

УДК 621.283.4/5

Аналитическое описание характеристик лавинных фотодиодов (обзор) Часть II

И. Д. Бурлаков, А. М. Филачев, В. А. Холоднов

Данная работа представляет собой вторую часть общего обзора авторов. В первой части (см. «Успехи прикладной физики», 2016. Т. 4. № 1. С. 52) проведена общая постановка задачи по аналитическому вычислению межзонных туннельных токов в $p-n$ -структурах, прежде всего, на основе прямозонных полупроводников в условиях лавинного размножения носителей, их коэффициентов размножения и лавинных факторов шума. Выполнена программа по вычислению коэффициентов размножения. В наиболее характерных ситуациях они представлены в аналитическом виде. Показано, что полученные аналитические результаты находятся в хорошем количественном согласии с проведенными ранее численными расчетами и экспериментальными данными.

В данной части обзора проведен теоретический анализ зависимости межзонного туннельного тока гетероструктуры с p^+-n -переходом в "широкозонном" слое от параметров используемых полупроводниковых материалов, уровней легирования "высокоомных" слоев и их толщин при напряжениях лавинного пробоя гетероструктуры. Показано, что туннельный ток, как правило, немонотонно зависит от концентрации легирующей примеси в "высокоомной" части "широкозонного" слоя. В наиболее практически интересном случае существует оптимальная концентрация этой примеси, при которой для заданных толщин слоев и уровня легирования "узкозонного" слоя туннельный ток достигает абсолютного минимума. Выведена простая формула для определения величины этой концентрации. Получено также аналитическое выражение для определения минимального значения туннельного тока. В реальных случаях перепад токов может составлять несколько порядков. Выяснено, что увеличение уровня легирования "узкозонного" слоя во многих случаях приводит к уменьшению туннельного тока. Показано, что при понижении уровня легирования "высокоомных" слоев гетероструктуры туннельный ток не обращается в нуль, а начиная с некоторой концентрации перестает зависеть от уровня легирования. Аналогичный эффект имеет место и для гомогенного p^+-n -перехода. Обсуждаются физические причины такого поведения туннельного тока при напряжениях лавинного пробоя. Разработана методика оптимизации параметров гетероструктуры порогового лавинного фотодиода с разделенными областями поглощения и умножения. Проведены конкретные расчеты, например, для широко используемой системы $InP-In_{0,53}Ga_{0,47}As-InP$.

Рассмотрена возможность описания переходных процессов в $p-n-p$ -лавинных фотодиодах (ЛФД) элементарными функциями, прежде всего, при начальном напряжении V_0 , большем напряжения лавинного пробоя V_{BD} . Постановка задачи вызвана потребностью знать явные условия возникновения гейгеровской моды работы ЛФД. Выведено несложное выражение, описывающее динамику лавинного гейгеровского процесса. Получена формула для полного времени его протекания. Представлено явное аналитическое соотношение реализации моды Гейгера. Определены условия применимости полученных результатов.

В заключение на основе аналитических вычислений обсуждены и продемонстрированы преимущества лавинных гетерофотодиодов (ЛГФД) с разделенными областями поглощения и умножения (РОПУ) типа "low-high-low" перед классическими образцами.

Нумерация формул, рисунков и литературы продолжает нумерацию части I.

PACS: 72.20.Ht, 72.20.Jv, 85.30.Mn, 85.30.Kk

Ключевые слова: ударная генерация электронно-дырочных пар, коэффициенты ударной ионизации и лавинного размножения носителей, лавинный фотодиод (ЛФД), поле и напряжение

лавинного пробоя, $p-i-n$ -структура, $p-n$ -гетероструктура, лавинный гетерофотодиод (ЛГФД), разделенные области поглощения и умножения (РОПУ), межзонный туннельный ток, фоточувствительность, спектральная плотность шума, лавинный шум-фактор, быстродействие, ЛГФД с РОПУ классического типа и типа "low-high-low", режим Гейгера, аналитическая модель.

4. Туннельные токи в классических лавинных гетерофотодиодах

4.1. Приближение квазиоднородного электрического поля вычисления туннельных токов и условия его применимости

ЛГФД с РОПУ будем называть классическим, если он изготовлен на основе гетероструктуры, изображенной на рис. 1 (см. часть I обзора).

В процессе межзонного туннелирования электрон валентной зоны преодолевает барьер ABC (рис. 16, a). Длина туннелирования l_T , т. е. длина, на которой энергия дна зоны проводимости $E_c(x)$ изменяется на величину, равную E_g , находится из решения интегрального уравнения:

$$E_g = q \cdot \int_x^{x+l_T(x)} E(x') dx'. \quad (90)$$

Если изменение электрического поля в пределах длины туннелирования $\Delta E \ll E$, т. е., характерная длина изменения поля $l_E \gg l_T$, то раскладывая функцию $E(x')$ в ряд Тейлора около точки $x' = x$, получим, что в первом порядке по малому параметру l_T/l_E уравнение (90) принимает вид:

$$l_T = \frac{E_g}{qE(x) \cdot [1 - (l_T/2E) \cdot |\partial E/\partial x|]}. \quad (91)$$

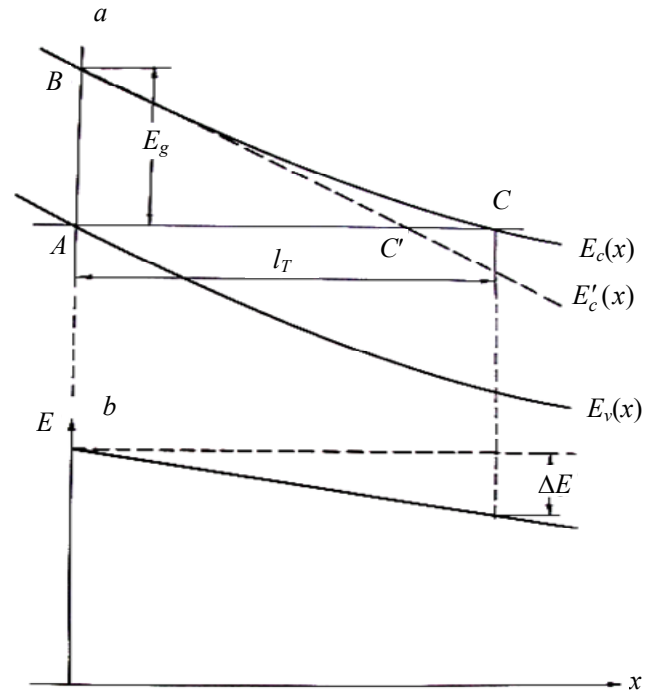


Рис. 16. Физический смысл приближения квазиоднородного поля E : a — зонная диаграмма, b — распределение поля на длине туннелирования l_T . ABC — действительный барьер, ABC' — фактически используемый. Штриховые линии — $E(x) = \text{const}$.

При $N(x) = \text{const}$ уравнение (91) является точным. Как видно из рис. 16, a, если

$$|C'C| \equiv \Delta l_T \ll l_T, \quad |C'B'| \equiv \Delta E_c \ll E_g, \quad (92)$$

то реальный барьер ABC с высокой степенью точности совпадает с треугольником ABC', которому отвечает однородное поле $E(x)$ (рис. 16, b).

