

УДК 539.186.2

Тормозное излучение нерелятивистских электронов, проходящих через многослойную упорядоченную систему кулоновых центров, находящихся во внешнем электрическом поле

В.И. Крылов, В.В. Хомяков

В борновском приближении найдены дифференциальные сечения тормозного излучения электронов, проходящих через многослойную упорядоченную структуру кулоновых центров, находящихся во внешнем электрическом поле. Показано, что пространственная структура тормозного излучения имеет по сравнению с малым (порядка десяти) числом слоев более сложный осцилляционный характер, связанный с интерференцией электронов при отражении их от потенциального барьера внешнего однородного поля и суперпозицией их движений в кулоновом и однородном поле.

PACS: 79.20.Rf

Ключевые слова: тормозное излучение, дифференциальное сечение, внешнее поле, упорядоченные слои кулоновых центров, интерференция электронов, суперпозиция движений, пространственная осцилляция.

Введение

В работах [1–3] было показано, что при рассеянии заряженных частиц друг на друге в однородном электрическом поле возникают осцилляции в сечении тормозного излучения, вызванные их интерференцией при отражении от потенциального барьера внешнего поля, индуцированного в макроскопической области пространства, даже если оно значительно меньше атомного.

Дальнейшие исследования, проведенные в [4–7], показали, что при прохождении электронов через упорядоченный монослой кулоновых центров, находящихся в однородном электрическом поле, в структуре сечения тормозного излучения возникают дополнительные элементы, связанные с суперпозицией движений рассеянных частиц в кулоновом и внешнем полях. Очевидно, что для экспериментальной проверки таких эффектов или их прикладного использования в постановке задачи работ [4–7] необходимо рассматривать тормозное излучение падающих частиц не на один (ортогональный к внешнему полю) слой рассеивающих центров, а на структуру, состоящую из достаточно большого числа таких слоев, не нуждающуюся

в подложке (в отличие от монослоя). В работе [8] такая попытка была сделана, но использованный в ней метод расчета годится только для небольшого числа слоев — порядка десяти.

В настоящей работе получены дифференциальные сечения тормозного излучения электронов, падающих на потенциальный барьер квазиоднородного электрического поля и рассеивающихся на многослойной упорядоченной системе кулоновых центров.

Постановка задачи

Пусть квазистационарное квазиоднородное электрическое поле с напряженностью \mathbf{E} находится в полупространстве (используется декартова система координат x, y, z) $z < L$, где L определяет z -ю координату границы внешнего поля в виде бесконечной плоскости, к которой \mathbf{E} нормально. Граница поля также является источником моноэнергетического потока электронов, падающих на кулоновые центры, которые находятся в точках пространства с координатами $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3$, где $n_1, n_2, n_3 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$; $\mathbf{a}_1 = (a_{1x}, a_{1y}, a_{1z})$, $\mathbf{a}_2 = (a_{2x}, a_{2y}, a_{2z})$ и $\mathbf{a}_3 = (a_{3x}, a_{3y}, a_{3z})$ — базисные векторы упорядоченной структуры кулоновых центров, на которых рассеиваются электроны; $\mathbf{E} = (0, 0, -E)$.

Взаимодействие электронов с рассеивающими центрами рассматриваем как возмущение.

Невозмущенные волновые функции, описывающие начальное и конечное состояния электронов, выберем в виде (см., например, [4–8]):

$$\Psi_{\mathbf{k}, f} = A_{i, f} e^{i\mathbf{k}_{i, f} \cdot \mathbf{r}} Ai(-S_{i, f}) / \sqrt{L_x L_y}, \quad (1)$$

Крылов Владимир Иванович, профессор.
Тихоокеанский государственный университет.
Россия, 680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru

Хомяков Владимир Васильевич, аспирант.
Дальневосточный государственный гуманитарный университет.
Россия, 680000, Хабаровск, ул. Карла Маркса, 68.
E-mail: rozendetr@bk.ru

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2013 г.

