

УДК 52.088

Модель для прогноза распределений поглощенных доз вдоль осевых лучей пучков гамма-фотонов в облучаемой низкоатомной среде

О. А. Акаткин, О. А. Кулиш, О. В. Петрова

Разработана модель для прогноза распределений поглощенных доз вдоль осевых лучей пучков гамма-фотонов в облучаемой низкоатомной среде на основе решений обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка при их параметризации по данным измерений.

PACS: 87.53 Bn; 02.30.Hg

Ключевые слова: гамма-фотоны, низкоатомные среды, облучение, распределения доз, математическое моделирование.

Введение

При облучении низкоатомных сред пучками гамма-фотонов распределения поглощенных доз вдоль осевых их лучей прогнозируют по аппроксимированным данным достаточно трудоемких измерений, поскольку нет соответствующих математических моделей [1, 2]. Модель, разработанная нами, позволяет аппроксимировать функции, определяющие такие распределения, решениями обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка [3] при их параметризации по значениям доз, измеренным в двух «реперных» точках на уровнях заданных глубин.

Разработка модели

Для заданных условий (геометрии) облучения низкоатомной среды пучками гамма-фотонов моделировали распределения поглощенных доз вдоль осевых их лучей в декартовой системе координат, связанной с ее поверхностью, дифференциальными уравнениями

$$\frac{dD}{dz} = -\lambda D,$$

которые преобразовывали и интегрировали

$$\int \frac{dD}{D} = -\int \lambda dz,$$

получая их общие решения

$$\ln|D| = -\int \lambda dz + \ln C,$$

$$\ln \frac{D}{C} = -\int \lambda dz,$$

где D — значения доз, λ — параметры, $\ln C$ — постоянные интегрирования.

Параметризация решений

С учетом начальных условий для значений доз в области «физического» максимума ($C = D_0$ при $z = C_z$) получали зависимости в виде следующего выражения:

$$\frac{\ln D_0}{D} = \int \lambda dz,$$

которые, в свою очередь, приближали линейными функциями:

$$\frac{\ln D_0}{D} = k_0 z - b_0,$$

где D_0 — значения доз в области максимума, C_z — глубина максимума, z — глубины вдоль осевых лучей от поверхности, k_0 и b_0 — параметры приближающих функций.

Для определения параметров по данным измерений [4] оценивали значения, нормированных к приповерхностным доз, в двух «реперных» точках на уровнях заданных глубин. По ним рассчитывали значения параметров из соотношений:

$$k_0 = \frac{\ln(D_0/D(z_2)) - \ln(D_0/D(z_1))}{z_2 - z_1}$$

Акаткин Олег Александрович, профессор.
Кулиш Ольга Александровна, старший преподаватель.
Петрова Ольга Владимировна, преподаватель.
Филиал Военной академии связи.
Россия, 350065, г. Краснодар, ул. Красина, 4.
Тел. 8 (961) 521-35-77.
E-mail: culish_olga@mail.ru

Статья поступила в редакцию 5 августа 2015 г.

© Акаткин О. А., Кулиш О. А., Петрова О. В., 2015

$$b_0 = -(k_0 z_1) + \ln(D_0/D(z_1)),$$

где $D(z_1)$ и $D(z_2)$ — значения доз в «реперных» точках, z_1 и z_2 — уровни их глубин от поверхности.

Для определения частных решений исходных уравнений приближали зависимости для найденных значений параметров функциями:

$$k_0 = -C_z s + C_2,$$

$$b_0 = C_3(z + \Delta) \exp(-C_4(z + \Delta))$$

при

$$C_j = -k_j z_0 + b_j,$$

где C_j — параметры функций ($j \in [1, 4]$), z_0 — расстояния от источника излучения до поверхности среды, s — площади «входных» полей на ней, k_j и b_j — коэффициенты ($j \in [1, 4]$), Δ — постоянные.

Коэффициенты последней зависимости оценивали методом наименьших квадратов [5]. Полученными частными решениями аппроксимировали функции, определяющие распределения доз вдоль осевых лучей пучков гамма-фотонов в облучаемой среде.

Результаты и их обсуждение

Прогнозировали распределения соответствующих доз в воде при облучении пучками гамма-фотонов с энергиями $W_\gamma = 1,25$ МэВ.