Из (91) и уравнения Пуассона следует, что неравенства (92) выполняются, если

$$\delta(x) \equiv \frac{N(x) \cdot E_g}{2\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot E^2(x)} \ll 1, \quad (93)$$

при этом

$$l_T(E_g, E) = \frac{E_g}{q \cdot E(x)}. \quad (94)$$

Как показано ниже, вследствие больших значений напряженности поля E при лавинном пробое $p-n$ -структур неравенство (93) выполняется практически для всех материалов вплоть до кон-

Бурлаков Игорь Дмитриевич, зам. генерального директора по инновациям и науке¹, профессор⁴.

Филачев Анатолий Михайлович, генеральный директор¹, зав. кафедрой⁴.

Холоднов Вячеслав Александрович, научный консультант¹, ведущий научный сотрудник², профессор^{3,4}.

¹АО «НПО «Орион».

Россия, 111538, Москва, ул. Косинская, 9.

²Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН.

Россия, 125009, Москва, Моховая ул., 11.

³Московский физико-технический институт (МФТИ).

Россия, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.

⁴Московский институт радиотехники, электроники и автоматики (МИРЭА).

Россия, 119454, Москва, просп. Вернадского, 78.

Тел. 8 (916) 189-11-28. E-mail: vkholodnov@mail.ru

Статья поступила в редакцию 18 марта 2016 г.

центрации $N = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и даже большей. В рассматриваемых условиях плотности скоростей туннельной генерации носителей $g_{Ti}(x)$ в I и II слоях структуры можно описать выражением

$$g_{Ti}(x) \equiv \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial J_{Ti}}{\partial x} = A_{Ti} \cdot E^2(x) \cdot \exp\left[-\frac{a_i}{E(x)}\right], \quad (95)$$

полученным в работе [73] (см. также [13]) для $E(x) = \text{const}$, в котором

$$A_{Ti} = \frac{q^2}{(2\pi)^3 \cdot \hbar^2} \cdot \sqrt{\frac{2m_i^*}{E_{gi}}}, \quad a_i = \frac{\pi}{4q \cdot \hbar} \cdot \sqrt{2m_i^* \cdot E_g^3}. \quad (96)$$

Здесь E_{gi} и m_i^* — ширины запрещенных зон и приведенные эффективные массы легких носителей $m_i^* = 2m_c m_v / (m_c + m_v)$ в соответствующих слоях.

Использование приближения квазиоднородного поля (95), выражений (6)—(10) и резкость функций $g_{Ti}(x)$ позволяет получить удобную для анализа формулу для плотности первичного межзонного туннельного тока, а именно:

$$J_T = \sum_{i=1}^2 J_{Ti} = \frac{\sqrt{2} \cdot q^3}{(2\pi)^3 \cdot \hbar^2} \times \times \sum_{i=1}^2 \sqrt{\frac{m_i^*}{E_{gi}}} \cdot L_{Ti} \cdot E_i^2 \cdot \exp\left(-\frac{a_i}{E_i}\right), \quad (97)$$

где характерные размеры областей туннельной генерации носителей в I и II слоях определяются следующим образом:

$$L_{Ti}(E_i, W_i) = \min\left\{W_{Ti} \equiv \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_i \cdot E_i^2}{q \cdot a_i \cdot N_i}, W_i\right\}. \quad (98)$$

Формула (97) справедлива при выполнении условий

$$\delta_i \equiv \frac{N_i \cdot E_{gi}}{2\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E_i^2} < \frac{E_i}{a_i} \ll 1, \quad (99)$$

$$l_{Ti} \equiv l_T(E_{gi}, E_i) = \frac{E_{gi}}{q \cdot E_i} \ll l_i. \quad (100)$$

Смысл этих условий следующий. При выполнении неравенств (99) для $g_{Ti}(E)$, по крайней мере, в окрестности полей $E = E_i$ справедливо выражение (95). При выполнении правой части неравенств (99) туннельная генерация резко падает с

уменьшением E , а потому I_{Ti} при $W_{Ti} < W_i$ определяется в основном туннелированием в области $0 \leq x \leq W_{T1}$ и $W_1 \leq x \leq W_1 + W_{T2}$. Выполнение условий (100) требуется при "проколе" соответствующих слоев структуры для пренебрежения туннелированием через ее гетерограницы, которое формула (97) не учитывает. Покажем, что при лавинном пробое неравенства (99) и (100) справедливы практически для всех реальных значений параметров материалов, концентраций N_i и толщин слоев W_i гетероструктуры.

Лавинный пробой рассматриваемой структуры происходит тогда, когда одно из полей E_i становится близким к полю пробоя соответствующего слоя E_{iBD} ([1, 2, 3, 30, 39, 40], разд. 3.1–3.3). Значения полей E_{iBD} можно описать формулой (15) [14, 20], т. е.,

$$E_{iBD}(N_i, W_i) = E_{iBD}(0, W_i) \cdot \left[1 + \frac{N_i}{\tilde{N}_i(W_i)}\right]^{1/s}, \quad (101)$$

где

$$E_{iBD}(0, W) = A_i \cdot \left(\frac{A_i \cdot \varepsilon_i \cdot \varepsilon_0}{sqW_i}\right)^{1/(s-1)}, \quad (102)$$

$$\tilde{N}_i(W_i) = \left(\frac{A_i \cdot \varepsilon_i \cdot \varepsilon_0}{sqW_i}\right)^{s/(s-1)} \quad (103)$$

(s и A_i — некоторые постоянные).

Для многих полупроводников, в т. ч. $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ -соединений, являющихся одним из основных материалов для лавинных гетерофотодиодов [2, 4—12, 26, 32—34], имеем значения постоянных:

$$s = 8, \quad A = \sqrt{\frac{1,2 \cdot q}{\varepsilon_i \cdot \varepsilon_0}} \cdot \left(\frac{E_{gi}}{11q}\right)^{3/4} \cdot 10^{10}. \quad (104)$$

Из выражений (101), (102) и (103) при выполнении соотношений (104) найдем следующее.

1) Если

$$N_i \leq N_i^{(1)} = \frac{8,9 \cdot 10^{19}}{X_{mi}^4 \cdot X_{ei}^4 \cdot X_{gi}^6}, \quad [\text{см}^{-3}], \quad (105)$$

$$W_i \geq W_i^{(1)} = X_{mi}^{3,5} \cdot X_{ei}^3 \cdot X_{gi}^6 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4}, \quad [\text{мкм}], \quad (106)$$

то отношение E_i к a_i не превышает 0,1, где $X_{mi} = 0,06 / m_{i0}^*$, $X_{ei} = 12,4 / \varepsilon_i$, $X_{gi} = 1,35 / E_{gi}$ (для InP материала, на основе которого часто изготов-

ливаются широкозонные слои гетероструктуры [2, 4—12, 26, 32—34], $X_{mi} = X_{ei} = X_{gi} = 1$),

$m_{i0}^* = m_i^* / m_0$ (m_0 — масса свободного электрона).

