

УДК 621.382.53

О возможности создания холодильников на объёмных эффектах Пельтье и Бриджмена

В. Г. Охрем

Рассмотрены возможности создания холодильников, работающих на объёмных эффектах Пельтье и Бриджмена. Показано, что при наличии термоэлектрика с линейной зависимостью термоЭДС от координат, возможно создание холодильного элемента на основе объёмного эффекта Пельтье. Для создания холодильного элемента на основе эффекта Бриджмена возможно использование известных анизотропных термоэлектриков.

PACS: 85.80.F

Ключевые слова: объёмный эффект Пельтье, поперечный эффект Пельтье, эффект Бриджмена, холодильный элемент.

Введение

Количество используемых в настоящее время термоэлементов (ТЭ) значительно меньше числа известных эффектов, на которых возможно их создание. Другими словами, для этих ТЭ весьма ограничен круг термоэлектриков. В то же время отсутствуют исследования, связанные с возможностями создания ТЭ на объёмных эффектах Пельтье, Бриджмена, а также на других эффектах, несмотря на их очевидную актуальность.

Целью данной работы является поиск возможностей создания новых ТЭ на основе стандартных и гипотетических термоэлектриков и эффектов, а также изучение их потенциальных характеристик.

Холодильный элемент на объёмном эффекте Пельтье

Ниже рассмотрена возможность создания холодильного элемента (ХЭ) на основе объёмного эффекта Пельтье и оценена эффективность его работы [1]. Выясняются требования к термоэлектрику, из которого можно было бы изготовить указанный ХЭ.

При протекании электрического тока в термоэлектрически-неоднородной проводящей среде закон сохранения энергии запишем следующим образом:

$$\operatorname{div}(\chi \nabla T) + \rho j^2 - T(\vec{j} \nabla \alpha). \quad (1)$$

Пусть температура и ток одномерны, т. е. $T = T(x)$, $\vec{j} = (j, 0, 0)$; χ и ρ — постоянны, а термоЭДС α зависит от координаты x . Тогда уравнение (1) примет вид:

$$\chi \frac{d^2 T}{dx^2} + \rho j^2 - Tj \frac{d\alpha}{dx} = 0. \quad (2)$$

Здесь ρ и χ — удельные сопротивление и теплопроводность; первый член — это тепло, выделяющееся в единице объёма за счет теплопроводности, второй — тепло Джоуля, третий — объёмное тепло Пельтье, обусловленное неоднородностью коэффициента термоЭДС. Зависимость α от координаты может иметь место тогда, когда соответствующим образом создана физическая неоднородность термоэлектрика. Указанный эффект Пельтье назван объёмным. Он был исследован впервые П. И. Баранским [2, 3], а возможности его учета при конструировании термоэлементов Зеебека и Пельтье рассматривались в работах [4, 5].

Положим далее, что $\alpha(x) = \alpha_0 + (\alpha_l - \alpha_0)x/l$, где α_0 и α_l — термоЭДС при $x = 0$ и $x = l$ (рис. 1) соответственно. При такой неоднородности термоЭДС имеем $d\alpha/dx = (\alpha_l - \alpha_0)/l$, и уравнение (2) можно записать в виде выражения:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \delta T + \gamma = 0, \quad (3)$$

где $\delta = (\alpha_l - \alpha_0)j/\chi$, $\gamma = \rho j^2/\chi$.

Охрем Василий Георгиевич, доцент.
Национальный технический университет «ХПИ», Черновицкий факультет.
Украина, 58018, г. Черновцы, ул. Главная, 203-а.
E-mail: okhrem@ukr.net

Статья поступила в редакцию 1 сентября 2015 г.

