цилиндрическом разрядном канале плазмотрона, примем следующие допущения:

- рассматриваемая физическая система обладает цилиндрической симметрией;
- электродуговая плазма столба дуги находится в состоянии локального термодинамического равновесия, а выход собственного объемного излучения плазмы рассматриваем в приближении оптически тонкого слоя;
- пренебрегаем работой сил статического давления и вязкого трения, переносом тепла в направлении оси канала за счет теплопроводности по сравнению с джоулевой диссипацией энергии, переносом тепла в радиальном направлении, конвективным теплопереносом и излучением;
- режим течения газа — турбулентный, внешние магнитные поля отсутствуют;
- величина тока не меняется по длине разрядного канала, т.е. $I = const$.

С целью устранения нелинейности уравнения энергии по теплопроводности введем функцию теплопроводности (тепловой потенциал):

$$S = \int_0^T \chi(T) dT.$$

Применим метод линеаризации зависимости электропроводности дуговой плазмы $\sigma = \sigma(S)$ по Меккеру, т.е. объем разрядного канала разбиваем на две области (рис. 1.): электропроводящую, в которой $\sigma = \sigma_S(S - S_*)$ при $S > S_*$, и область, примыкающую к стенке канала, в которой $\sigma = 0$ при $S \leq S_*$ [3]. Таким образом, электропроводность, удельную энтальпию и излучательную способность плазмы представим в виде: $\sigma = \sigma_S S_I$, $i = i_* + i_S S_I$, $4\pi W_r = W_{r,S} S_I$, где $S_I = S - S_*$, i_* и S_* — значения энтальпии и функции теплопроводности на границе электропроводящей области. В связи с тем, что величины i , σ и W_r значительно сильнее зависят от температуры, чем от давления, и изменение давления вдоль разрядного канала незначительно, в уравнениях величины i , σ и W_r могут быть представлены в виде функций от S_I . При этом давление входит в уравнения как параметр. Такой подход позволяет линеаризовать зависимости i , σ и W_r от S_I в области столба дуги и обеспечить хорошую точность расчета характеристик цилиндрической дуги в канале с потоком газа.

Отметим, что в канале плазмотрона имеется начальный ламинарный участок, примыкающий к катоду, на котором происходит достаточно быстрое увеличение радиуса положительного столба дуги. Для расчета длины начального участка известны обобщенные зависимости, приведенные, например, в [1, 2]. Однако наличие в канале плазмотрона ряда интенсифицирующих факторов, таких как распределенный вдув газа, локальные возмущения течения газа и др., приводит к существенному сокращению длины начального участка.

Предполагая, что турбулентность носит гидродинамический характер, (это справедливо

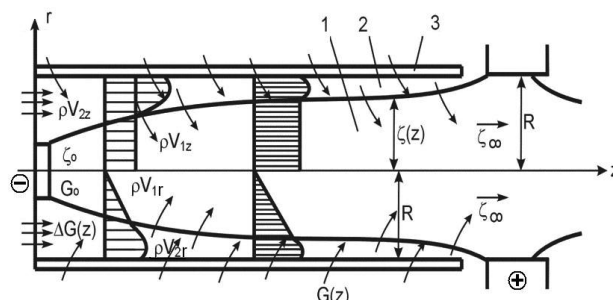


Рис. 1. Схема структуры дуги и полей потоков массы в канале плазмотрона: 1 — проводящая область; 2 — непроводящая область; 3 — стенка разрядного канала

в отношении газов с большими относительными молекулярными массами, таких как воздух, аргон, азот и др.) и используя гипотезу Буссинеска (модель турбулентной вязкости), для осредненных

по времени значений удельной энтальпии и скорости течения электродуговой плазмы в электропроводящей области разрядного канала получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\rho_1 \bar{V}_{1z} i_s}{l} \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \bar{z}} + \frac{\rho_1 \bar{V}_{1r} i_s}{R} \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \bar{r}} - \frac{1}{R^2 \bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r} \frac{\chi_T i_s}{c_p} \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \bar{r}} \right] = \frac{1}{R^2 \bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r} \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \bar{r}} \right] + \sigma_s \bar{E}^2 \bar{S}_I - W_{rs} \bar{S}_I \quad (2)$$

$$\frac{1}{l} \frac{\partial (\rho_1 \bar{V}_{1z})}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{R \bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{r} \rho_1 \bar{V}_{1r}) = 0, \quad (3)$$

$$I = 2\pi R^2 \sigma_s \bar{E} \int_0^{\bar{\zeta}} \bar{S}_I \bar{r} d\bar{r}. \quad (4)$$

