

# Общая физика

УДК 621.283.4/5

## О возможности уменьшения пороговой энергии Оже-генерации электронно-дырочных пар в полупроводниках при двухчастичных столкновениях за счет отклонения от прямоzonности

В. А. Холоднов, И. Д. Бурлаков, А. А. Другова

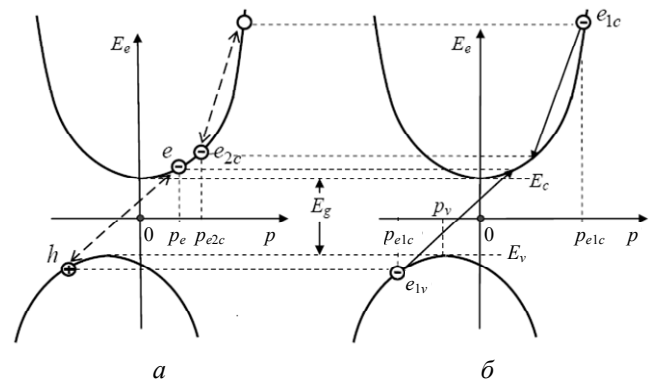
*Проанализирован характер зависимости пороговой энергии ударной генерации электронно-дырочных пар в полупроводниках при двух частичных столкновениях от степени непрямоzonности полупроводника. Показано, что эта зависимость асимметрична и немонотонна относительно взаимного импульсного расположения зоны проводимости и валентной зоны, причем минимальная пороговая энергия меньше, чем в прямоzonном полупроводнике.*

PACS: 72.20.Ht, 72.20.Jv, 85.30.Mn

*Ключевые слова:* полупроводник, прямоzonный, непрямоzonный, ударная ионизации, электронно-дырочная пара, пороговая энергия.

### Введение

Наиболее вероятный механизм ударной генерации электронно-дырочных пар (межзонной ударной ионизации) состоит в передаче энергии электроном зоны проводимости (а) или дыркой валентной зоны (б) электрону валентной зоны без участия фононов и при отсутствии туннельных эффектов, т. е. благодаря Оже-генерации за счет парных столкновений [1—4], как проиллюстрировано на рис. 1. Именно этому механизму ударной генерации электронно-дырочных пар и посвящена данная работа.



*Рис. 1. Одномерная схема в пространстве энергия-импульс ударной генерации электроном зоны проводимости  $e_{1c}$  электронно-дырочной пары  $e-h$ ;  $p_v$  — квазиимпульсная координата положения потолка валентной зоны; принято, что дно зоны проводимости находится в точке  $p = 0$ ; а и б — результат и процесс генерации соответственно*

**Холоднов Вячеслав Александрович**, ведущий научный сотрудник<sup>1</sup>, главный специалист<sup>2</sup>, профессор<sup>3,4</sup>.

**Бурлаков Игорь Дмитриевич**, зам. ген. директора по инновациям и науке<sup>2</sup>, профессор<sup>4</sup>.

**Другова Альбина Александровна**, старший научный сотрудник<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН.

Россия, 125009, Москва, Моховая ул., 11, корп. 7.

Тел. 8 (916) 189-11-28. E-mail: vkholodnov@mail.ru

<sup>2</sup>АО «НПО «Орион».

Россия, 111538, Москва, ул. Косинская, 9.

Тел. 8 (499) 374-51-42. E-mail: idbur@yandex.ru

<sup>3</sup>Московский физико-технический институт (МФТИ).

Россия, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.

<sup>4</sup>Московский институт радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА).

Россия, 119454, Москва, просп. Вернадского, 78.

Статья поступила в редакцию 19 сентября 2015 г.

© Холоднов В. А., Бурлаков И. Д., Другова А. А., 2015

Пороговой энергией ударной ионизации  $E_i$  называют, как известно, минимально допустимое значение энергии инициирующего ударную генерацию электронно-дырочной пары (затравочного) носителя, при которой может происходить этот процесс [1, 3, 4]. Величина  $E_i$  определяется электронным энергетическим спектром, т. е., дисперсионными кривыми  $E_e(\vec{p})$ , где  $E_e$  и  $\vec{p}$  — энергия электрона и его квазиимпульс (рис. 1). Имеющиеся к настоящему времени в распоряжении мощные универсальные алгоритмы позволяют рассчитать  $E_i$  для любого электронного энергетического спектра. Такие расчеты уже проведены для большого количества полупроводников [2—4].