2) Если

$$N_i \leq N_i^{(2)} = X_{mi}^{0,2} \cdot X_{ei}^{1,6} \cdot X_{gi}^{0,4} \cdot 3,3 \cdot 10^{17}, [\text{см}^3] \quad (107)$$

$$W_i \geq W_i^{(2)} = \frac{X_{gi}^{0,4} \cdot 1,8 \cdot 10^{-2}}{X_{mi}^{0,7} \cdot X_{ei}^{1,9}}, [\text{мкм}], \quad (108)$$

то в условиях лавинного пробоя соответствующего слоя структуры отношение δ_i к E_{iBD} / a_i не превосходят единицы, причем, даже при $N_i = N_i^{(2)}$

$$\delta_i < X_{mi}^{0,6} \cdot X_{ei}^{1,2} \cdot X_{gi}^{0,8} \cdot 10^{-1}, \quad (109)$$

3) Если

$$W_i \gg \frac{1,8 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{X_{ei}} \cdot \sqrt[6]{X_{gi}}}, [\text{мкм}], \quad (110)$$

то длина туннелирования l_{Ti} при $E_i = E_{iBD}$ много меньше толщины этого слоя W_i .

В выражениях (104)—(110) E_{gi} измеряется в эВ.

Анализ показывает, что в условиях лавинного пробоя гетероструктуры неравенства (99) и (100) выполняются при реальных значениях N_i и W_i и при $E_i < E_{iBD}$, т. е. и в слое, не контролирующем лавинный пробой. Как это видно из рис. 17, неравенства (99), (100), перестают, естественно, выполняться, когда прекращается "прокол" n_{wg} -слоя.

Отметим, что вычисления в приближении квазиоднородного поля приводят к некоторому завышению действительно существующих туннельных токов. В самом деле, вследствие высоко-го легирования p_{wg}^+ -слоя туннельным током в нем можно пренебречь — ситуация аналогична МДП структурам [74]. В слоях n -типа поле падает по мере удаления от металлургической границы $p^+ - n$ -перехода (рис. 1, б), а так как градиент потенциала $d\phi/dx = -E$, то наклон зон $E_c(x)$ и $E_v(x)$ уменьшается с увеличением x . Из рис. 16, а видно, что использование приближения квазиоднородного поля означает занижение толщины реального барьера АВС. Как и следовало ожидать, численные расчеты в ВКБ приближении [74] дают несколько меньшие значения туннельных токов, чем формула (97). Так как туннельные токи очень резко зависят от параметров материала, которые в

реальных образцах, как правило, в большей или меньшей степени отличаются от используемых при расчетах (к тому же точный профиль распределения легирующей примеси $N_i(x)$, а следовательно, и форма барьера АВС обычно неизвестны), то небольшое завышение значения туннельных токов обеспечивает технологический запас, необходимый при разработке приборов с требуемыми техническими характеристиками.

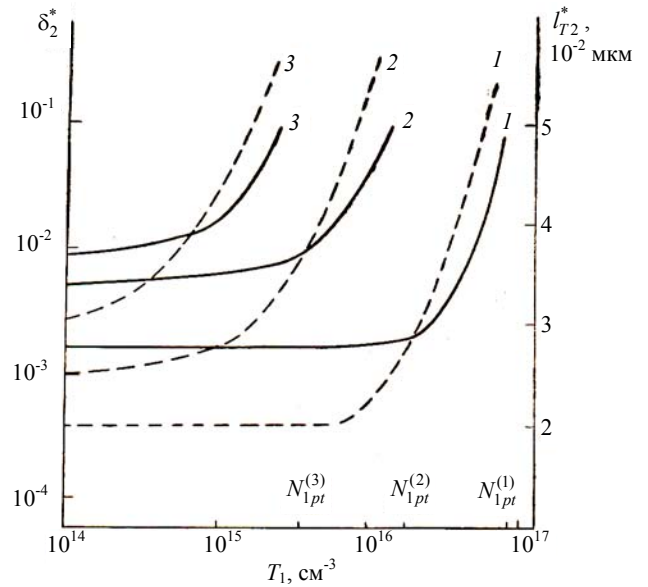


Рис. 17. Зависимость обобщенных параметров малости приближения квазиоднородного поля δ_2^* и l_{T2}^* от концентрации N_1 при $M_{ph} = 100$ в случае, когда размножение носителей происходит в n_{wg} : $\ln P$ -слое. Сплошные линии — δ_2^* , штриховые — l_{T2}^* . Значения W_1 , мкм: 1 — 0,5, 2 — 2, 3 — 8. N_{1pt} — максимальная концентрация N_1 , допускающая "прокол" n_{wg} -слоя; $\delta_2 = (N_2 / 10^{16}) \cdot (\epsilon_2 / \epsilon_1) \cdot E_{g2} \cdot \delta_2^*$; $l_{T2} = (\epsilon_2 / \epsilon_1) \cdot E_{g2} \cdot l_{T2}^*$; E_{g2} — эВ, концентрации — см^{-3} . Проведен численный расчет на основе соотношений (1), (2), (76)—(109).

4.2. Особенности межзонных туннельных токов в $p^+ - n$ -гетероструктурах при их лавинном пробое

Анализ выражения (97) при лавинном пробое $p^+ - n$ -гетероструктуры, т. е. когда либо $E_1 = E_{1BD}$, либо $E_2 = E_{2BD}$, показывает, что I_T , как правило, является немонотонной функцией N_1 . Увеличение же N_2 приводит к росту при одних значениях N_1 и W_i , а при других — к уменьшению туннельного тока. В зависимости от ширины запрещенной зоны E_{gi} -слоев гетероструктуры и их толщин W_i возможны следующие ситуации.

4.2.1. Независимые уровни легирования "широкозонного" (I) и "узкозонного" (II) слоев

(4.2.1.1). Пусть

$$\frac{W_1}{W_2} \equiv W_{1/2} \geq W_{1/2}^* = \left(\frac{\varepsilon_1 \cdot A_1}{\varepsilon_2 \cdot A_2} \right)^s \cdot \left[\frac{\tilde{N}_2(W_2)}{N_2 + \tilde{N}_2(W_2)} \right]^{(s-1)/s} \quad (111)$$

В этом случае при любых концентрациях N_1 поле $E_1 = E_{1BD}(N_1, W_1)$, а $E_2 < E_{2BD}$, т. е., лавинный пробой контролируется n_{wg} -слоем. Как следует из (7)—(10), (97) и (101), если справедливо

$$\exp \left[-\frac{a_1}{E_{1BD}(0, W_1)} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_2 \cdot a_2}{\varepsilon_1 \cdot a_1} \right) \right] \ll 1, \quad (112)$$

что при $a_2 \cdot \varepsilon_2 < a_1 \cdot \varepsilon_1$ в силу большого отношения a_1 к $E_{1BD}(0, W_1)$ (1–2 порядка) выполняется с большим запасом, то до тех пор, пока

$$N_1 < \tilde{N}_1^{(T)} \equiv s \cdot \sqrt{\frac{2}{s-1} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 \cdot a_2} \cdot E_{1BD}(0, W_1)} \times \tilde{N}_1(W_1) \propto W_1^{-(s+0.5)/(s-1)}, \quad (113)$$

туннельный ток практически не зависит от N_1 .