© Охрем В. Г., 2015

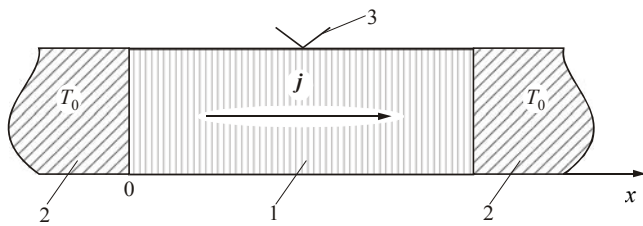


Рис. 1. Принципиальная схема для исследования ХЭ на объёмном эффекте Пельтье: 1 — образец из линейно-неоднородного по термоЭДС материала; 2 — термостатированные токопроводы; 3 — термонара контролирующая температуру

Граничные условия выберем следующим образом:

$$T(0) = T(l) = T_0, \tag{4}$$

которые означают термостатирование торцевых граней образца при температуре T_0 (рис. 1).

Решение задач (3), (4) имеет вид:

$$T(x) = \frac{\gamma}{\delta} + \left(T_0 - \frac{\gamma}{\delta} \right) \frac{\text{sh}\sqrt{\delta}(l-x) + \text{sh}\sqrt{\delta}x}{\text{sh}\sqrt{\delta}l}. \tag{5}$$

Для числовых оценок распределения температуры вдоль образца выбран термоэлектрик со следующими характеристиками: $\rho = 10^{-3}$ Ом·см, $\chi = 10^{-2}$ Вт/(см·К), $\Delta\alpha = 300 \cdot 10^{-4}$ В/К. При расчетах также приняты такие значения величин: $j = 6,5$ А/см², $T_0 = 300$ К, $l = 5$ см. Расчеты проведены с помощью MAPLE. Результаты расчетов в соответствии с формулой (5) приведены на рис. 2.

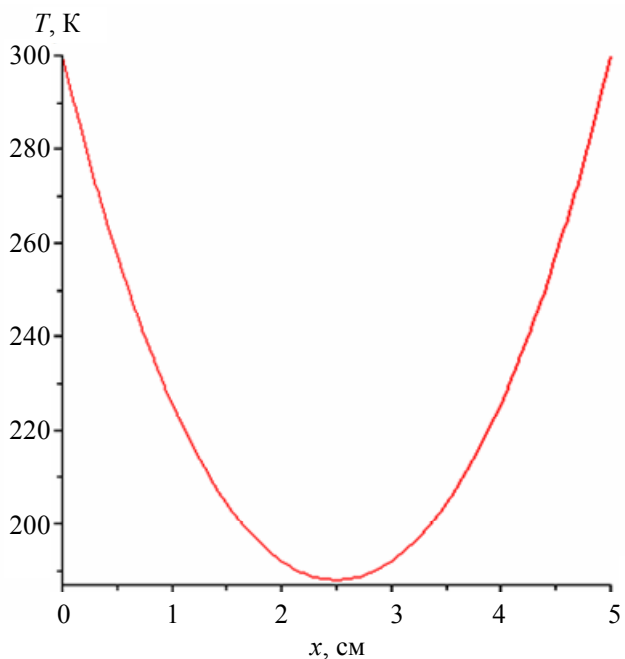


Рис. 2. Зависимость температуры от координаты для линейно-неоднородного по термоЭДС термоэлектрика

Таким образом, рассмотренный термоэлектрически-неоднородный термоэлектрик может быть использован для изготовления ХЭ на объёмном эффекте Пельтье. Он имеет то преимущество перед стандартным ХЭ, что состоит только из одной ветви и поэтому конструктивно значительно проще.

Рассмотренная модель термоэлектрической пространственной линейной неоднородности не является единственно возможной. Однако ее исследование позволило выяснить вопрос о возможности использования объёмного эффекта Пельтье в интересах изготовления ХЭ.

Анизотропный термоэлектрический холодильный элемент на основе термоэлектрически анизотропного неоднородного материала

Возможность создания такого ХЭ уже отмечалась в работе [6]. Пусть анизотропный термоэлемент (АТЭ), работающий в режиме охлаждения, изготовлен из термоэлектрически анизотропного неоднородного материала, для которого поперечный коэффициент Зеебека $\alpha_{12} = \alpha_{12}(y)$, а ρ_{11} и χ_{22} — удельные продольное сопротивление и теплопроводность вдоль оси y , которые будем считать постоянными.