Система уравнений (2) — (4) решается при начальных и граничных условиях:

$$\bar{S}_I(\bar{r}, 0) = \varphi(\bar{r}), \quad \bar{S}_I(\bar{\zeta}, \bar{z}) = 0, \quad \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \bar{r}}(0, \bar{z}) = 0,$$

$$\rho_1 \bar{V}_{1r}(0, \bar{z}) = 0, \quad \rho_1 \bar{V}_{1z} = \frac{G_0 \alpha(\bar{z})}{\pi R^2 \bar{\zeta}^2} \quad (5)$$

На границе раздела областей необходимо выполнение условия равенства тепловых потоков, т. е.

$$\left. \frac{\partial S_I}{\partial r} \right|_{r=\zeta-0} = \left. \frac{\partial S_{II}}{\partial r} \right|_{r=\zeta+0}. \quad (6)$$

Получение решений

В соответствии с результатами работ [3, 19], в качестве $\alpha(\bar{z})$ примем функцию $\alpha(\bar{z}) = 1 + k\bar{z}$. В зависимости от величины и знака k и характера изменения $\bar{\zeta}$ функция $\alpha(\bar{z})$ может как возрастать, так и уменьшаться с ростом \bar{z} , т. е. $\alpha(\bar{z})$ описывает достаточно общий случай изменения плотности потока массы газа вдоль канала плазмотрона.

Считая, что радиус проводящей области изменяется вдоль канала достаточно медленно (т. е. принимая адиабатическое приближение), решение (3) имеет вид:

$$\rho_1 \bar{V}_{1r} = -\frac{G_0^* k}{2\pi R \bar{\zeta}^2} \bar{r}. \quad (7)$$

Учитывая (7), условие $\frac{\chi_T}{c_p} = const$ и вводя новые

переменные $\theta = \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}$, $\beta = \bar{z}$, уравнение (2) представим в виде:

$$\alpha(\beta) \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \beta} - \frac{kl\theta}{2} \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \theta} = \frac{a^2 + \tau^2}{\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\theta \frac{\partial \bar{S}_I}{\partial \theta} \right] + \bar{\zeta}^2 (c\bar{E}^2 - \Omega) \bar{S}_I, \quad (8)$$

где $a^2 = \frac{\pi l}{G_0^* i_s}$, $\tau^2 = \frac{a^2 \chi_T i_s}{c_p}$, $c = a^2 R^2 \sigma_s$, $\Omega = a^2 R^2 W_{rs}$.

Используя связь между турбулентной теплопроводностью и вязкостью $Pr_T = \frac{\mu_T c_p}{\chi_T}$, можно

показать, что условие $\frac{\chi_T}{\bar{n}_0} = const$ эквивалентно

условию $\mu_T = const$ при $Pr_T = 1$. Таким образом, в принятой модели электрической дуги в канале плазмотрона турбулентная вязкость μ_T определяется выражением:

$$\mu_T = const \text{ при } 0 < \bar{r} \leq \bar{\zeta},$$

$$\mu_T = 0 \text{ при } \bar{\zeta} < \bar{r} < 1.$$

Решение уравнения (8) находим методом разделения переменных. Полагая $\bar{S}_I(\theta, \beta) = \Phi(\theta) Y(\beta)$, после несложных преобразований получим:

$$\alpha(\beta) \frac{dY}{d\beta} = -\mu^2 (a^2 + \tau^2) Y + \bar{\zeta}^2 (c\bar{E}^2 - \Omega) Y, \quad (9)$$

$$\frac{1}{\theta} \frac{d}{d\theta} \left(\theta \frac{d\Phi}{d\theta} \right) + \frac{\xi \theta}{2} \frac{d\Phi}{d\theta} + \mu^2 \Phi = 0, \quad (10)$$

где $\xi = \frac{kl}{a^2 + \tau^2}$.