Если s достаточно большое (см. [1, 3, 14, 43], разд. 3.1–3.3), то при дальнейшем увеличении N_1 туннельный ток будет монотонно падать. Однако в наиболее реальных случаях, например, при выполнении соотношений (104), туннельный ток при $N_1 > \tilde{N}_1^{(T)}$ сначала уменьшается, а затем растет. Можно убедиться, что в точке минимума туннельного тока, как правило, выполняется неравенство

$$\xi \equiv \frac{E_{1BD}(0, W_1)}{a_1} < \frac{\kappa^{(s-2)/(s-1)}}{s^{1/(s-1)}} \cdot \frac{y}{f^2(y)}, \quad (114)$$

где

$$f(y) = (y + r^{-1})^{1/s}, \quad r = (\kappa \cdot s)^{s/(s-1)},$$

$$\kappa = 1 - \frac{a_2 \cdot \varepsilon_2}{a_1 \cdot \varepsilon_1}, \quad y = \frac{N_1}{r \cdot \tilde{N}_1}.$$

При выполнении (114) $W_{T1} < W_1$. Поэтому концентрация $N_1 = N_{1min}^{(T)}$, при которой I_T достигает минимума, как это следует из (7)—(10), (97), (98) и (101), определяется уравнением

$$\frac{y}{f(y)} + \frac{\xi}{r^{1-(2/s)}} \times \left[s \cdot f(y) - r^{1-(1/s)} \cdot y \right] \cdot \ln[\Lambda(y)] = 1, \quad (115)$$

где

$$\Lambda(y; \xi) = B \cdot \frac{f^{3-s}(y)}{y \cdot [f(y) - \kappa y]^2 \cdot [\kappa s - f^{1-s}(y)]} \times \frac{1 - \xi \cdot r^{1/s} \cdot f(y) \cdot \left(s - 4 + \frac{s}{ry} \right)}{1 + \xi \cdot \frac{4r}{(1-\kappa) \cdot \kappa \cdot s} \cdot [f(y) - \kappa \cdot y]}, \quad (116)$$

$$B = \left(\frac{m_1^*}{m_2^*} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{E_{g1}}{E_{g2}} \right)^{5/2} \cdot \frac{N_2}{\tilde{N}_1} \cdot \frac{(1-\kappa)^2}{r}. \quad (117)$$

Выражение (117) справедливо, если $W_{T2} < W_2$. В точке минимума туннельного тока это неравенство, как и неравенство (114), выполняются в практически наиболее интересных случаях. Ниже пояснено, чем ситуации, когда $W_{T2} > W_2$ и $W_{T2} < W_2$ в точке $N_1 = N_{1min}^{(T)}$, отличаются друг от друга. Уравнение (115) можно решать методом последовательных приближений, используя малые параметры ξ и $1/s$. В результате проведения такой процедуры найдем

$$N_{1min}^{(T)} = \left[\frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot A_1}{qW_1} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_2 \cdot a_2}{\varepsilon_1 \cdot a_1} \right) \right]^{s-1} \cdot y_0 \times \left\{ 1 - \xi \cdot \frac{1-\kappa}{\kappa} \cdot r^{1/s} \cdot \ln[\Lambda(y_0; 0)] \times \frac{y_0 \cdot (\kappa \cdot s \cdot y_0 + 1)}{(s-1)\kappa \cdot y_0 + 1} + 0(\xi) \right\}, \quad (118)$$

где

$$y_0 = 1 + \frac{1}{\kappa \cdot s^2} + 0\left(\frac{1}{s^2}\right). \quad (119)$$

Из (117) и (118) видно, что $N_{1min}^{(T)}$ уменьшается с ростом W_1 , а также, хотя и слабо, и с увеличением N_2 . При $N_1 = N_{1min}^{(T)}$ плотность туннельного тока выражается следующим образом:

$$J_T(N_1) = J_{Tmin} = C_0 \cdot \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot q^3}{2\pi^4 \cdot \hbar \cdot E_{g1}^2} \cdot \frac{E_{1BD}^4(0, W_1)}{\tilde{N}_1(W_1)} \times \Lambda^{-m}(y_0; 0) \cdot \exp \left[-\frac{C_1 \cdot a_1}{E_{1BD}(0, W_1)} \right] \cdot [1 + 0(1)], \quad (120)$$

где

$$C_0 = y_0^3 \cdot \frac{y_0 \cdot \kappa \cdot (s-1) + 1}{(s \cdot \kappa - 1) \cdot y_0 + 1} \cdot (\kappa \cdot s)^{(4-s)/(s-1)}, \quad (121)$$

$$C_1 = \left[y_0 \cdot (\kappa \cdot s)^{1/(s-1)} \right]^{-1},$$

$$n_1 = \frac{y_0 \cdot (1 - \kappa)}{(s-1)\kappa \cdot y_0 + 1}. \quad (122)$$

Из (102), (117) и (120) следует, что $J_{T \min}$ резко падает с увеличением W_1 . Значение $J_{T \min}$ также падает, хотя и слабо, с увеличением N_2 . Отношение

$$\frac{J_{T \min}}{J_T(N_1)|_{N_1 \leq \tilde{N}_1^{(T)}}} \propto \left[\frac{N_2}{\tilde{N}_1(W_1)} \right]^{n_2} \times \exp \left[-(C_1 + \kappa - 1) \cdot \frac{a_1}{E_{1BD}(0, W_1)} \right], \quad (123)$$

где $n_2 = \frac{y_0 \cdot (\kappa \cdot s - 1) + 1}{(s-1)\kappa \cdot y_0 + 1}$, резко падает, как и $J_{T \min}$, с увеличением W_1 , но растет с увеличением N_2 . Величина этого отношения, как правило, на несколько порядков меньше единицы. Например, для системы $n_{wg} : \text{InP} / n_{ng} : \text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ перепад токов, как можно показать, не превосходит значения $(N_2 / 10^{18})^{0,9} \cdot 2 \cdot 10^{-4}$, где N_2 измерена в см^{-3} . При концентрациях

$$N_2 < \frac{\varepsilon_2 \cdot a_2}{\varepsilon_1 \cdot a_1 - \varepsilon_2 \cdot a_2} \cdot \frac{W_1}{W_2} \cdot N_{1 \min}^{(T)} \quad (124)$$

в минимуме $J_T(N_1)$ реализуется "прокол" узкозонного слоя, т. е. неравновесная ОПЗ достигает n_{wg}^+ -слоя. Когда $N_1 > N_{1 \min}^{(T)}$, туннельный ток растет с увеличением N_1 . Неравновесная ОПЗ будет проникать в ng -слой до тех пор, пока концентрация N_1 не достигнет значения

$$N_{1pt} = \left(\frac{A_1 \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0}{qW_1} \right)^{s/(s-1)} \cdot [1 + 0(1)] > N_{1 \min}^{(T)}. \quad (125)$$

Рассмотренный характер зависимости J_T от N_1 связан с конкуренцией туннельных токов в "широкозонном" (wg) и "узкозонном" (ng) слоях гетероструктуры (рис. 1, *a*). При $N_1 \leq \tilde{N}_1^{(T)}$ поле $E = E_I(W_1)$ в wg -слое на его гетерогранице (рис. 1, *b*) с очень большой точностью совпадает с E_{1BD} . За счет относительно большого поля $E_2 = (\varepsilon_1 / \varepsilon_2) E_{1BD}$ плотность тока J_T определяется туннелированием носителей в узкозонном слое, т. е. $J_T \approx J_{T2}$ (рис. 1, *a*). При возрастании N_1 поле E_2 , а поэтому и J_{T2} , уменьшаются из-за падения