Тогда в средней части достаточно длинного образца (см. рис. 3) ($l \gg h$, где l — длина, h — высота) температуру можно считать одномерной и удовлетворяющей уравнению:

$$\frac{d^2T}{dy^2} - \delta T + \gamma = 0,$$

где

$$\delta = \frac{d\alpha_{12}}{dy} \frac{j}{\chi_{22}},$$

$$\gamma = \frac{\rho_{11}j^2}{\chi_{22}},$$

j — плотность тока, текущего вдоль оси x .

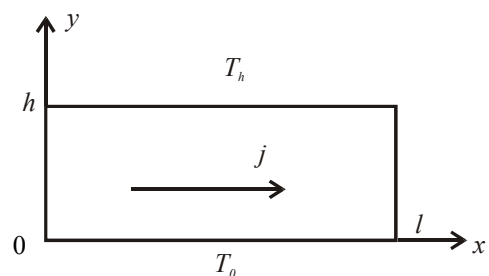


Рис. 3. Принципиальная схема анизотропного элемента

Будем считать далее, что $\alpha_{12} = \alpha_0 + \frac{\alpha_h - \alpha_0}{h} y$, т. е. α_{12} линейно зависит от координаты y ; α_0 и α_h — коэффициенты термоЭДС при $y = 0$ и $y = h$ соответственно. При таком распределении коэффициента термоЭДС будем иметь $d\alpha_{12}/dy = (\alpha_h - \alpha_0)/h$. При граничных условиях $T(0) = T_0$ — температура горячей грани и $T(h) = T_h$ — температура холодной грани, решение этой задачи имеет вид:

$$T = \frac{\gamma}{\delta} + Ae^{\sqrt{\delta}y} + Be^{-\sqrt{\delta}y},$$

где

$$A = T_0 - \frac{\gamma}{\delta} - B, \quad B = \frac{\left(T_0 - \frac{\gamma}{\delta}\right)e^{\sqrt{\delta}h} - T_h + \frac{\gamma}{\delta}}{2\text{sh}\sqrt{\delta}h}.$$

Температуру холодной грани T_h найдем, исходя из условия ее адиабатической изоляции, которое запишем в виде следующего соотношения:

$$-\frac{dT(h)}{dy} + \frac{\alpha_h}{\chi_{22}} j T_h = 0.$$

Выполнив несложные математические выкладки, получим выражение

$$T_h = \frac{\gamma}{\delta} - \frac{(T_0 - \gamma/\delta)/\sqrt{\delta} + ((\alpha_h j / \chi_{22})\gamma/\delta) \cdot \text{sh}(\sqrt{\delta}h)}{(\alpha_h j / \chi_{22}) \cdot \text{sh}(\sqrt{\delta}h) - \sqrt{\delta} \cdot \text{ch}(\sqrt{\delta}h)}.$$

Для числовой оценки эффекта охлаждения нужно задать кинетические коэффициенты материала образца, а именно: $\alpha_0, \alpha_h, \rho_{11}, \chi_{22}$, высоту h , плотность тока j , а также температуру T_0 . Положим $\alpha_h = 10^{-4}$ В/К, $\alpha_0 = 0$ В/К, $\rho_{22} = 10^{-3}$ Ом·см, $\chi_{22} = 10^{-2}$ Вт/(см·К), $j = 20$ А/см², $h = 0,5$ см, $T_0 = 300$ К. Тогда $\gamma = 40$ К/см², $\delta = 0,4$ см⁻² и, следовательно, получим $T_h = 225$ К.

Для анизотропного ХЭ, материал которого однородный, при $\alpha_{12} = 10^{-4}$ В/К, $\chi_{22} = 10^{-2}$ Вт/(см·К), $\rho_{11} = 10^{-3}$ Ом см и $T_0 = 300$ К, имеем $T_{\min} = 265$ К, т. е. неоднородный материал даёт более глубокое охлаждение.