© Крылов В.И., Хомяков В.В., 2014

где $S_{i,f} = z/l + \varepsilon_{z_{i,f}} / (|eE|l)$; $l = (\hbar^2 / 2m_e |eE|)^{1/3}$; $\varepsilon_{z_f}, \varepsilon_{z_i}$ — энергии продольного (невозмущенного) движения электрона в однородном поле в конечном и начальном состояниях соответственно; $A_{i,f}$ — постоянные, которые выбираем из условия нормировки $\Psi_{i,f}$ на нормировочный объем $L_x L_y L_z$; $\mathbf{k}_{f\perp}$ и $\mathbf{k}_{i\perp}$ — волновые векторы, определяющие поперечный (относительно \mathbf{E}) импульс электронов конечного и начального состояний соответственно; $A_i(-S) = [1 / (2\sqrt{\pi})] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i[S\xi - \xi^3/3]) d\xi$ — функция Эйри, асимптотически стремящаяся к нулю при $S \ll -1$.

Сечение тормозного излучения будем определять в борновском приближении в соответствии с формулой:

$$d\sigma = 2\pi (\hbar j)^{-1} |V_{\Phi fi}|^2 \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i) dv, \quad (2)$$

где $\varepsilon_f = (\hbar^2 k_{f\perp}^2) / (2m_e) + \varepsilon_{z_f} + \hbar\omega$, $j = (\hbar |A_i|^2 \chi) / (m_e L_x L_y l_e \chi_z)$ — плотность потока падающих на рассеивающие центры электронов (на границе поля);

$\chi_z = \sqrt{2m_e (\varepsilon_{z_i} + |eE|L)} / \hbar$, $\chi = \sqrt{\hbar^2 k_{i\perp}^2 + 2m_e (\varepsilon_{z_i} + |eE|L)} / \hbar$, $\varepsilon_i = (\hbar^2 k_{i\perp}^2) / (2m_e) + \varepsilon_{z_i}$; ω , \mathbf{k}_Φ и \mathbf{e}_Φ — частота, волновой вектор и вектор поляризации излучаемого фотона; V — нормировочный объем;

$dv = \frac{L_x L_y V}{8\pi^3} \frac{d^3 \mathbf{k}_\Phi d^2 \mathbf{k}_{f\perp} d\varepsilon_{z_f}}{4\pi^3 |eE|^2 |A_f|^2}$ — число состояний,

$$V_{\Phi fi} = A_f^* A_i / \sqrt{L_x L_y} \left\{ 2\pi^2 i \sqrt{\pi / |k_{\Phi z}|} (\mathbf{e}_\Phi^* \mathbf{v}) e^{i \left(g - \frac{\pi k_{\Phi z}}{4 |k_{\Phi z}|} \right)} \delta(\mathbf{k}_{f\perp} + \mathbf{k}_{\Phi\perp} - \mathbf{k}_{i\perp}) / (2E)^{1/6} - \right. \\ \left. - \pi i Z \frac{(2E)^{1/3}}{\omega \sqrt{2}} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{j=1}^4 \frac{(-1)^{j+1} (\mathbf{e}_\Phi \mathbf{q}_j)}{(Ez_{n_3} + \varepsilon_{z_i})^{1/4} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{z_f})^{1/4} \mathbf{q}_j^2} e^{-i(\mathbf{q}_j \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3} + \alpha_j + \beta_j)} \right\}, \quad (4)$$

где $g = \varepsilon_{z_f} k_{\Phi z} / E - k_{\Phi z}^3 / (6E) + (2\varepsilon_{z_f} - 2\varepsilon_{z_i} - k_{\Phi z}^2) / (8Ek_{\Phi z})$, $\mathbf{v} = \mathbf{k}_{i\perp} + (2(\varepsilon_{z_i} - \varepsilon_{z_f}) + k_{\Phi z}^2) \mathbf{k} / (2k_{\Phi z})$,

$\alpha_i = \pi / 4 + (2(\varepsilon_{z_i} + Ez_{n_3}))^{3/2} / (3E)$, $\alpha_f = \pi / 4 + (2(\varepsilon_{z_f} + Ez_{n_3}))^{3/2} / (3E)$, $\beta_f = z_{n_3} \sqrt{2(\varepsilon_{z_f} + Ez_{n_3})}$, $\beta_i = z_{n_3} \sqrt{2(\varepsilon_{z_i} + Ez_{n_3})}$,

$\mathbf{k}_{f+} = (\mathbf{k}_{f\perp}, \sqrt{2(\varepsilon_{z_f} + Ez_{n_3})})$, $\mathbf{k}_{f-} = (\mathbf{k}_{f\perp}, -\sqrt{2(\varepsilon_{z_f} + Ez_{n_3})})$, $\mathbf{k}_{i+} = (\mathbf{k}_{i\perp}, \sqrt{2(\varepsilon_{z_i} + Ez_{n_3})})$, $\mathbf{k}_{i-} = (\mathbf{k}_{i\perp}, -\sqrt{2(\varepsilon_{z_i} + Ez_{n_3})})$.