Решение (19) будет таким:

$$Y = Y_0 (1 + k\bar{z})^{-p} \exp \left[\int_0^{\bar{z}} \frac{\bar{\zeta}^2 (c\bar{E}^2 - \Omega)}{\alpha(\bar{z})} d\bar{z} \right], \quad (11)$$

где $p = \frac{\mu^2 (a^2 + \tau^2)}{kl}$.

Ограниченное при $\theta = 0$ решение уравнения (10) известно и приведено в работе [20]:

$$\Phi(\mu_n, \theta) = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} a_{2m}^n \theta^{2m}, \quad (12)$$

$$a_{2m}^n = (-1)^m \frac{\mu_n^2 (\mu_n^2 + \xi) (\mu_n^2 + 2\xi) \dots (\mu_n^2 + (m-1)\xi)}{2^{2m} (m!)^2}.$$

Здесь функции $\Phi_n \left(\mu_n, \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}} \right)$ являются собственными функциями дифференциального уравнения (16) и их свойства приведены в [20]; A_n — коэффициенты Фурье при разложении $\rho_1 \bar{V}_{1z} = \frac{G_0 \alpha(\bar{z})}{\pi R^2 \bar{\zeta}^2} \varphi(\theta)$ в ряд по функциям $\Phi_n \left(\mu_n, \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}} \right)$ в интервале $0 \leq \theta \leq 1$; μ_n — корни уравнения $\Phi_n(\mu_n, 1) = 0$.

Таким образом, решение (8) имеет вид:

$$\bar{S}_I(\bar{r}, \bar{z}) = \exp \left[\int_0^{\bar{z}} \frac{\bar{\zeta}^2 (c\bar{E}^2 - \Omega)}{\alpha(\bar{z})} d\bar{z} \right] \sum_{n=1}^{\infty} A_n (1 + k\bar{z})^{-p_n} \Phi_n \left(\mu_n, \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}} \right), \quad (13)$$

где $p_n = \frac{\mu_n^2 (a^2 + \tau^2)}{kl}$.

Формула (13) представляет собой решение уравнения (8) для произвольного закона изменения \bar{E} , которое удовлетворяет условиям данной задачи и находится из (4) и (13). Подстановка второго уравнения в первое позволяет найти зависимость $\bar{E}(\bar{z})$:

$$\bar{E}(\bar{z}) = \frac{I}{F(\bar{z})} \left[4\pi^2 R^4 \sigma_s^2 + 2cI^2 \varepsilon(\bar{z}) \right]^{-0.5}, \quad (14)$$

где $F(\bar{z}) = \exp \left[-\int_0^{\bar{z}} \frac{\bar{\zeta}^2 \Omega}{\alpha(\bar{z})} d\bar{z} \right] \sum_{n=1}^{\infty} A_n \bar{\zeta}^2 \gamma_n (1 + k\bar{z})^{-p_n}$, $\gamma_n = \int_0^1 \Phi_n(\mu_n, \theta) \theta d\theta$, $\varepsilon(\bar{z}) = \int_0^{\bar{z}} \frac{\bar{\zeta}^2}{\alpha(\bar{z}) F^2(\bar{z})} d\bar{z}$.

С учетом (13) и (14) получаем для распределения функции теплопроводности в проводящей области следующую формулу:

$$\bar{S}_I(\bar{r}, \bar{z}) = \frac{I}{2\pi R^2 \sigma_s \bar{E}(\bar{z}) F_1(\bar{z})} \sum_{n=1}^{\infty} A_n (1 + k\bar{z})^{-p_n} \Phi_n \left(\mu_n, \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}} \right), \quad (15)$$

где $F_1(\bar{z}) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \bar{\zeta}^2 \gamma_n (1 + k\bar{z})^{-p_n}$.

Определение радиуса проводящей области

Количественно условие адиабатического изменения радиуса проводящей области сформулируем в виде требования, чтобы относительное изменение радиуса $\bar{\zeta}$ было малым на длине, равной радиусу разрядного канала:

$$R \frac{d \ln \bar{\zeta}}{d\bar{z}} \ll 1. \quad (16)$$

Если условие (16) не выполняется, т.е. изменение $\bar{\zeta}$ происходит достаточно быстро, то можно