Отметим, что использованные выше (для оценки глубины охлаждения) значения материальных констант носят иллюстративный характер. Подобного линейно-неоднородного термоэлектрика среди известных на сегодня материалов нет, поэтому он должен быть специально создан. Тех-

нология его изготовления может оказаться достаточно сложной. Это может быть, например, специальным образом деформированный термоэлектрик или термоэлектрик, подверженный влиянию соответствующим образом созданного неоднородного магнитного поля.

Наконец заметим, что при неоднородности коэффициента удельные электрическое сопротивление и теплопроводность, вообще говоря, тоже должны быть неоднородными. Однако такая неоднородность, с точки зрения автора, принципиально не повлияет на эффект охлаждения. Она может лишь усложнить математические расчеты.

Эффект Бриджмена и возможность его практического использования

Эффект Бриджмена заключается в выделении (поглощении) тепла в анизотропном кристалле в местах, где вектор плотности тока меняет направление относительно кристаллографических осей. Количество тепла, приходящегося на единицу объема, составляет величину:

$$Q_B = \alpha_{ik} T \frac{\partial j_i}{\partial x_k}, \quad (7)$$

где α_{ik} — компоненты тензора термоЭДС, j_i — i -тая компонента плотности электрического тока.

В некоторых работах, в частности, в [7, 8], говорится о принципиальной возможности существования эффекта Бриджмена. В настоящей статье предложена физическая модель, с помощью которой выясняются условия наблюдения эффекта Бриджмена, а также обсуждаются возможности и преимущества его практического использования. Изложенные ниже исследования впервые были опубликованы в работах [9, 10].

Чтобы оценить вклад Q_B в общий тепловой баланс при стационарном процессе, будем исходить из обобщенного уравнения теплопроводности в двумерном случае при независимых от температуры кинетических коэффициентах для однородного термоэлектрически анизотропного кристалла. В декартовой системе координат при условии, что кристаллографические и лабораторные оси совпадают по направлениям, можно написать следующее уравнение:

$$\chi \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \alpha_{11} T \frac{\partial j_1}{\partial x} - \alpha_{22} T \frac{\partial j_2}{\partial y} + \rho (j_1^2 + j_2^2) = 0.$$

В стационарном случае имеет место уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial j_1}{\partial x} + \frac{\partial j_2}{\partial y} = 0. \quad (8)$$

Поэтому уравнение теплопроводности будет иметь такой вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \alpha_1 T \frac{\partial j_1}{\partial x} + b_1(j_1^2 + j_2^2) = 0, \quad (9)$$

где j_1 и j_2 — компоненты вектора плотности электрического тока, $\alpha_1 = \Delta\alpha/\chi$, $b_1 = \rho/\chi$, $\Delta\alpha = \alpha_{11} - \alpha_{22}$ — анизотропия термоЭДС, χ и ρ — удельные теплопроводность и электрическое сопротивление.

Первые два члена в (9) описывают выделение тепла за счет теплопроводности, последний член — это тепло Джоуля, третий — тепло, выделяющееся за счет эффекта Бриджмена.

Полукольцевой ХЭ

В наиболее простом случае в полярной системе координат плотность тока можно задать лишь азимутальной составляющей $j = j_{\varphi'} = j_0/r$, где j_0 — постоянна. Такую модель тока можно обосновать следующим образом. В соответствии с обобщенным законом электропроводности, выражение для компонент напряженности электрического поля для термоэлектрически анизотропного кристалла имеет вид:

$$E_i = \rho j_i + \alpha_{ik} \frac{\partial T}{\partial x_k}.$$

Отсюда для однородной двумерной среды в декартовой системе координат, оси которой совпадают с кристаллографическими осями, получим такое уравнение:

$$\frac{\partial j_2}{\partial x} - \frac{\partial j_1}{\partial y} = \frac{\Delta\alpha}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y}.$$