$\mathbf{q}_1 = \mathbf{k}_\Phi + \mathbf{k}_{f+} - \mathbf{k}_{i+}$, $\mathbf{q}_2 = \mathbf{k}_\Phi + \mathbf{k}_{f+} - \mathbf{k}_{i-}$, $\mathbf{q}_3 = \mathbf{k}_\Phi + \mathbf{k}_{f-} - \mathbf{k}_{i+}$, $\mathbf{q}_4 = \mathbf{k}_\Phi + \mathbf{k}_{f-} - \mathbf{k}_{i-}$, $\alpha_1 = \alpha_f - \alpha_i$, $\alpha_2 = \alpha_f + \alpha_i$,

$\alpha_3 = -\alpha_f - \alpha_i$, $\alpha_4 = -\alpha_f + \alpha_i$, $\beta_1 = -\beta_f + \beta_i$, $\beta_2 = -\beta_f - \beta_i$, $\beta_3 = \beta_f + \beta_i$, $\beta_4 = \beta_f - \beta_i$, $z_{n_3} = n_3 a_{3z}$.

После подстановки (4) в выражение (2), суммирования по поляризациям фотонов (см., например, [9]);

учитывая, что суммы по n_1 и n_2 при переходе к пределу $N_{1,2} \rightarrow \infty$ дают $\sum_{s_2=-\infty}^{\infty} \sum_{s_1=-\infty}^{\infty} \delta(\mathbf{a}_1 \mathbf{q}_{\perp} - 2\pi s_1) \delta(\mathbf{a}_2 \mathbf{q}_{\perp} - 2\pi s_2)$,

и интегрирования по ε_{z_f} , $\mathbf{k}_{f\perp}$, получим следующее выражение для дифференциального сечения неполяризованного тормозного излучения, отнесенного к элементу телесного угла $d\Omega$:

$$d\sigma = \omega \frac{\alpha^3 a^2}{\pi^4 (2E)^{2/3}} \frac{\chi_z}{\chi} L_x L_y \left\{ \frac{\pi^3}{(2E)^{1/3} |k_{\Phi z}|} [\mathbf{nv}]^2 - \frac{Z}{\omega} \frac{2\pi^3}{[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]} \frac{(2E)^{1/6}}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{|k_{\Phi z}|}} \times \right. \\ \left. \times \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{j=1}^4 \frac{(-1)^{j+1} 2[\mathbf{nv}][\mathbf{nk}]}{q_{jz} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{z_i})^{1/4} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{z_f})^{1/4}} \cos \left(n_3 q_{jz} (\mathbf{a}_3 \mathbf{k}) + \alpha_j + \beta_j + g - \frac{\pi k_{\Phi z}}{4 |k_{\Phi z}|} \right) \right\} + \\ + \frac{2\pi^4 Z^2 (2E)^{2/3}}{\omega^2 [\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2]^2} \sum_{j'=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{s_1=-\infty}^{\infty} \sum_{s_2=-\infty}^{\infty} (-1)^{j+j'} \frac{[\mathbf{nq}_{j's}][\mathbf{nq}_{js}]}{\mathbf{q}_{j's}^2 \mathbf{q}_{js}^2} \times \quad (5)$$

$\times \exp \left\{ -i(n_3' \mathbf{a}_3 \mathbf{q}_{j's} + \beta_{j's} + \alpha_{j's} - n_3 \mathbf{a}_3 \mathbf{q}_{js} - \beta_{js} - \alpha_{js}) \right\} / \left((Ez_{n_3'} + \varepsilon_{z_i})^{1/4} (Ez_{n_3'} + \varepsilon_{z_f})^{1/4} \times (Ez_{n_3} + \varepsilon_{z_i})^{1/4} (Ez_{n_3} + \varepsilon_{z_f})^{1/4} \right) \right\} d\Omega$,

в которые переходят излученный фотон и рассеянный электрон, отнесенное к объему $d^3 \mathbf{k}_\Phi$ (\mathbf{k}_Φ — пространства), к интервалу энергии $d\varepsilon_{z_f}$ и площади $d^2 \mathbf{k}_{f\perp}$ в $\mathbf{k}_{f\perp}$ -пространстве [1–8].