считать, что дуга быстро развивается и $\bar{\zeta} = \bar{\zeta}_{\infty}$. Для расчета радиуса электропроводящей области $\bar{\zeta}_{\infty}$ на предельном участке канала плазматрона воспользуемся равенством тепловых потоков на границе проводящей и непроводящей областей. В [20] приведено приближенное решение $S_{II}(\theta)$ для функции теплопроводности в непроводящей области при отсутствии в ней турбулентных пульсаций (т.е. непроводящая область рассматривается как зона ламинарного течения холодного пристеночного газа):

$$S_{II}(\theta) = \int_1^0 \frac{IE_\infty}{2\pi} \left(\frac{\xi}{\mu_1^2} - 1 \right) \exp \left[\frac{\xi}{4} (1 - \theta^2) \right] \frac{d\theta}{\theta}. \quad (17)$$

С учетом условия на стенке канала $S(1/\bar{\zeta}_\infty) = -S_*$ из (17) можно получить уравнение для $\bar{\zeta}_\infty$:

$$S_* = \frac{I\mu_1}{2\pi R \bar{\zeta}_\infty \sigma_s^{0,5}} \left(1 - \frac{\xi}{\mu_1^2} \right)^{1/\bar{\zeta}_\infty} \int_1^0 \exp \left[\frac{\xi}{4} (1 - \theta^2) \right] \frac{d\theta}{\theta}. \quad (18)$$

Результаты расчета $\bar{\zeta}_\infty$ приведены на рис. 2.

Другой подход к определению радиуса проводящей области заключается в использовании предположения, что граница ламинарного подслоя, примыкающего к стенке канала ограничивает зону возможных положений дуги в турбулентном потоке, т.е. дуга не проникает в область ламинарного подслоя. Такой подход использован Б.А. Урюковым при разработке «канальной модели» турбулентной дуги и, фактически, отождествляет ламинарный подслой с непроводящей ламинарной областью. В этом случае $\bar{\zeta}_\infty = 1 - \frac{\delta}{R}$. Для расчета толщины ламинарного подслоя δ воспользуемся критерием устойчивости ламинарного подслоя [13]:

$$\frac{\delta \sqrt{\tau_w \rho}}{\mu} = 11,5, \quad (19)$$

где все параметры берутся на границе ламинарного слоя при $T = T_*$, τ_w — напряжение трения на стенке канала, которое определяется с помощью закона Блазиуса:

$$\tilde{n}_{f0} = 0,08 \text{Re}_d^{-0,25}. \quad (20)$$

Следует отметить, что эти два подхода дают практически одинаковые результаты по определению $\bar{\zeta}_\infty$.

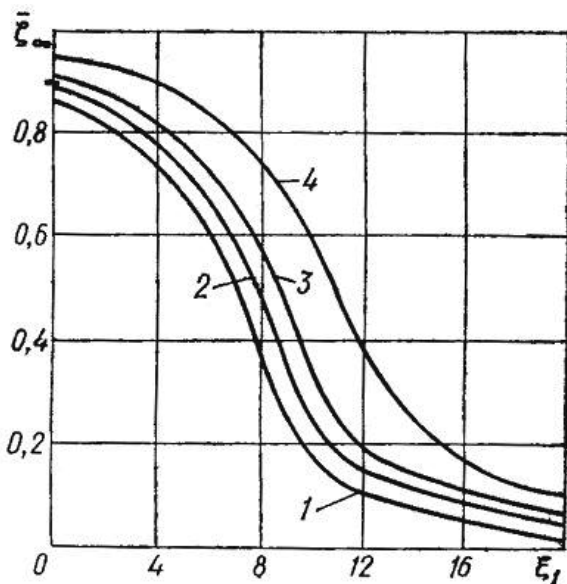


Рис. 2. Зависимость радиуса проводящей области $\bar{\zeta}_\infty$ от параметра вдува: 1 — $I = 90$; 2—140; 3—180; 4—220 А

При выполнении расчетов по полученным формулам необходимо найти зависимость $\bar{\zeta}(\bar{z})$. Поскольку практически невозможно получить аналитическое решение уравнения (6) для определения $\bar{\zeta}(\bar{z})$, то целесообразно найти приближенное решение, для чего воспользуемся вариационным методом нахождения минимума квадратичного функционала

$$\min \int_0^l F \left(z, \zeta(z), \frac{d\zeta(z)}{dz} \right) dz \quad (21)$$

на множестве допустимых функций $\zeta(z)$, удовлетворяющих граничным условиям

$$\zeta(0) = \zeta_0, \zeta(l) = \zeta_\infty. \quad (22)$$

Кроме того, при расчетах параметров дуговой плазмы в канале плазмотрона для задания $\bar{\zeta}(\bar{z})$ можно воспользоваться экспериментальными данными.