Считая $\Delta\alpha/\rho$ малой величиной, а T слабо зависящей от координат, можем положить справедливым соотношение:

$$\frac{\partial j_2}{\partial x} - \frac{\partial j_1}{\partial y} \approx 0. \quad (10)$$

Запишем (8) и (10) в полярных координатах r и φ' в виде выражений:

$$\frac{\partial(rj_r)}{\partial r} + \frac{\partial j_{\varphi'}}{\partial \varphi'} = 0, \quad \frac{\partial(rj_{\varphi'})}{\partial r} + \frac{\partial j_r}{\partial \varphi'} = 0,$$

где j_r и $j_{\varphi'}$ — радиальная и азимутальная составляющие плотности электрического тока. Из по-

следних выражений видно, что если $j_r = 0$, то $j_{\varphi'} = j_0/r$. С учетом изложенного выше, в полярной системе координат будем иметь соотношение:

$$\frac{\partial j_1}{\partial x} = -j_0 \frac{\sin 2\varphi'}{r^2}. \quad (11)$$

Уравнение (9) в полярных координатах, с учетом (11), примет вид:

$$r \frac{\partial T}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi'^2} + aT \sin 2\varphi' + b = 0, \quad (12)$$

где $a = a_1 j_0$, $b = b_1 j_0$. Положим далее $\varphi' = \varphi + \pi/4$. При условии, что $T = T(\varphi)$, получим уравнение:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + aT \cos 2\varphi + b = 0. \quad (13)$$

Найдем распределение температуры в образце, схематически изображенном на рис. 4. Уравнение (13) рассмотрим вместе с граничными условиями:

$$T(0) = T(\pi) = T_0. \quad (14)$$

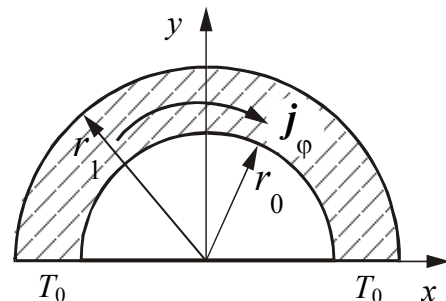


Рис. 4. Полукольцевой образец азимутального ХЭ на эффекте Бриджмена

Задача состоит в том, чтобы выяснить, при каких условиях будет иметь место неравенство $T(\varphi)|_{0 < \varphi < \pi} < T_0$, т. е. будет наблюдаться охлаждение среды.

Решение уравнения (13) представим суммой ряда Фурье:

$$T(\varphi) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\varphi. \quad (15)$$

Коэффициенты C_1, C_2, C_3, \dots вычисляются приближенно, поэтому и сумма ряда в (15) не может быть вычислена очень точно. Оценим величину

ну снижения температуры в точке $\varphi = \pi/2$. Для этого нужны коэффициенты для нечетных n (для четных n они равны нулю). Ограничившись двумя членами разложения в этой точке, выпишем коэффициенты для $n = 1$ и $n = 3$:

$$C_1 = -\frac{2b(18E_1 + aE_3) - aT_0[18(E_1 - E_3) - a(E_1 + E_3)]}{a^2 - 18a - 36},$$

$$C_3 = -\frac{2b(aE_1 + (2+a)E_3) + aT_0(aE_3 + 2(E_1 + E_3))}{a^2 - 18a - 36},$$

где $E_n = 2(1 + (-1)^{n+1})/n\pi$ — коэффициенты разложения 1 в ряд Фурье по синусам. При $\Delta\alpha = 10^{-4}$ В/К, $\rho = 10^{-3}$ Ом·см, $\chi = 0,01$ Вт/(см·К), $T_0 = 300$ К, $j_0 = 7,5$ А/см получаем перепад температур около 12 К. Для стандартного анизотропного ХЭ, изготовленного из этого же материала, по формуле для максимального перепада температуры:

$$\Delta T = \frac{zT_0 - \sqrt{1 + 2zT_0 + 1}}{z}, \quad (16)$$

где z — анизотропная термоэлектрическая добротность, получаем величину перепада 35 К. Таким образом, приходим к выводу, что в рассмотренной модели эффект Бриджмена приводит к охлаждению. Однако все же по величине перепада температуры он проигрывает стандартному анизотропному ХЭ. Отметим, что полукольцевой холодильный элемент защищен патентом Украины [11].