$E_I(W_1)$ при увеличении N_1 (рис. 18). Уменьшение $E_I(W_1)$ с ростом N_1 обусловлено требованием постоянства коэффициента усиления фототока $M_{ph} = M_p$ [см. (1)]. Действительно, увеличение N_1 при заданном M_{ph} должно приводить к росту E_1 . В противном случае за счет роста $|\nabla E(x)|$ при увеличении N_1 поле всюду в ОПЗ уменьшилось бы, что в свою очередь привело бы к уменьшению M_{ph} . Однако увеличение E_1 должно быть не слишком большим, а именно таким, чтобы $E(x)$ при x , больших некоторого значения $0 < x < W_1$, уменьшилось. Иначе говоря, $E(x)$ везде в ОПЗ увеличилось бы, что, естественно, привело бы к увеличению M_{ph} . Это непосредственно видно и из соотношений (1) и (2). Отметим, что при достаточно больших коэффициентах размножения M_{ph} поле E_1 практически не зависит от M_{ph} и очень близко к полю пробоя $E_{1BD}(N_1, W_1)$, т. е. к тому полю, при котором значение интеграла m (2) равно единице. Это и позволяет вместо истинного значения $E_1(N_1, W_1, M_{ph})$ использовать значение

$E_1 = E_{1BD}(N_1, W_1)$ (101). При $N_1 > \tilde{N}_1^{(T)}$ изменение поля $E(x)$ на расстоянии W_1 от $x=0$ в wg -слое (I) еще весьма слабое. Этого изменения, однако, уже вполне достаточно, чтобы влиять на плотность туннельного тока J_{T2} . Вследствие уменьшения E_2 с ростом N_1 (особенно при $N_1 > \tilde{N}_1$) ток все более определяется туннелированием носителей в слое I. Поэтому при $N_1 > N_{1 \min}^{(T)}$ плотность тока $J_T \approx J_{T1}$ и растет, как обычно, с увеличением N_1 за счет роста E_{1BD} при возрастании N_1 . Первоначальный пологий участок (рис. 18, *a*) на кривой $J_T(N_1)$ обусловлен чрезвычайно слабыми зависимостями E_{1BD} от N_1 (101) и E от x в n_{wg} -слое при $N_1 < \tilde{N}_1^{(T)}$. Уменьшение значения $J_{T \min}$ (120) с ростом N_2 обусловлено увеличением длины туннелирования в узкозонном n_{ng} -слое (рис. 1). Действительно, в этом слое $\nabla E \sim -N_2 < 0$, а E_2 в рассматриваемых условиях не зависит от N_2 . Это означает, что $E(x)$ в n_{ng} -слое, кроме $x=W_1$,

$$\text{падает с увеличением } N_2 \text{ (1b). Так как } \frac{dE_c}{dx} = \frac{dE_v}{dx} = q \cdot \frac{d\phi}{dx} = -q \cdot E < 0, \text{ наклон } E_c(x) \text{ и } E_v(x)$$

в n_{ng} -слое, кроме $x = W_1$, также падает с ростом N_2 , что и приводит к увеличению длины туннелирования. Уменьшение J_T с ростом N_2 более существенно при $N_1 < N_{1min}^{(T)}$ (рис. 18, *b*), поскольку с уменьшением N_1 плотность тока J_{T2} растет, а J_{T1} падает. При $N_1 < \tilde{N}_1^{(T)}$ плотность тока $J_{T1} \leq J_{T2}$, а при $N_1 = N_{1min}^{(T)}$ он превосходит J_{T2} . Поэтому отношение J_{Tmin} к $J_T|_{N_1 < \tilde{N}_1^{(T)}}$ (123) растет при увеличении N_2 . Так как при $N_1 = N_{1min}^{(T)}$ значение $J_{T1} > J_{T2}$, то естественно, концентрация $N_{1min}^{(T)}$ (118) слабо падает с ростом N_2 (рис. 18, *b*).

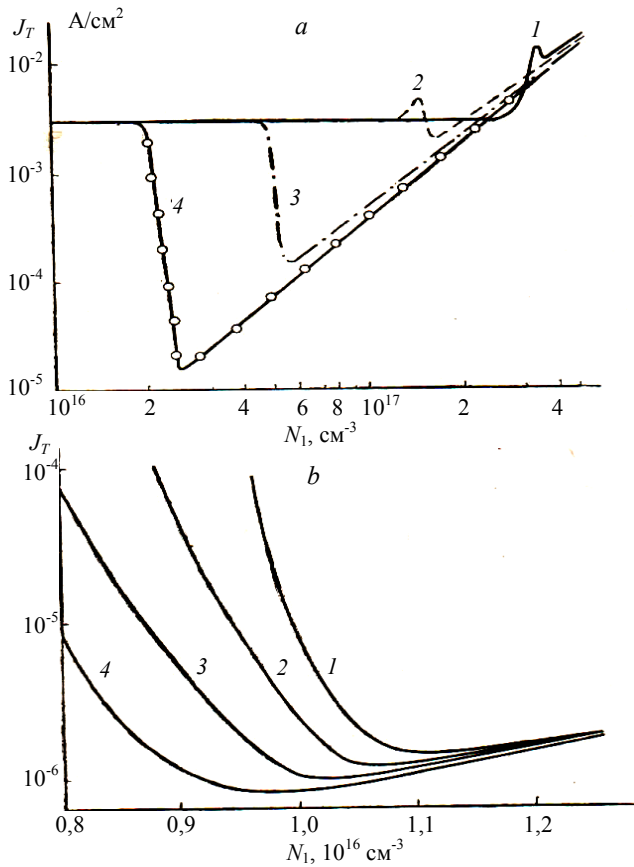


Рис. 18. Зависимость плотности туннельного тока от концентрации N_1 в случае независимых уровней легирования $n_{wg} : \text{InP}$ и $n_{ng} : \text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ слоев при $W_2 = 2$ мкм. *a* — $N_2 = 10^{14}$ см⁻³; W_1 , мкм: 1 — 0,1, 2 — 0,2, 3 — 0,5, 4 — 1. *b* — окрестность значений $N_1 = N_{1min}^{(T)}$; $W_2 = 2$ мкм; N_2 , см⁻³: 1 — 10^{14} , 2 — 10^{15} , 3 — 10^{16} , 4 — 10^{17} .

При малых N_2 , когда $W_{T2} > W_2$, $E(x)$ в n_{ng} -слое с высокой точностью совпадает с E_2 . Поэтому длина туннелирования в этом слое, а, следовательно, и J_T не зависят от N_2 . Уменьшение зна-

чений $N_{1min}^{(T)}$ (118) и J_{Tmin} (120) при увеличении W_1 (рис. 18, *a*) обусловлено тем, что чем больше W_1 , тем меньше E_{1BD} и тем больше спад поля $E(x)$ на толщине n_{wg} -слоя.