Тем не менее, остался в тени вопрос о характере зависимости пороговой энергии ударной генерации электронно-дырочных пар от степени непрямоzonности полупроводника, т. е., от взаимного импульсного расположения дна зоны проводимости  $\vec{p}_c$  и потолка валентной зоны  $\vec{p}_v$ . В монографиях в качестве иллюстрации в приближении квадратичного закона дисперсии приводится формула для  $E_i$  лишь в прямоzonном полупроводнике. Однако, как сообщалось нами на конференции [5], представляет физический интерес выяснить характер зависимости значения  $E_i$  от степени непрямоzonности полупроводника. В данной работе проведен более развернутый, чем в [5], анализ этого вопроса.

### Постановка задачи и процедура ее решения

Чтобы определить искомую энергию нужно, естественно, воспользоваться законами сохранения энергии и квазиимпульса.

В случае инициации ударной генерации электронно-дырочных пар электроном зоны проводимости (рис. 1) эти законы описываются, соответственно, выражениями

$$\Delta E_{e1}(\vec{p}_{e1}) = \Delta E_{e2}(\vec{p}_{e2}) + \Delta E_e(\vec{p}_e) + \Delta E_h(\vec{p}_h) + E_g, \quad (1)$$

$$\vec{p}_{e1} = \vec{p}_{e2} + \vec{p}_e + \vec{p}_h + \Delta\vec{p}_{cv}. \quad (2)$$

где  $\Delta E_{e1}(\vec{p}_{e1}) = E_{e1c}(\vec{p}_{e1c}) - E_c$  и  $\vec{p}_{e1} = \vec{p}_{e1c} - \vec{p}_c$ ;  $\Delta E_{e2}(\vec{p}_{e2}) = E_{e2c}(\vec{p}_{e2c}) - E_c$  и  $\vec{p}_{e2} = \vec{p}_{e2c} - \vec{p}_c$ ;  $\Delta E_e(\vec{p}_e) = E_{ec}(\vec{p}_{ec}) - E_c$  и  $\vec{p}_e = \vec{p}_{ec} - \vec{p}_c$  — энергии и импульсы относительно соответствующих координат дна зоны проводимости  $E_c$  и  $\vec{p}_c$  первичного (затравочного) электрона зоны проводимости; его же, но после процесса ударной ионизации; электрона рожденной электронно-дырочной пары;  $\Delta E_h(\vec{p}_h) = E_v - E_{e1v}(\vec{p}_{e1v})$  и  $\vec{p}_h = \vec{p}_v - \vec{p}_{e1v}$  — энергия и импульс дырки, рожденной электронно-дырочной пары относительно соответствующих координат потолка валентной зоны  $E_v$  и  $\vec{p}_v$ ;  $E_{e1c}$  и  $\vec{p}_{e1c}$ ,  $E_{e2c}$  и  $\vec{p}_{e2c}$ ,  $E_{e1v}$  и  $\vec{p}_{e1v}$  — энергии и импульсы затравочного электрона зоны проводимости, вторичного электрона этой же зоны, первичного электрона валентной зоны;  $\Delta p_{cv} = \vec{p}_c - \vec{p}_v$ ;  $E_g = E_c - E_v$  — ширина запрещенной зоны (см. рис. 1).

В одномерной модели (рис. 1) функция  $\Delta E_{e1c}[p_{e1c}(p_e, p_h)]$  в точке своего минимального значения должна удовлетворять условиям:

$$\frac{\partial \Delta E_{e1c}}{\partial p_e} = \frac{\partial \Delta E_{e1c}}{\partial p_{e1c}} \cdot \frac{\partial p_{e1c}}{\partial p_e} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Delta E_{e1c}}{\partial p_h} = \frac{\partial \Delta E_{e1c}}{\partial p_{e1c}} \cdot \frac{\partial p_{e1c}}{\partial p_h} = 0. \quad (4)$$