Радиальный ХЭ

Схема радиального ХЭ на эффекте Бриджмена представлена на рис. 5 [12]. Будем считать, что и в этом случае кинетические коэффициенты не зависят от температуры и координат. Тогда при наклоне кристаллографических осей к осям лабораторной системы x и y под углом 45° и при наличии только радиальной составляющей вектора плотности электрического тока, т. е. $j_r = j_0/r$, а $j_\varphi = 0$, где j_0 — постоянная, уравнение теплопроводности примет такой вид:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \beta T \cos 2\varphi + \gamma = 0, \quad (17)$$

где $\beta = \Delta\alpha j_0 / \chi$, $\gamma = \rho j_0 / \varphi$.

Будем считать, что $T = T(r)$. Тогда при условии, что $2\varphi \ll 1$, уравнение (17) можно записать в виде:

$$r \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \beta T + \gamma = 0. \quad (18)$$

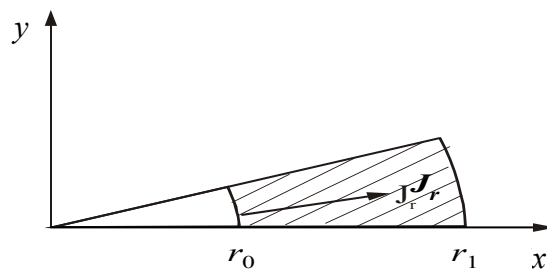


Рис. 5. Радиальный ХЭ на эффекте Бриджмена

Далее уравнение (18) рассмотрим при следующих условиях:

$$T(r_0) = T(r_1) = T_0. \quad (19)$$

Решение задачи (18), (19) зависит от знака β . Для $\beta = v^2 > 0$ оно имеет вид:

$$T(r) = \left(T_0 + \frac{\gamma}{\beta} \right) \frac{\cos((v/2) \ln(r_1 r_0 / r^2))}{\cos((v/2) \ln(r_1 / r_0))}. \quad (20)$$

В этом случае охлаждения не будет.

При $\beta = -v^2 < 0$ будем иметь соотношение:

$$T(r) = \left(T_0 - \frac{\gamma}{v^2} \right) \frac{r^v + (r_1 r_0)^v r^{-v}}{r_1^v + r_0^v} + \frac{\gamma}{v^2}.$$

Для тех же материальных константах при $j_0 = 1$ А/см и $T_0 = 300$ К, $r_0 = 0,1$ см, $r_1 = 2$ см в точке $r = (r_1 - r_0)/2$ получим 279 К, т. е. перепад температуры составляет 21 К, а при $r_1 = 3$ см он достигает 32 К. При дальнейшем увеличении r_1 перепад не увеличивается. Таким образом, ХЭ на эффекте Бриджмена в этом случае дает охлаждение, сравнимое с охлаждением, которое дает стандартный анизотропный ХЭ.

Заключение

Проведенные исследования и оценки позволяют сделать следующие выводы.

1. Создание холодильных элементов на основе объемных продольного или поперечного эффектов Пельтье возможно при условии неоднородности термоЭДС термоэлектрического материала. В простейшем случае — это линейная зависимость термоЭДС от координаты.

2. Изготовление холодильных элементов на объемном эффекте Бриджмена возможно на основе известных анизотропных термоэлектрических материалов. В конструктивном отношении эти ХЭ проще по сравнению с анизотропными ХЭ. Они

могли бы использоваться для охлаждения или стабилизации температуры элементов микроэлектронной техники.