(4.2.1.2). Пусть условие (111) не выполняется. Например, для системы $n_{wg} : \text{InP} / n_{ng} : \text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}$ такая ситуация реализуется при

$$\frac{W_1}{W_2} \cdot \left(1 + \frac{N_2}{2,2 \cdot 10^{15}} W_2^{8/7} \right)^{7/8} < 21,5, \quad (126)$$

где N_2 и W_i измеряются в см⁻³ и мкм, соответственно. В рассматриваемых условиях, пока $N_1 < \bar{N}_1$, где \bar{N}_1 удовлетворяет уравнению

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} A_2 \cdot [N_2 + \tilde{N}_2(W_2)]^{1/s} + \frac{q \cdot \bar{N}_1 \cdot W_1}{\epsilon_1 \cdot \epsilon_0} = A_1 \cdot [N_1 + \tilde{N}_1(W_1)]^{1/s}, \quad (127)$$

лавинный пробой контролируется n_{ng} -слоем, т. е. $E_2 = E_{2BD}(N_2, W_2)$, а $E_1 < E_{1BD}$ и линейно растет с N_1 . Поэтому, строго говоря, при $N_1 < \bar{N}_1$ туннельный ток растет с увеличением N_1 . В то же время J_{T2} не зависит от N_1 при следующих условиях.

$$1. \text{ Если } W_{1/2} \geq W_{1/2}^* \cdot \left(1 - \frac{s-1}{2s^2} \right)^{s-1}, \quad (128)$$

то при $N_1 < \bar{N}_1$ с запасом в несколько порядков $J_{T2} \gg J_{T1}$, а поэтому с очень высокой точностью $J_T(N_1) = \text{const}$. При $N_1 > \bar{N}_1$ из-за уменьшения E_2 , следовательно, и J_{T2} , плотность туннельного тока $J_T(N_1)$ начинает резко падать и, достигая минимального значения (120) при концентрации (118), затем растет за счет роста $J_{T1}(N_1)$.

$$2. \text{ Если } \left(\frac{W_{1/2}}{W_{1/2}^*} \right)^{1/(s-1)} \ll 1 - \frac{s-1}{2s^2}, \quad (129)$$

то после первоначального пологого участка $J_T(N_1)$ монотонно растет. Это обусловлено монотонным ростом составляющей плотности туннельного тока J_{T1} , которая при $N_1 \geq \bar{N}_1$ существенно превосходит J_{T2} .

$$3. \text{ Если } \left(\frac{W_{1/2}}{W_{1/2}^*} \right)^{1/(s-1)} \approx 1 - \frac{s-1}{2s^2},$$

$$\text{но } \frac{W_{1/2}}{W_{1/2}^*} \ll \left(1 - \frac{s-1}{2s^2} \right)^{s-1}, \quad (130)$$

то при достаточно узких толщинах n_{wg} -слоя W_1 зависимость $J_T(N_1)$ имеет отчетливый максимум при концентрации $N_1 = \bar{N}_1$. При этом, однако, минимум оказывается неглубоким. Это обусловлено тем, что при таких W_1 составляющие плотности туннельного тока J_{T1} и J_{T2} при $N_1 = \bar{N}_1$ по порядку величины равны между собой.

На рис. 18 представлены рассмотренные выше свойства туннельных токов при независимых уровнях легирования n_{wg} - и n_{ng} -слоев гетероструктуры.

Отметим, что в случае (4.2.1.1) увеличение концентрации N_2 приводит к уменьшению плотности туннельного тока J_T при любых концентрациях N_1 . В случае же (4.2.1.2) это не так. Увеличение N_2 увеличивает туннельный ток, если значения N_1 достаточно малы, но уменьшает его при достаточно больших значениях N_1 , в частности, в окрестности значения концентрации $N_1 = N_{1min}^{(T)}$.

4.2.2. Одинаковые уровни легирования "широкозонного" (I) и "узкозонного" (II) слоев

В рассматриваемых условиях плотность туннельного тока будет описываться выражением (97), если в нем положить $N_1 = N_2 = N$.

$$(4.2.2.1). \quad \frac{W_1}{W_2} \geq \left(\frac{\epsilon_1 \cdot A_1}{\epsilon_2 \cdot A_2} \right)^s. \quad (131)$$

При таком соотношении параметров независимо от уровня легирования лавинный пробой контролируется n_{wg} -слоем, т. е. $E_1 = E_{1BD}(N_1, W_1)$, а $E_2 < E_{2BD}(N_2, W_2)$. Зависимость J_T от N имеет такой же характер, как и $J_T(N_1)|_{N_2=const}$ в случае (4.2.1.1), и обусловлена теми же физическими причинами. Отличие заключается лишь в том, что при $N < N_2$ кривые $J_T(N)$ проходят выше, а при $N > N_2$ — ниже, нежели кривые $J_T(N_1)|_{N_2=const}$ в случае (4.2.1.1). Это объясняется тем, что при заданном значении E_2 длина туннелирования в "узкозонном" слое тем больше, чем выше уровень легирования этого слоя.

(4.2.2.2). Условие (131) не выполняется.

Тогда до тех пор, пока $N < \bar{N}$, где \bar{N} определяется из уравнения (127), в котором $\bar{N}_1 = N_2 = \bar{N}$, лавинный пробой контролируется n_{ng} -слоем, т. е.

$E_2 = E_{2BD}(N, W_2)$, а $E_1 < E_{1BD}(N, W_1)$ и линейно растет с N . Зависимость $J_T(N)$ имеет, в отличие от ситуаций 4.2.1, не только глубокий минимум, но и высокий максимум при $N = \bar{N}$ (рис. 19, а). Это обусловлено тем, что при $N < \bar{N}$ растет не только E_1 , но и E_2 , которое при $N = \bar{N}$ имеет максимальное значение (рис. 19, б). Вследствие этого при $N < \bar{N}$ с увеличением N растет не только J_{T1} , но и J_{T2} .

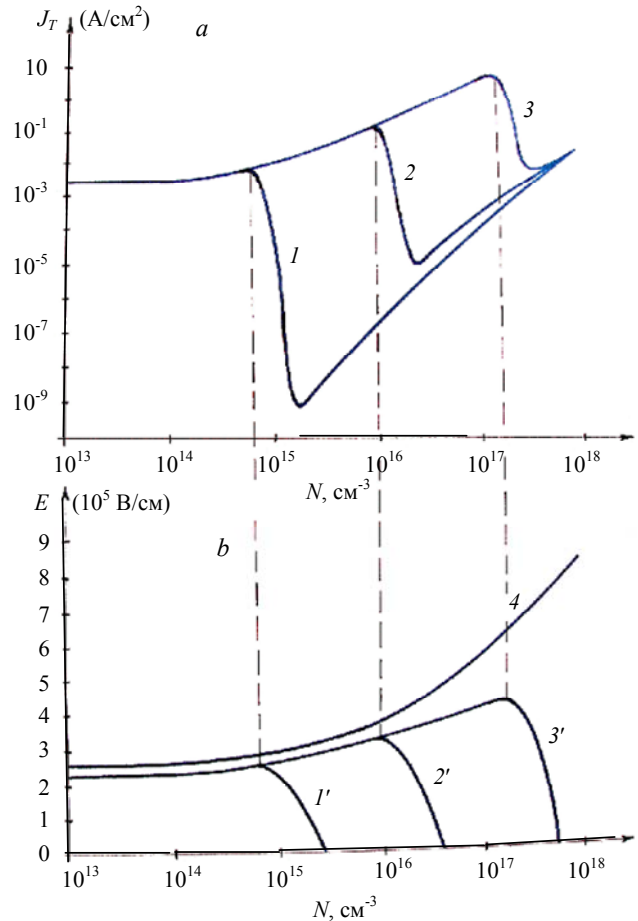


Рис. 19. Зависимость плотности туннельного тока (а) и полей E (б) от концентрации легирующей примеси N в случае одинаковых уровней легирования n_{wg} : InP и n_{ng} : In_{0,53}Ga_{0,47}As-слоев при $W_2 = 2$ мкм. W_1 , мкм: 1 — 10, 2 — 1, 3 — 0,1, 4 — 1. Кривые 1', 2', 3' — $E_2(N)$; кривая 4 — $E_1(N)$, слабо зависящая от W_1 .