В табл. 1 даны коэффициенты для расчета параметров функций, определяющих такие распределения, при условиях облучения: $60 \text{ см} \leq z_0 \leq 100 \text{ см}$, $50 \text{ см}^2 \leq s \leq 400 \text{ см}^2$.

Таблица 1

Коэффициенты для расчета параметров функций, определяющих распределения доз в воде при заданных условиях облучения

| $C_1 \cdot 10^{-5}$ | $C_2 \cdot 10^{-2}$ |
|--|--|
| $k_1 = 2,26 \cdot 10^{-2}$ $b_1 = 5,17$ | $k_2 = 2,96 \cdot 10^{-2}$ $b_2 = 9,28$ |
| C_3 | C_4 |
| $k_3 = (-3,8 \cdot 10^{-2} z_0 + 5,3) \cdot 10^{-5}$ $b_3 = 4,32 \cdot 10^{-2}$ | $k_4 = 30 \cdot 10^{-5}$ $b_4 = 15,7 \cdot 10^{-2}$ |

Примечание: значение постоянной $\Delta = 0,475$.

На рис. 1 и 2 приведены графики таких функций с указанием «реперных» точек при измерениях доз. Они получены по данным табл. 1 для усло-

вий облучения: $z_0 = 50 \text{ см}$ (рис. 1) и $z_0 = 100 \text{ см}$ (рис. 2) при значениях $s = 100 \text{ см}^2$ (графики 1) и $s = 400 \text{ см}^2$ (графики 2).

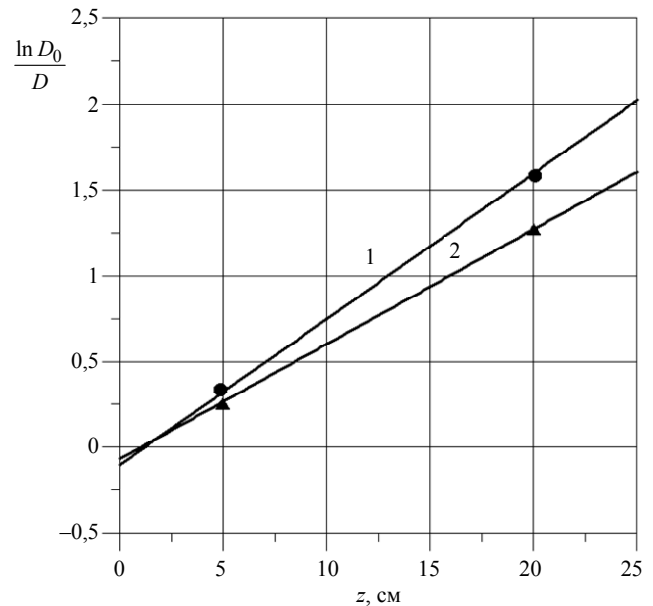


Рис. 1. Функции, определяющие распределения доз в воде при облучении пучками гамма-фотонов

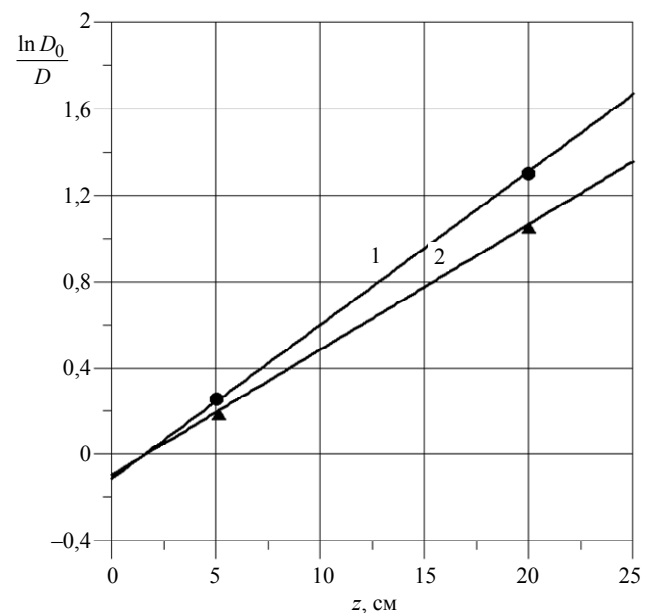


Рис. 2. Функции, определяющие распределения доз в воде при облучении пучками гамма-фотонов

В табл. 2 даны значения доз в распределениях на уровнях нескольких глубин в воде по данным прогноза и данным измерений [6] для одинаковых условий облучения пучками гамма-фотонов: $z_0 = 80 \text{ см}$, $s = 100 \text{ см}^2$ и $s = 400 \text{ см}^2$.