По определению, в рассматриваемом случае  $E_i \equiv E_i^e = (\Delta E_{e1c})_{\min}$ . Для аналитического решения поставленной задачи используем приближение квадратичного закона дисперсии. Положим, что  $p_c = 0$ , а  $p_{e1c} > 0$  (рис. 1). Тогда из выражений (1)—(4) найдем, что безразмерная пороговая энергия ударной межзонной ионизации электроном зоны проводимости, выражаемая в виде:

$$\tilde{E}_i^e(p_v) \equiv \frac{E_i^e(p_v)}{E_i^e(0)}, \quad (5)$$

определяется соотношением:

$$\tilde{E}_i^e[p_v(\tilde{p}_v)] = y^2(\tilde{p}_v), \quad (6)$$

где

$$y(\tilde{p}_v) = -c_1 \cdot \tilde{p}_v(p_v) + \sqrt{1 + c_2 \cdot [\tilde{p}_v(p_v)]^2}, \quad (7)$$

соответственно, пороговая энергия ударной межзонной ионизации электроном зоны проводимости в прямоzonном полупроводнике [1, 3, 4] запишется в виде выражения:

$$E_i^e(0) = \frac{2m_e + m_h}{m_e + m_h} \cdot E_g, \quad (8)$$

а обозначив  $r_e = m_e / m_0$ ,  $r_g = E_g / 1eV$ ,  $r_{eg} = r_e \cdot r_g$ ,  $r_m = m_h / m_e$ , выразим безразмерный квазиимпульс и константы  $c_1$  и  $c_2$  следующими соотношениями:

$$\tilde{p}_v = p_v / (m_0 \cdot E_g |_{1eV}), \quad (9)$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{1}{2(1+r_m) \cdot (2+r_m) \cdot r_{eg}}}, \quad (10)$$

$$c_2 = (3+r_m) \cdot c_1^2. \quad (11)$$

Здесь  $m_0$  — масса свободного электрона.

### Результаты

На рис. 2 видно, что электронная пороговая энергия ударной генерации немонотонно и асси-

метрично зависит от положения потолка валентной зоны  $p_v$  относительно положения дна зоны проводимости  $p_c = 0$ , причем,  $[E_i^e(p_v)]_{\min}$  достигается при значении  $p_v > 0$  (рис. 3, а).

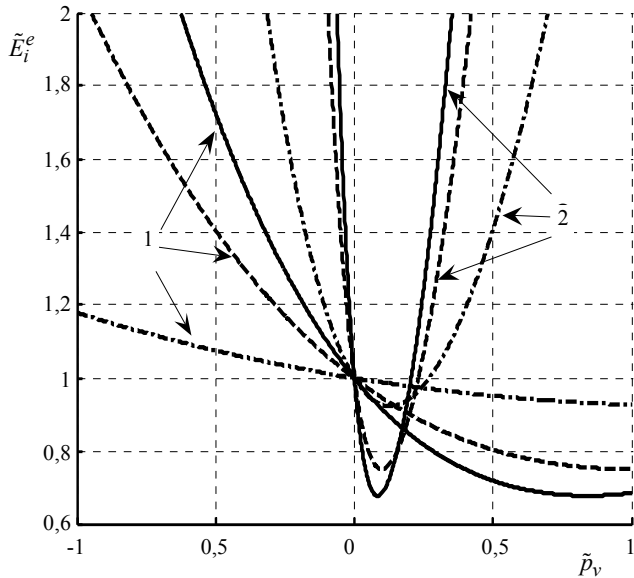


Рис. 2. Зависимость безразмерной пороговой энергии ионизации электронами зоны проводимости  $\tilde{E}_i^e$  от безразмерной импульсной координаты потолка валентной зоны  $\tilde{p}_v$  относительно импульсной координаты дна зоны проводимости  $p_c = 0$ . Значения  $r_m = m_h/m_e$ : сплошные кривые (—) — 0,1; штриховые (---) — 1; штрих-пунктирные (- · - ·) — 10. Значения  $r_{eg} = r_e \cdot r_g$ : кривые 1 — 1; кривые 2 — 0,01