Отметим, что при одинаковых уровнях легирования n_{wg} - и n_{ng} - (I и II) слоев концентрация $N = N_{min}^{(T)}$, при которой плотность туннельного тока J_T имеет минимальное значение, с точностью до малых поправок порядка $\xi = E_{1BD}(0, W_1) / a_1 \ll 1$, как и при независимых уровнях легирования n_{wg} - и n_{ng} -слоев, определя-

ется формулой (118). Формулу же для $J_{T \min}$ можно получить из выражения (120), если в него вместо N_2 подставить значение $N_{\min}^{(T)}$.

5. Основные характеристики классических лавинных гетерофотодиодов

5.1. Фоточувствительность

В условиях "прокола" поглощающего n_{ng} -слоя (I) токовую фоточувствительность $S_I(\lambda)$ рассматриваемого типа гетероструктуры можно описывать соотношением (5). При вычислении квантовой эффективности η гетероструктуры учтем, что в ее "широкозонных" слоях оптическое излучение не поглощается. Примем, что световой луч перпендикулярен поперечной поверхности образца (см. рис. 1), а коэффициент поглощения в "узкозонном" (II) слое $\gamma(\lambda)$ не зависит от электрического поля. Квантовая эффективность есть отношение числа электронно-дырочных пар, оптически генерируемых в образце в единицу времени, к падающему потоку фотонов. Поэтому (см. рис. 20, а) имеем

$$\eta = \frac{(1 - R_1) \cdot (1 - R_2)}{1 - R_1 \cdot R_2} \cdot \eta_1, \quad (132)$$

где коэффициенты отражения света от освещаемой поверхности и от гетерограниц равны соответственно

$$R_1 = \frac{(\sqrt{\epsilon_{ex}} - \sqrt{\epsilon_1})^2}{(\sqrt{\epsilon_{ex}} + \sqrt{\epsilon_1})^2}, \quad R_2 = \frac{(\sqrt{\epsilon_2} - \sqrt{\epsilon_1})^2}{(\sqrt{\epsilon_2} + \sqrt{\epsilon_1})^2}, \quad (133)$$

здесь ϵ_{ex} — относительная диэлектрическая постоянная внешней среды; квантовая эффективность по отношению к лучу света, проникшему в "узкозонный" слой, определяется выражением:

$$\eta_1 = 1 - \zeta + \eta_2 \cdot \zeta; \quad (134)$$

квантовая эффективность по отношению к световому потоку, дошедшему до второй гетерограницы, определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta_2 = & R_2 \cdot (1 - \zeta) + R_2^2 \cdot \zeta \cdot (1 - \zeta) + \eta_2 \cdot (\zeta \cdot R_2)^2 + \\ & + \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot (1 - R_2)^2 \cdot \zeta}{1 - R_1 \cdot R_2} \cdot (1 - \zeta + \eta_2 \cdot \zeta) + \frac{(1 - R_2)^2 \cdot R_3}{1 - R_2 \cdot R_3} \times \\ & \times [(1 - \zeta) \cdot (1 + R_2 \cdot \zeta) + \eta_2 \cdot R_2 \cdot \zeta^2 + \\ & + \frac{R_1 \cdot (1 - R_2)^2 \cdot \zeta}{1 - R_1 \cdot R_2} \cdot (1 - \zeta + \eta_2 \cdot \zeta)], \end{aligned} \quad (135)$$

где $\zeta = \exp(-\gamma \cdot W_2)$, R_3 — коэффициент отражения света от теневой поверхности. Из выражений (132)—(135) следует, что справедливо

$$\begin{aligned} \eta(\gamma \cdot W_2) = & \eta(\infty) \cdot [1 - \exp(-\gamma \cdot W_2)] \times \\ & \times \frac{1 + R_{23} \cdot \exp(-\gamma \cdot W_2)}{1 - R_{12} \cdot R_{23} \cdot \exp(-2\gamma \cdot W_2)}, \end{aligned} \quad (136)$$

где $\eta(\infty) = \frac{(1 - R_1) \cdot (1 - R_2)}{1 - R_1 \cdot R_2}, \quad (137)$

$$R_{ij} = \frac{R_i \cdot (1 - R_j) + R_j \cdot (1 - R_i)}{1 - R_i \cdot R_j}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (138)$$

В частности,

$$\eta(\gamma \cdot W_2) = \begin{cases} \eta(\infty) \cdot \frac{1 - \exp(-\gamma \cdot W_2)}{1 - R_{12} \cdot \exp(-\gamma \cdot W_2)}, \\ \text{при } R_3 = R_1, \\ \eta(\infty) \cdot \frac{1 - \exp(-2\gamma \cdot W_2)}{1 - R_{12} \cdot \exp(-2\gamma \cdot W_2)}, \\ \text{при } R_3 = 1. \end{cases} \quad (139)$$

Зависимость η от W_2 для гетероструктуры InP / In_{0,53}Ga_{0,47}As / InP представлена на рис. 20, b. Следует отметить, что в рабочем режиме даже в слое поглощения напряженность электрического поля большая. Вследствие этого и за счет эффекта Франца-Келдыша [75] квантовая эффективность несколько выше представленной на рис. 20, b. Особенно эффект Франца-Келдыша сказывается при "проколе" поглощающего слоя и малых значениях его толщины W_2 .