Таблица 2

Значения доз в распределениях на уровнях нескольких глубин в воде по данным прогноза D_1 и данным D_2 измерений

| $S, \text{см}^2$ | $z, \text{см}$ $D_2, \%$ | 1 | 3 | 5 | 10 | 15 | 20 | 30 |
|------------------|-----------------------------|------|-------|------|------|------|------|------|
| | | 100 | D_1 | 98,0 | 88,5 | 78,3 | 54,9 | 37,8 |
| | D_2 | 98,2 | 88,3 | 78,5 | 55,6 | 38,9 | 27,2 | — |
| 400 | D_1 | 98,8 | 91,3 | 82,3 | 60,7 | 43,7 | 31,7 | 16,6 |
| | D_2 | 98,4 | 89,6 | 80,8 | 60,2 | 44,2 | 32,6 | — |

Примечание: в области «физического» максимума $C_z = 0,5 \text{ см}$ значения доз $D_0 = 100 \%$.

Из данных табл. 2 следует, что рассчитанные и измеренные значения доз хорошо совпадают. Относительные погрешности сравнительной их оценки $\varepsilon \leq 3 \%$ во всей области их определения.

Заключение

Проведенные оценки и расчеты показали, что при облучении низкоатомных сред пучками гамма-фотонов, функции, определяющие распределения поглощенных доз вдоль осевых их лучей, можно аппроксимировать решениями обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка при их параметризации для заданных условий облучения по значениям доз, измеренными не более чем в двух «реперных» точках на уровнях заданных глубин. При изменении условий облучения в широких пределах параметры функций, определяющих соответствующие распреде-

ления доз, можно оценить по небольшому числу табулированных коэффициентов.

Модель найдет применение в радиационной дозиметрии для прогноза распределений доз, поглощенных в низкоатомных средах при облучении пучками гамма-фотонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kenner K. Ю., Климанов В. А. // Мед. физика. 2001. № 10. С. 22.
2. Boellard M., Van Herk M., Mijnheer B. // Med. Phys. 1997. V. 24. P. 189.
3. Матвеев Н. М. Дифференциальные уравнения. — М.: Просвещение, 1988.
4. Джонс Х. Физика радиологии. — М.: Атомиздат, 1965.
5. Поринев С. В., Беленков И. В. Численные методы на базе MathCAD. — Санкт-Петербург.: БХВ — Петербург, 2005.
6. Johns H. E., Cunningham J. R. The Physics of Radiology. Ed. by Springfield. I. L. — Carles Thomas, USA, 1983.

Model for the forecast of distributions for absorbed doses of the γ -photon beams along axial rays in irradiated low atomic number medium

O. A. Akatkin, O. A. Culish, and O. V. Petrova

Military Academy of Communications (Krasnodar branch office), Krasnodar 4
4 Krasin str., Krasnodar, 350065, Russia
E-mail: culish_olga@mail.ru

Received August 5, 2015

A model has been developed for the forecast of distributions for the absorbed doses of the γ -photon beams along axial rays in irradiated low atomic number medium. The model has been made on the basis of decisions of the ordinary linear differential equations of the first order at their parameterization according to measurements.

PACS: 87.53 Bn; 02.30.Hg

Keywords: γ -photons, low atomic number medium, irradiation, distributions, doses, mathematical modeling.

REFERENCES

1. K.Y. Kepper and V. A. Klimanov, *Med. Fiz.*, No. 10, 22 (2001).
2. M. Boellard, M. Van Herk, and B. Mijnheer, *Med. Phys.* **24**, 189 (1997).
3. N. M. Matveev, *Differential Equations* (Prosveshchenie, Moscow, 1988) [in Russian].
4. H. E. Johns, *The Physics of Radiology* (Atomizdat, Moscow, 1965) [in Russian].
5. C.V. Porshnev and I. V. Belenkov, *Numerical Methods on the Base of MathCAD* (BHV, Petersburg, 2005) [in Russian].
6. H. E. Johns and J. R. Cunningham, *The Physics of Radiology*. Ed. by I. L Springfield (Carles Thomas, USA, 1983).