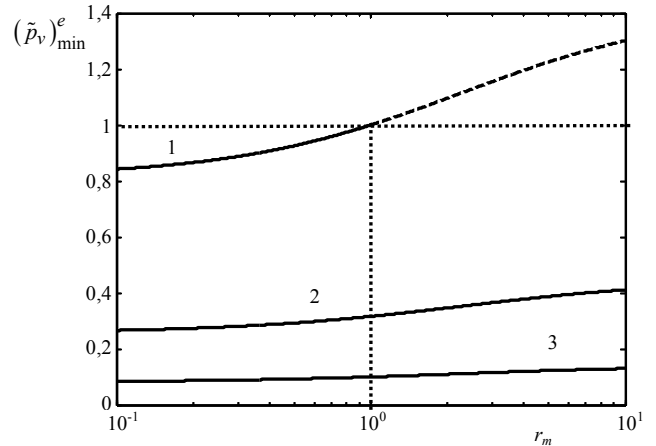
Как следует из выражений (6) и (7), положение минимума функции  $\tilde{E}_i^e(\tilde{p}_v)$  определяется из условия  $\partial \tilde{E}_i^e / \partial \tilde{p}_v = 0$  и находится при значении квазиимпульса (см. рис. 3, а)

$$(\tilde{p}_v)_{\min}^e = \sqrt{\frac{2(1+r_m) \cdot r_{eg}}{3+r_m}}. \quad (12)$$

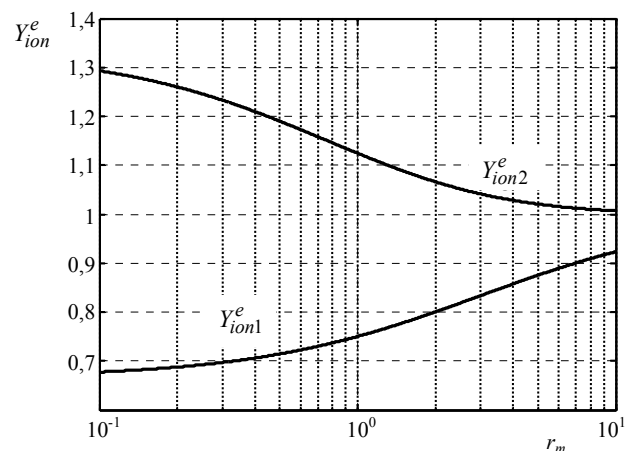
Подставляя выражение (12) в соотношение (6), получим, что выполняется равенство (см. рис. 3, б):

$$[\tilde{E}_i^e(\tilde{p}_v)]_{\min} = 1 - \frac{1}{3+r_m}. \quad (13)$$

Кривая  $Y_{ion2}^e$  на рис. 3, б, как и должно быть, при любых значениях  $p_v$ , больше единицы. Величина  $E_i$  может быть меньше ширины запрещенной зоны  $E_g$  за счет многочастичных столкновений, участия фононов или же за счет туннельных эффектов [1, 3, 4].



а



б

Рис. 3. (а) Зависимость положения минимума  $(\tilde{p}_v)_{\min}^e$  функции  $\tilde{E}_i^e(\tilde{p}_v) \equiv E_i^e[p_v(\tilde{p}_v)] / E_i^e(0)$  от отношения эффективных масс дырок и электронов  $r_m = m_h/m_e$  при различных значениях параметра  $r_{eg} = r_e \cdot r_g = (m_e / m_0) \times (E_g / 1eV)$ , где  $m_0$  — масса свободного электрона. Значения  $r_{eg}$ : кривая 1 — 1; кр. 2 — 0,1; кр. 3 — 0,01. Пунктирный участок на кривой 1 соответствует  $\tilde{p}_v > (\tilde{p}_v)_{\max} \approx 1$  — максимальное расстояние между двумя точками в (первой) зоне Бриллюэна при базисном векторе  $a = 6 \text{ \AA}$  [3, 4, 6]. (б) Зависимость минимальных безразмерных пороговых энергий ударной ионизации (генерации) электронами зоны проводимости  $Y_{ion1}^e \equiv (\tilde{E}_i^e)_{\min} = [E_i^e(p_v)]_{\min} / E_i^e(0)$  и  $Y_{ion2}^e \equiv [E_i^e(p_v)]_{\min} / E_g$  от отношения эффективных масс дырок и электронов  $r_m$