Матричный элемент $V_{\Phi fi}$ имеет следующий вид (подробнее в [4–8]):

$$V_{\Phi fi} = \frac{-e}{m_e c} \sqrt{\frac{2\pi c \hbar}{k_\Phi V}} \left\{ \mathbf{e}_\Phi^* \iiint \Psi_j^* e^{-i\mathbf{k}_\Phi \mathbf{r}} \hat{\mathbf{p}} \Psi_i d^3 \mathbf{r} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\hbar \omega} \iiint \Psi_j^* \Psi_i \mathbf{e}_\Phi^* e^{-i\mathbf{k}_\Phi \mathbf{r}} \hat{\mathbf{p}} U d^3 \mathbf{r} \right\}, \quad (3)$$

где $U = - \sum_{n_3=0}^{N_3-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \frac{Z e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{n_1, n_2, n_3}|}$, $N = N_1 N_2$ — число рассеивающих центров в слое, N_3 — число слоев в направлении оси z .

Подставляя (1) в (3), и предполагая, что рассеивающие центры находятся достаточно далеко от точки отражения частиц от потенциального барьера внешнего поля, используем асимптотическое представление функции Эйри, $S^{-1/4} \sin(2S^{3/2}/3 + \pi/4)$ при нахождении второго интеграла в (3). Кроме того, аргумент $2S^{3/2}/3$ асимптоты волновой функции в каждом слагаемом U с n_1, n_2, n_3 разложим в ряд по степеням $z - n_1 a_{1z} - n_2 a_{2z} - n_3 a_{3z}$ (а не z в отличие от [8]), что и позволяет проводить расчет для произвольного N_3 . В результате получим следующий вид матричного элемента (используем атомные единицы с масштабом длины $a = \hbar^2 / (m_e e^2)$):

где $\alpha_{fs} = \pi/4 + (2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n3}))^{3/2} / (3E)$, $\beta_{fs} = z_{n3} \sqrt{2(\varepsilon_{zf} + Ez_{n3})}$, $\alpha_{1s} = \alpha_{fs} - \alpha_i$, $\alpha_{2s} = \alpha_{fs} + \alpha_i$, $\alpha_{3s} = -\alpha_{fs} - \alpha_i$, $\alpha_{4s} = -\alpha_{fs} + \alpha_i$, $\beta_{1s} = -\beta_{fs} + \beta_i$, $\beta_{2s} = -\beta_{fs} - \beta_i$, $\beta_{3s} = \beta_{fs} + \beta_i$, $\beta_{4s} = \beta_{fs} - \beta_i$, $\varepsilon_{zf} = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi} - \omega - (\mathbf{k}_{i\perp} - \mathbf{k}_{\phi\perp})^2 / 2$, $\varepsilon_{zfs} = \mathbf{k}_{i\perp}^2 / 2 + \varepsilon_{zi} - \omega - \mathbf{k}_{f\perp}^2 / 2$, $q_x = (a_{1x}\eta - a_{2y}\xi) / (a_{1x}(a_{2x} - a_{2y}))$, $q_y = (a_{2x}\eta - a_{1y}\xi) / (a_{1x}(a_{2x} - a_{2y}))$, $\eta = 2\pi s_1$, $\xi = 2\pi s_1$, $k_{fy} = q_y - k_{\phi y} + k_{iy}$, $k_{fx} = q_x - k_{\phi x} + k_{ix}$, $\mathbf{q}_{1s} = i\mathbf{q}_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k}(k_{\phi z} + \sqrt{2(\varepsilon_{zfs} + Ez_{n3}) - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n3})}})$, $\mathbf{q}_{2s} = i\mathbf{q}_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k}(k_z + \sqrt{2(\varepsilon_{zfs} + Ez_{n3})} + \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n3})})$, $\mathbf{q}_{3s} = i\mathbf{q}_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k}(k_{\phi z} - \sqrt{2(\varepsilon_{zfs} + Ez_{n3}) - \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n3})}})$, $\mathbf{q}_{4s} = i\mathbf{q}_x + \mathbf{j}q_y + \mathbf{k}(k_{\phi z} - \sqrt{2(\varepsilon_{zfs} + Ez_{n3})} + \sqrt{2(\varepsilon_{zi} + Ez_{n3})})$