Полученные расчетные формулы

Таким образом, аналитические зависимости (14), (15) и (17) позволяют рассчитать основные электрические и тепловые характеристики электрической дуги в канале плазмотрона. Так, среднемассовое значение функции теплопроводности в электропроводящей области можно определить по формуле:

$$\bar{S}_{Icp}(\bar{z}) = \bar{S}_* + \frac{2\pi R^2}{G^*} \int_0^{\bar{z}} \rho \bar{V}_{1z} S_I(\bar{r}, \bar{z}) \bar{r} d\bar{r},$$

откуда с учетом выражения для $\rho \bar{V}_{1z}$ получим

$$\bar{S}_{Icp}(\bar{z}) = \bar{S}_* + \frac{I}{\pi R^2 \sigma_s \bar{\zeta}^2 \bar{E}}, \quad (23)$$

пространственное распределение и среднемассовое значение энтальпии электродуговой плазмы соответственно равны:

$$\bar{i}_I(\bar{r}, \bar{z}) = \bar{i}_* + i_s S_I(\bar{r}, \bar{z}) \quad (24)$$

$$\bar{i}_{Icp}(\bar{z}) = \bar{i}_* + \frac{i_s I}{\pi R^2 \sigma_s \bar{\zeta}^2 \bar{E}}. \quad (25)$$

Зная распределение энтальпии $\bar{i}_I(\bar{r}, \bar{z})$ с помощью таблиц термодинамических свойств дуговой плазмы, приведенных, например, в [3], можно перейти к распределению температуры $\bar{T}_I(\bar{r}, \bar{z})$. Поток тепла через поверхность единицы длины границы проводящей области равен

$$q_{*T}(\bar{z}) = -2\pi \bar{\zeta} \frac{\partial \bar{S}_I(\bar{\zeta}, \bar{z})}{\partial \bar{r}},$$

$$q_{*рад}(\bar{z}) = \frac{I(\bar{z}) \Psi_s}{\bar{E}(\bar{z}) \sigma_s},$$

$$q_*(\bar{z}) = q_{*д}(\bar{z}) + q_{*рад}(\bar{z}), \quad (26)$$

а потери, обусловленные турбулентной диссипацией энергии:

$$q_{*т}(\bar{z}) = -2\pi\bar{\zeta} \frac{\tau^2}{a^2} \frac{\partial \bar{S}_I(\bar{\zeta}, \bar{z})}{\partial \bar{r}}. \quad (27)$$

Местный КПД нагрева газа равен

$$\eta_m = 1 - \frac{q_*(\bar{z}) + q_{*т}(\bar{z})}{I\bar{E}(\bar{z})}. \quad (28)$$

Напряжение на дуге определяется выражением:

$$U = l \int_0^1 \bar{E} d\bar{z}. \quad (29)$$

Рассмотрим характеристики электрической дуги на предельном участке канала плазматрона. Используя зависимости (14) и (15), при условии $a^2\bar{z} \rightarrow \infty$ и $A_n = 0$ при $n > 1$ получим следующие соотношения для предельных значений \bar{E}_∞ и $\bar{S}_{I_\infty}(\bar{r})$:

$$\bar{E}_\infty = \sqrt{\frac{(a^2 + \tau^2)\mu_1^2 + \Omega\bar{\zeta}_\infty^2}{c\bar{\zeta}_\infty^2}}, \quad (30)$$

$$\int_0^{\bar{\zeta}} \frac{\rho_1 \bar{V}_{1z} i_s}{l} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{z}} 2\pi R^2 \bar{r} d\bar{r} + \int_0^{\bar{\zeta}} \frac{\rho_1 \bar{V}_{1r} i_s}{R} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} 2\pi R^2 \bar{r} d\bar{r} = \int_0^{\bar{\zeta}} \frac{1}{R^2 \bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} \right) 2\pi R^2 \bar{r} d\bar{r} +$$

$$+ \int_0^{\bar{\zeta}} \frac{1}{R^2 \bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\chi_T i_s}{c_p} \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} \right) 2\pi R^2 \bar{r} d\bar{r} + \int_0^{\bar{\zeta}} \frac{E^2 \bar{S}}{\sigma_s} 2\pi R^2 \bar{r} d\bar{r} - \int_0^{\bar{\zeta}} W_{rs} \bar{S} 2\pi R^2 \bar{r} d\bar{r} \quad (32)$$