При инициировании ударной генерации электронно-дырочных пар дырками решение задачи можно получить, естественно, из решения задачи для случая, когда затравочным носителем является электрон зоны проводимости. Для этого в соотношения (1) и (2) вместо электронных дисперсионных кривых  $\Delta E_{e1}(\vec{p}_{e1})$ ,  $\Delta E_{e2}(\vec{p}_{e2})$  и квазиимпульсов  $\vec{p}_{e1}$ ,  $\vec{p}_{e2}$  следует подставить дырочные дисперсионные кривые  $\Delta E_{h1}(\vec{p}_{h1})$ ,  $\Delta E_{h2}(\vec{p}_{h2})$  и

квазиимпульсы первичной (затравочной) и вторичной дырок  $\bar{p}_{h1}$  и  $\bar{p}_{h2}$  соответственно. В приближении квадратичного закона дисперсии в выражениях (5)—(13) достаточно взаимно заменить обозначения  $e \rightarrow h$  и  $h \rightarrow e$ . Это означает, что дырочная пороговая энергия ударной генерации  $E_i^h(p_v)$  также немонотонно и асимметрично зависит от положения потолка валентной зоны  $p_v$  относительно положения дна зоны проводимости  $p_c = 0$  и для первичной дырки с  $\bar{p}_{h1} > 0$  значение  $[E_i^h(p_v)]_{\min}$  также достигается при  $p_v > 0$ . Кривые на рис. 3 также будут характеризовать  $[E_i^h(p_v)]_{\min}$  и  $(\tilde{p}_v)_{\min}$ , если по оси абсцисс вместо  $r_m$  откладывать  $1/r_m$ .

### Заключение

Пороговая энергия ударной генерации электронно-дырочных пар является одним из важнейших факторов, определяющих внутреннее усиление фототока в лавинных фотодиодах [1, 3, 4, 6—9]. Количественно, это внутреннее усиление фототока в лавинных фотодиодах описывается коэффициентами размножения фотоносителей, которые, в свою очередь, определяются коэффициентами ударной ионизации электронов и дырок, пространственным профилем электрического поля и местоположением затравочного носителя [1, 3, 4, 7—10].

Полученные результаты позволяют полагать, что основной вклад в ударную генерацию электронно-дырочных пар при двух частичных столкновениях вносят те затравочные носители (электроны зоны проводимости или дырки валентной зоны), знак квазиимпульса которых ( $p_{e1}$  или  $p_{h1}$ ) совпадает со знаком разности квазиимпульсов потолка валентной зоны и дна зоны проводимости  $p_v - p_c$ .

Важно отметить два существенных момента. Во-первых, минимум функции  $E_i(p_v)$  может достигаться при небольших относительных сдвигах

зоны проводимости и валентной зоны. Во-вторых, даже при сдвиге до границы зоны Бриллюэна  $E_i$  может быть меньше, чем в прямозонном полупроводнике. Все это означает, что особо больших значений квазиимпульса носителей для выполнения закона его сохранения в экстремальных точках зависимостей  $E_i(p_v)$  (см. рис. 2) не требуется. При больших значениях  $E_i$  закон сохранения квазиимпульса за счет лишь парных столкновений может оказаться невыполнимым (см. рис. 2). В этом случае ударная генерация электронно-дырочных пар может происходить за счет участия в процессе фононов, хотя вероятность его будет существенно меньше, чем при парных столкновениях [1—4].