ЛИТЕРАТУРА

1. Охрем В. Г., Охрем Е. А. // Термоэлектричество. 2003. № 1. С. 37.
2. Баранский П. И. // ЖТФ. 1958. Т. 28. № 2. С. 225.
3. Баранский П. И. // ФТТ. 1960. Т. 2. № 3. С. 445.
4. Reich A. D. // Bull. Amer. Phys. Soc. 1972. V. 17. No. 3. P. 702.
5. Анатычук Л. И., Семенюк В. А. Оптимальное управление свойствами термоэлектрических материалов. — Черновцы: Прут, 1992.

6. Охрем В. Г., Охрем О. А. // Науковий вісник Чернівецького університету. 2000. В. 92. Фізика. Електроніка. С. 48.
7. Самойлович А. Г., Коренблит Л. Л. // УФН. 1953. Т. 49. № 3. С. 243.
8. Термоэлементы и термоэлектрические устройства: Справочник / Анатычук Л. И. — К.: Наук. Думка, 1979.
9. Охрем В. Г. // ФТП. 1994. Т. 28. № 6. С. 1097.
10. Охрем В. Г. // ИФЖ. 1999. Т. 72. № 1. С. 161.
11. Охрем О. А., Охрем В. Г., Ащеулов А. А. Декларационный патент на винахід № 55637А. Дата реєстрації 10.04.03. Анізотропний термоелектричний охолоджувач. Н0 1L35 / 00. Бюл. № 4 від 15.04.03.
12. Охрем О. А., Охрем В. Г., Ащеулов А. А. Декларационный патент на винахід № 55645А. Дата реєстрації 15.05.2003. Анізотропний термоелектричний охолоджувач. Н 01L35 / 00. Вип. №. 5 від 15.05.2003.

Possibility of creation of a refrigerator on base of the Peltier and Bridgman volume effects

V. G. Okhrem

National Technical University «KhPI», Chernovtsy Branch
203-a Golovnya str. Chernovtsy, 58018, Ukraine
E-mail: okhrem@ukr.net

Received September 1, 2015

Consideration is given to creating the refrigerators working on bulk Peltier effect and Bridgman effect. It is shown that you can create a refrigerating element based on the Peltier effect surround in the presence of thermoelectrics with a linear dependence of the thermoelectric power of the coordinate. To create a refrigeration element based on the Bridgman effect it is possible to use the known anisotropic thermoelectrics.

PACS: 85.80.F

Keywords: volumetric Peltier effect, transverse Peltier effect, Bridgman effect, refrigerating element.

REFERENCES

1. V. G. Okhrem and E. A. Okhrem, Termoelektrichestvo, No. 1, 37 (2003).
2. P. I. Baranskii, Tech. Phys. **28** (2), 225 (1958).
3. P. I. Baranskii, Fizika Tverd. Tela 1960. T. 2. № 3. С. 445 (1960).
4. A. D. Reich, Bull. Amer. Phys. Soc. **17**, 702 (1972).
5. L. I. Anatyshuk and V. A. Semenyuk, *Optimal Control of Features of Thermoelectrics*. (Prut, Chernovtsy, 1992) [in Russian].
6. V. G. Okhrem and O. A. Okhrem, Naukov. Visn. Chernov. Univer. No. 92. 48. (2000) [in Ukrainian].
7. A. G. Samoilovich and L. L. Korenblit, Phys. Usp. **49**, 243 (1953).
8. *Thermoelements and Thermoelectric Features. Handbook*. Ed. by L. I. Anatyshuk (Naukova Dumka, Kiev, 1979) [in Russian].
9. V. G. Okhrem, Semiconductors **28**, 1097 (1994).
10. V. G. Okhrem, Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal **72**, 161 (1999).
11. O. A. Okhrem, V. G. Okhrem, and A. A. Ashcheulov, Ukrainian Patent No. 55637A. April 10, 2003.
12. O. A. Okhrem, V. G. Okhrem, and A. A. Ashcheulov, Ukrainian Patent No. 55645A. May 15, 2003.

* * *