После несложных преобразований уравнение (32) приводится к виду

$$\frac{i_s}{l} \frac{d(G^* \bar{S}_{cp})}{d\bar{z}} = IE - q - q_T - W_r, \quad (33)$$

где q , q_T и W_r — потери тепла через единичную длину дуги за счет теплопроводности, турбулентной диссипации энергии и излучения.

Полученное выражение представляет собой баланс энергии для участка дуги единичной длины: изменение среднемассовой энтальпии потока газа определяется тепловыми потерями за счет теплопроводности, излучения и турбулентной диссипации энергии и мощностью джоулева источника тепла. Энергия, приобретаемая потоком газа на единице длины столба в единицу времени, равна

$$\Theta = IE - q - q_T - W_r.$$

Из (23) следует

$$\frac{d\bar{E}}{d\bar{z}} = -\frac{\bar{E}}{\bar{\zeta}^2 \bar{S}_{cp}} \left(\bar{\zeta}^2 \frac{d\bar{S}_{cp}}{d\bar{z}} + 2\bar{S}_{cp} \bar{\zeta} \frac{d\bar{\zeta}}{d\bar{z}} \right). \quad (34)$$

Подстановка (33) в (34) дает

$$\frac{dE}{d\bar{z}} = -\frac{\bar{E}}{\bar{\zeta}^2 \bar{S}_{cp}} \left(\bar{\zeta}^2 l \frac{dG^*}{d\bar{z}} \Theta - \frac{\bar{\zeta}^2 \bar{S}_{cp}}{G^*} \frac{dG^*}{d\bar{z}} + 2\bar{S}_{cp} \bar{\zeta} \frac{d\bar{\zeta}}{d\bar{z}} \right). \quad (35)$$

Из (35) видно, что изменение напряженности электрического поля вдоль оси канала плазматрона определяется знаком величины Θ , а также характером ввода газа в канал плазматрона и изменением сечения столба дуги $\frac{d\bar{\zeta}}{d\bar{z}}$. Член $\frac{\bar{\zeta}^2 \bar{S}_{cp}}{G^*} \frac{dG^*}{d\bar{z}}$

$$\bar{S}_{I_\infty}(\bar{r}) = \frac{I\Phi_1\left(\mu_1, \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}\right)}{2\pi R^2 \sigma_s \bar{E}_\infty \bar{\zeta}_\infty^2 \gamma_1}, \quad (31)$$

Отметим, что полученные аналитические зависимости (14), (15), (30) и (31) при $\tau^2 = 0$ совпадают с формулами, описывающими электрическую дугу в ламинарном потоке газа [20].

Для оценки величины турбулентной вязкости μ_T можно воспользоваться аналитическими зависимостями, полученными в моделях Дайсслера и Райхардта [3]. Также можно воспользоваться экспериментальными данными для плазматронов с турбулентной дугой.

Анализ полученных решений

Из (15) и (23) видно, что распределение $\bar{E}(\bar{z})$ определяет эффективность нагрева газа в плазматроне. Рассмотрим характер изменения напряженности электрического поля $\bar{E}(\bar{z})$ по длине канала. Для этого воспользуемся уравнением сохранения энергии (2). Умножив это уравнение на $2\pi R^2 \bar{r} d\bar{r}$ и проинтегрировав от 0 до $\bar{\zeta}$, получим:

представляет собой энергию, затрачиваемую за единицу времени на нагрев газа, поступающего через боковую поверхность дуги. Если $\Theta - \frac{i_s}{l} \bar{S}_{cp} \frac{dG^*}{d\bar{z}} > 0$ при $\frac{d\bar{\zeta}}{d\bar{z}} = 0$, то с ростом \bar{z} газ про-

должна нагреваться и $\frac{d\bar{E}}{d\bar{z}} < 0$, т.е. напряженность поля уменьшается вдоль оси канала плазмотрона.