*Работа выполнена по гранту Президента Российской Федерации НШ-2787.2014.9*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Грехов И. В., Серезжкин Ю. Н. Лавинный пробой  $p-n$ -перехода в полупроводниках. — Л.: Энергия, 1980.
2. Robbins D. J. // Phys. Stat. Sol. (b). 1980. V. 97. No. 1. P. 9; No. 2. P. 387; V. 98. No. 1. P. 11.
3. Техника оптической связи: фотоприемники. Под ред. У. Тсанга. (пер. с англ. под ред. М. А. Трищенко). — М.: Мир, 1988.
4. Levinshtein M., J. Kostamovaara, and Vainshtein S. Breakdown Phenomena in Semiconductors and Semiconductor Devices. — World Scientific Publishing, 2005.
5. Бурлаков И. Д., Другова А. А., Холоднов В. А. / XXIII Международная Научно-техническая конференция по фотоэлектронике и приборам ночного видения, 28-30 мая 2014 г., Москва, Россия, Труды конференции. С. 91—94.
6. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. — М.: Наука, 1978; (Lani, 2008).
7. Zu C. M. Физика полупроводниковых приборов. — М.: Мир, 1984; Sze S. M., Kwok K. Ng. Physics of Semiconductors Devices, Wiley, 2007.
8. Kholodnov V., Nikitin M. In book: Photodiodes — From Fundamentals to Applications / Edited by Ilgu Yun. Rijeka, Croatia: InTech, section 1, chapter 2. P. 27—101, 2012. (www.intechopen.com).
9. Арцис Н. Х., Холоднов В. А. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29. № 1. С. 151.
10. Холоднов В. А. // ФТП. 1996. Т. 30. № 6. С. 1051.

## About possibility of decrease of the threshold energy for Auger generation of electron-hole pairs in the direct-gap semiconductors at pair collisions at the cost of deviation from direct-band of the semiconductor

V. A. Kholodnov<sup>1,2,3,4</sup>, I. D. Burlakov<sup>2,4</sup>, and A. A. Drugova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>V. A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, RAS  
11 Mokhovaya str, Moscow, 125009, Russia,  
E-mail: vkholodnov@mail.ru

<sup>2</sup>Orion R&P Association, Inc.  
9 Kosinskaya str., Moscow, 111538, Russia  
E-mail: idbur@yandex.ru

<sup>3</sup>Moscow Institute of Physics and Technology  
9 Institute al., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

<sup>4</sup>Moscow Institute of Radio Electronics and Automatics (MIREA)  
78 Vernadsky av., Moscow, 119454, Russia

Received September 19, 2015

**Consideration is given to a particular dependence of the threshold energy for the band-to-band impact generation of electron-hole pairs in semiconductors at two-particle collisions on an indirect-gap degree of semiconductor. It is shown that this dependence is asymmetric and non-monotonic in relation to the direct-gap arrangement of bands in a semiconductor; moreover, minimum threshold energy is lower, than in direct-gap semiconductor.**

PACS: 72.20.Ht, 72.20.Jv, 85.30.Mn

**Keywords:** semiconductor, direct-gap, indirect-gap, impact ionization, electron-hole pair, threshold energy.

### REFERENCES

1. L. V. Grekhov and Yu.N. Serezhkin *Avalanche breakdown of a p-n junction in semiconductors* (Leningrad: Energiya, 1980) [in Russian].
2. D. J. Robbins, *Phys. Stat. Sol. (b)*, **97**, 9 (1980), 387 (1980); **98**, 11 (1980).
3. *Lightwave Communication Technology: Photodetectors, Semiconductors and Semimetals*. Ed. by W.T. Tsang (Mir, Moscow, 1988) [in Russian].
4. M. Levinshtein, J. Kostamovaara, and S. Vainshtein, *Breakdown Phenomena in Semiconductors and Semiconductor Devices*. (World Scientific Publishing, 2005).
5. I. D. Burlakov, A. A. Drugova, V. A. Kholodnov, in *Proc. XXIII International Scientific and Engineering Conference on Photoelectronics and Night Vision Devices* (May 28-30, 2014, Moscow, Russia). P. 91.
6. A. I. Anselm, *Introduction in the Theory of Semiconductors* (Nauka, Moscow, 1978; Lanj, 2008).
7. S. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*. (New York: John Wiley and Sons, 1981); S. M. Sze, K. Ng Kwok. *Physics of Semiconductors Devices* (Wiley, 2007).
8. V. Kholodnov and M. Nikitin, in *Book: Photodiodes - From Fundamentals to Applications*. Edited by Ilgu Yun. Rijeka, Croatia: InTech, section 1, chapter 2, p. 27—101, 2012. (www.intechopen.com).
9. N. Kh. Artsis and V. A. Kholodnov. *J. Commun. Technol. Electron.* **29**, 151 (1984).
10. V. A. Kholodnov, *Semiconductors* **30**, 558 (1996).