где α — постоянная тонкой структуры, $\mathbf{n} = (\sin \theta_\phi \cos \phi_\phi, \sin \theta_\phi \sin \phi_\phi, \cos \theta_\phi)$, $k_{zf} = \sqrt{2\varepsilon_{zf}}$, $\varepsilon_{zi} = k_{zi}^2 / 2$, $d\Omega = \sin \theta_\phi d\theta_\phi d\phi_\phi$ — элемент телесного угла, в котором находится волновой вектор излучаемого фотона. Отметим, что значения S_{if} ограничены условием применимости асимптоты функции Эйри — наименьшее значение её аргумента должно быть больше трех: $S_{if} = 2\varepsilon_{zi,f} / (2E)^{2/3} > 3$.

Анализ результатов

Анализ сечения будем проводить численными методами, строя поверхности $F = d\sigma / (L_x L_y a^2 d\omega d\Omega)$, как функции от θ_ϕ , ϕ_ϕ при фиксированных пара-

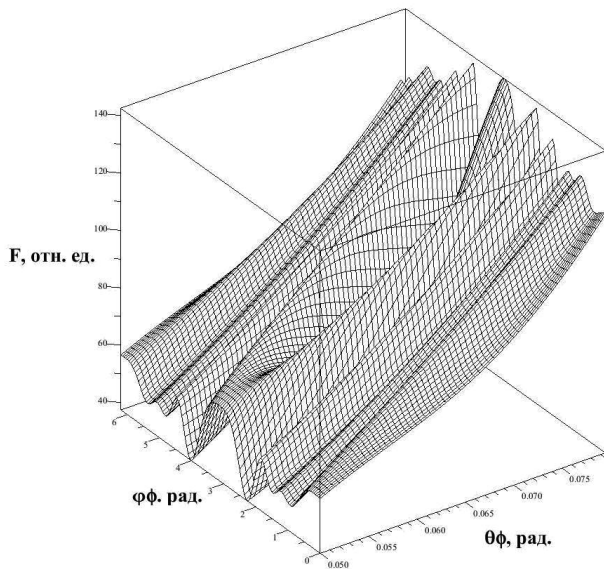


Рис. 1. Поверхность $F(\theta_\phi, \phi_\phi)$ при $N_3 = 100$.

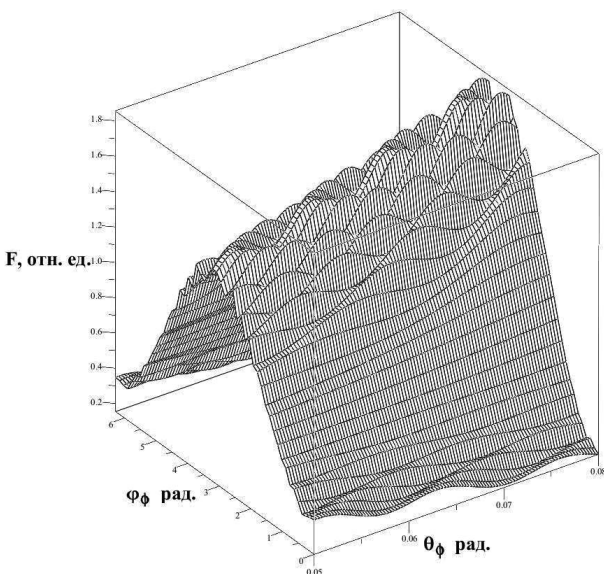


Рис. 1. Поверхность $F(\theta_\phi, \phi_\phi)$ при $N_3 = 1$.

метрах: $E = 0,001$, $\omega = 0,008$, $\phi_i = 0$, $k_i = 20$, $Z = 1$, $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (0, 0, 1)$ и величине угла $\theta_i = 0,504\pi$, определяющего направление падения пучка электронов на слои рассеивающих центров, и с различным числом слоев (к которым \mathbf{E} ортогонально) — $N_3 = 100$, $N_3 = 1$.