Однако, как следует из (35), на $\frac{d\bar{E}}{d\bar{z}}$ дополнительно влияет изменение сечения столба дуги. При быстром возрастании $\bar{\zeta}$, т.е. при $\frac{d\bar{\zeta}}{d\bar{z}} > 0$, с увеличением тока $E-I$ -характеристика является падающей. Такое явление имеет место при малых токах и больших диаметрах канала или при большом расходе газа. Если $\bar{\zeta}$ от тока не зависит, то $E-I$ -характеристика становится восходящей. Такая ситуация реализуется при больших токах, когда столб дуги практически полностью заполняет канал. Эти выводы согласуются с качественным описанием условий формирования возрастающей $E-I$ -характеристики в [1, 2]. Следует отметить, что при больших токах необходимо учитывать также изменение σ_s , способствующее формированию возрастающей $E-I$ -характеристики.

Сравнение расчетов с экспериментальными данными

Для сравнения приведенной теории с экспериментальными данными был выполнен расчет напряженности электрического поля в канале с распределенным расходом газа. В расчетных формулах принимались: рабочий газ — воздух, $i_s = 4080$ мЧ. Для сравнения приведенной теории с экспериментальными данными был выполнен расчет напряженности электрического поля в канале с распределенным расходом газа. В расчетных формулах принимались: рабочий газ — воздух, $i_s = 4080$ м·с·кг⁻¹, $\sigma_s = 0,267$ В⁻², $i_s = 6,96 \cdot 10^6$ Дж·кг⁻¹, $S_* = 1300$ Вт·м⁻¹, $W_{rs} = 12 \cdot 10^4$ м². Экспериментальные данные взяты из [2] для плазмотрона

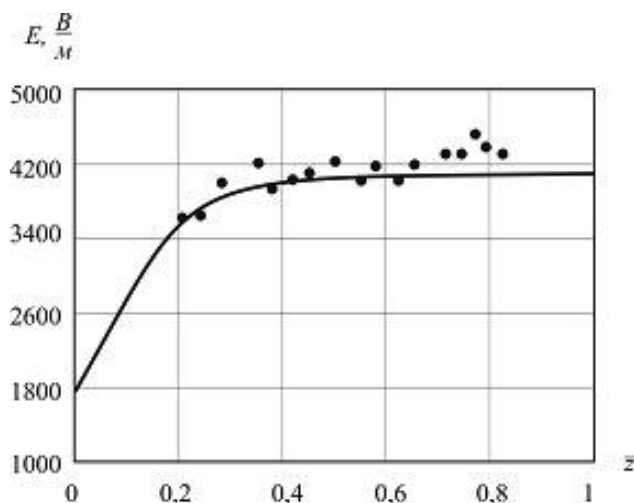


Рис. 3. Распределение напряженности электрического поля вдоль разрядного канала плазмотрона: $d = 0,02$ м, $I = 100$ А, $G = 26 \cdot 10^{-3}$ кг/с, $g_i = 0,1 \cdot 10^{-3}$ кг/с; сплошная линия — расчет по (20), точки — экспериментальные данные [2]

с длинной секционированной межэлектродной вставкой. Рост значений напряженности электрического поля в канале данного плазмотрона начался с сечения $z = 9 \cdot 10^{-2}$ м. Поэтому в качестве начального распределения функции теплопроводности принималось величина функции теплопроводности при $\tau^2 = 0$ в сечении $z = 9 \cdot 10^{-2}$ м. Как видно из рис. 3, имеется удовлетворительное согласие между расчетными и экспериментальными данными.

Заключение

Полученные аналитические зависимости позволяют выполнить оценку электрических и тепловых характеристик дуговой плазмы в канале электродуговых плазмотронов с учетом турбулентного теплообмена и могут быть использованы в инженерной практике при проектировании и усовершенствовании конструкций электродуговых плазмотронов.

Приложение

В работе приняты следующие обозначения.

R и l — радиус и длина разрядного канала; \bar{r} и \bar{z} — цилиндрические координаты, отнесенные соответственно к R и l ; d — диаметр канала; ρ, μ, χ, σ — плотность, вязкость, теплопроводность, проводимость газа; W_r — излучательная способность единицы объема плазма; I — сила тока дугового разряда; E — напряженность электрического поля; i, T — удельная энтальпия и температура газа; c_f — коэффициент трения; G — массовый расход газа; g_i — межсекционный расход газа; V_z и V_r — осевая и радиальная составляющие скорости газового потока; c_p — удельная теплоемкость; χ_T — турбулентная теплопроводность.

Черта над физической величиной (за исключением \bar{r} и \bar{z}) обозначает осредненное значение этой физической величины.

Литература

1. Жуков М.Ф., Коротеев А.С., Урюков Б.А. Прикладная динамика термической плазмы. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1975.
2. Жуков М.Ф., Засыпкин И.М., Тимошевский А.Н. и др. Электродуговые генераторы термической плазмы. — Новосибирск: Наука. Сиб. предпр. РАН, 1999.
3. Энгельшт В.С., Гурович В.Ц., Десятков Г.А. и др. Теория столба электрической дуги. — Новосибирск: Наука, 1990.
4. Жуков М.Ф., Урюков Б.А., Энгельшт В.С. и др. Теория термической электродуговой плазмы. Ч.1. Методы математического исследования плазмы. — Новосибирск: Наука, 1987.
5. Борисов Ю.С., Кривуун И.В., Мужиченко А.Ф. и др. // Автоматическая сварка. 2000. № 12. С. 42

6. Кривцун И.В., Харламов М.Ю., Петров С.В. и др. // Автоматическая сварка. 2009. № 10. С. 7
7. Launder B.E., Spalding D.B. // Computer Methods in Applied Mechanics and Eng. 1990. No. 8. P. 269
8. Слободянюк В.С. Моделирование вихревых и турбулентных явлений в электродуговых устройствах. Диссертация... д-ра техн. наук: 01.04.14.— Бишкек, 1996.
9. Menter F.R., Kuntz M., Bender R. A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions / AIAA Paper 2003-0767, 2003.
10. Piomelli U., Balaras E. // Annual Rev. Fluid Mech. 2002. V. 34, P. 349
11. Spalart P.R., Jou W.H., Strelets M., Allmaras S.R. Comments on the feasibility of LES for wings, and on hybrid RANS/LES approach / Proceedings of first AFOSR international conference on DND/LES, 1997.
12. Spalart P.R. // Int. J. Heat Fluid Flow, 2000. V. 21. P. 252
13. Урюков Б.А. // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1981. № 3. С. 87
14. Аleshин Н.Ф., Бублиевский А.Ф. // Инженерно-физический журнал. 1986. Т. 51, № 5. С. 830
15. Аleshин Н.Ф. Метод расчета характеристик начального участка электрической дуги в турбулентном потоке газа / Теплофизика и гидрогазодинамика — 90.— Минск: ИТМО им. А.В. Лыкова, 1990.
16. Исмагилов Р.Х. К теории турбулентной дуги / Низкотемпературная плазма. — Казань: КАИ, 1972.
17. Киямов Х.Г., Фатыхов Р.А., Минушев М.А. Развитие столба дуги в потоке газа с переменной по длине канала турбулентностью / Низкотемпературная плазма.— Казань: КАИ, 1983.
18. Белянин Н.М. Турбулентная модель дуги постоянного тока / Моделирование и методы расчета физико-химических процессов в низкотемпературной плазме.— М.: Наука, 1974.
19. Галимарданов М.Ш., Даутов Г.Ю., Исмагилов Р.Х., Киямов Х.Г. // Физика и химия обработки материалов. 1975. № 6. С. 13
20. Даутов Г.Ю., Дзюба В.Л., Карп И.Н. Плазматроны со стабилизированными электрическими дугами.— К.: Наук. думка, 1984.

Calculation of plasma parameters in a plasmatron channel

K.A. Korsunov

Eastern Ukraine National University
20-a Molodezhnyy qv., Lugansk, 91043,
E-mail: korsunof@mail.ru

;

The system of equations describing the interaction of the electric arc and gas flow and the wall of the discharge channel in the turbulent heat transfer in a linear plasmatron. The analytical formulas depending possible to calculate a characteristics of plasma in the channel of plasmatron depending on the physical properties of the gas, arc current and plasma gas flow changes along the length of the discharge channel.

PACS: 52.75.Hn

Keywords: electric arc, plasmatron, the turbulent flow, characteristics, analytical dependence.

Bibliography — 20 references

Received November 20, 2013