На рис. 1 представлена поверхность $F(\theta_\phi, \phi_\phi)$ на интервалах $\theta_\phi \in (0.05, 0.08)$, $\phi_\phi \in (0, 2\pi)$ с количеством слоев $N_3 = 100$. Легко заметить, что поверхности имеют очень сложную угловую осцилляционную структуру, появление которой связано как с интерференцией электронов при их отражении от потенциального барьера внешнего однородного поля, так и с суперпозицией движений электронов в этом и в кулоновом поле рассеивающих центров. Кроме того, вклад в усложнение пространственной структуры сечения и его увеличения вносит сравнительно большое число слоев рассеивающих центров $N_3 = 100$, что нетрудно заметить, сравнивая поверхности на рис. 1 и рис. 2. На последнем показана функция $F(\theta_\phi, \phi_\phi)$ при $N_3 = 1$. И в этом случае отражение электронов от потенциального барьера и суперпозиция их движений в кулоновых и внешних полях также приводит к пространственной осцилляции функции $F(\theta_\phi, \phi_\phi)$ [4–7], но эта структура значительно проще, чем при $N_3 = 100$.

Полученная структура сечения, по-видимому, обусловлена более заметным вкладом в тормозное излучение эффектов суперпозиции движения электронов во внешнем поле и поле рассеивающих центров, что математически проявляется в усложнении второго и третьего слагаемого в (5) при большем числе слоев.

Заключение

В борновском приближении найдены дифференциальные сечения тормозного излучения электронов, проходящих через многослойную упорядоченную структуру кулоновых центров, находящихся во внешнем электрическом поле. Показано, что пространственная структура тормозного

излучения имеет по сравнению с малым (порядка десяти) числом слоев более сложный осцилляционный характер, связанный с интерференцией электронов при отражении их от потенциального барьера внешнего однородного поля и суперпозицией их движений в кулоновом и однородном поле.

Авторы выражают глубокую благодарность А.А. Рухадзе за внимание к работе.

Литература

1. Крылов В.И. // Известия вузов. Физика. 1994. № 7. С. 46
2. Крылов В.И., Пивкин В.В. // Физика плазмы. 2000. № 8. С. 737

3. Крылов В.И. // Прикладная физика. 2004. № 4. С. 23
4. Крылов В.И. // Прикладная физика. 2007. № 1. С. 28
5. Крылов В.И., Бондарева Т.В. // Прикладная физика. 2010. № 3. С. 5.
6. Крылов В. И., Бондарева Т. В. // Прикладная физика. 2010. № 5. С. 19.
7. Бондарева Т.В., Крылов В.И. // Прикладная физика. 2011. № 4. С. 52.
8. Крылов В.И. Мизюк М.В. / Инженерная физика. 2013. № 1 С. 28
9. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика.— М.: Физматлит, 2002.

The Bremsstrahlung of nonrelativistic electrons passing through a multilayer system of ordered Coulomb center in an external electric field

V. I. Krylov¹ and V. V. Khomyakov²

¹Tikhookeanskii State University,
136 Tikhookeanskaya str., Khabarovsk, 680035, Russia
E-mail: krylov_vladimir@mail.ru

²Far Eastern State University of Humanities,
68 Karl Marx str., Khabarovsk, 680000, Russia
E-mail: rozendetr@bk.ru

Received November 20, 2013

In the Born approximation the differential cross sections found the bremsstrahlung of electrons passing through a multilayer system of ordered Coulomb center in an external electric field. It is shown that the spatial structure of the bremsstrahlung is more complex (compared with a small (about ten) number of layers) oscillatory character associated with the interference of electrons at their reflection from a potential barrier uniform external field and the superposition of their movements in the Coulomb and homogeneous field.

PACS: 79.20.Rf

Keywords: Bremsstrahlung, external field, ordered layer of sowing points, interference of electrons, superposition of motions, spatial oscillation.

References

1. V. I. Krylov, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Physics*, No. 7, 46 (1994)
2. V. I. Krylov and V. V. Pivkin, *Plasma Physics Reports*, No. 8, 737 (2000).
3. V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 4, 23 (2004).
4. V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 1, 28 (2007).
5. V. I. Krylov and T. V. Bondareva, *Prikladnaya Fizika*, No. 3, 5 (2010).

6. V. I. Krylov and T. V. Bondareva, *Prikladnaya Fizika*, No. 5, 19 (2010).
7. T. V. Bondareva and V. I. Krylov, *Prikladnaya Fizika*, No. 4, 52 (2011)
8. V. I. Krylov and M. V. Mizyuk, *Inzhenernaya Fizika*, No. 1, 28 (2013)
9. V. E. Berestetskii, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics* (Fizmatlit, Moscow, 2002) [in Russian].