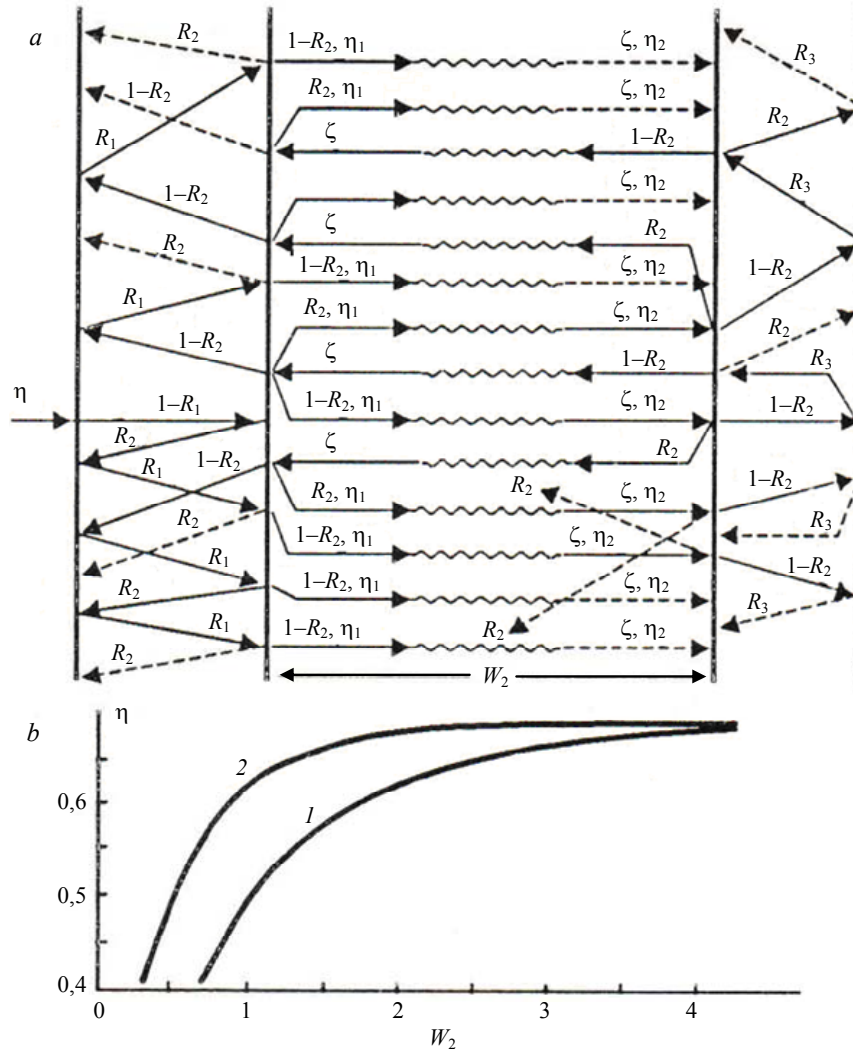


Рис. 20. Схема многократных внутренних отражений и поглощений светового луча в гетероструктуре (а) и зависимость квантовой эффективности η от толщины слоя поглощения W_2 , мкм, $InP / In_{0,53}Ga_{0,47}As / InP$ системы; (б): 1 — $R_3 = R_1$; 2 — $R_3 = 1$. Принято, что относительная диэлектрическая постоянная внешней среды $\epsilon_{ex} = 1$.

5.2. Шум

Выше было отмечено, что для достижения наилучших характеристик лавинного гетерофотодиода (ЛГФД) с разделенными областями поглощения и умножения (РОПУ) гетероструктура легируется таким образом, чтобы в слой размножения (I) проникали те фотоносители, у которых коэффициент ударной ионизации больше. В этом случае при заданном напряжении на гетероструктуре токовая фоточувствительность $S_I(\lambda)$ максимальна, а $F_{ef,i}(M_{ph})$ — эффективный фактор шума $F_{ef}(M_{ph})$ — минимален [2, 12, 31, 35], следовательно, минимальна, как видно из выражения (6), и спектральная плотность шума S_N . Если $\alpha = \beta$, то [2, 12, 31, 35] $F_{ef}(M_{ph}) = M_{ph}$, а поэтому

$$S_N = 2q \cdot A \cdot J_T \cdot M_{ph}^3. \quad (140)$$

В материале InP отношение $K(E) = \beta / \alpha$ в интересующем нас интервале полей $E = (3,3 \div 7,7) \cdot 10^5$ В/см изменяется от 2,3 до 1,4 [2, 12, 41, 42, 55]. Поэтому спектральная плотность шума гетероструктуры с InP слоем умножения и оптимальным типом легирования немного меньше значения, даваемого формулой (140).

Когда $N_1 > \bar{N}_1$, где \bar{N}_1 удовлетворяет уравнению (127) (см. рис. 21), в котором $\tilde{N}_i(W_i)$ определяется формулой (103), $i = 1$ или $i = 2$, лавинное размножение носителей в "узкозонном" слое не происходит. В рассматриваемых условиях напряженность поля на металлургической границе $p^+ - n$ -перехода $x = 0$ (рис. 1) $E_1 = E_{1B}(N_1, W_1)$ [см. (101)—(103)].

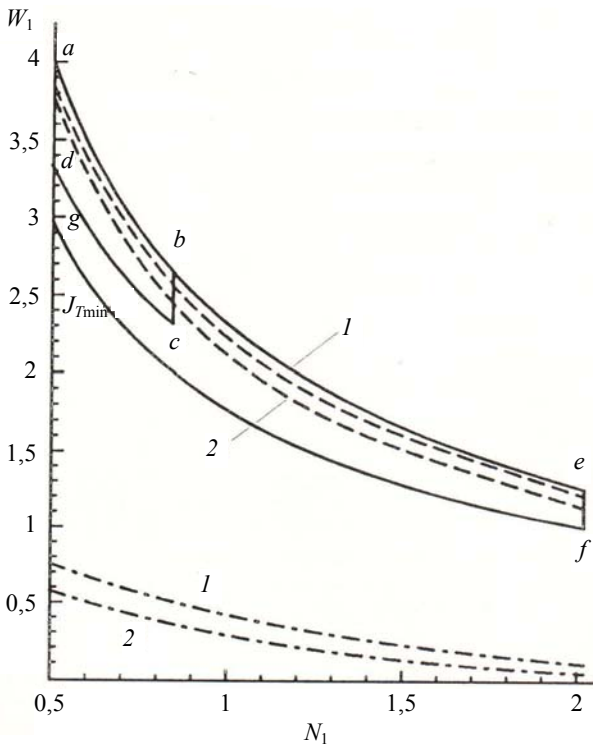


Рис. 21. Концентрационно-толщинная номограмма лавинного $\text{InP} / \text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As} / \text{InP}$ гетерофотодиода при $N_2 = (1 \div 5) \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $W_2 = 2 \text{ мкм}$, $M_{ph} = 15$, площадь поперечного сечения $A = 5 \cdot 10^3 \text{ мкм}^2$. При шумовом токе $I_N = \sqrt{S_N} \leq 10^{-13} \text{ АГц}^{1/2}$ допустимое множество точек в пространстве (N_1, W_1) лежит внутри фигуры $a-b-c-d$; при $I_N = \sqrt{S_N} \leq 10^{-12} \text{ АГц}^{1/2}$ — внутри фигуры $a-e-f-g$. Штриховые и штрихпунктирные кривые — зависимости $N_{1\min}^T(W_1)$ и $\bar{N}_1(W_1)$, соответственно: 1 — $N_2 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, 2 — $N_2 = 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. N_1 измерено в единицах 10^{16} см^{-3} , W_1 — в мкм.

Для многих полупроводников (см. разд. 3.1–3.2), в т. ч. для $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$, значения s и A_i определяются соотношениями (104). В случае структуры $\text{InP}/\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}/\text{InP}$ в первом приближении по малым параметрам

$$\delta_1 \equiv \frac{E_{1BD}(0, W_1)}{a_1} = \frac{2,786 \cdot 10^{-2}}{W_1^{1/7}}, \quad \delta_2 = \frac{1}{s^2} = \frac{1}{64} \quad (141)$$

можно получить, что значение концентрации $N_1 = N_{1\min}^T$, при котором функция $J_T(N_1)$ достигает своего минимума

$$J_{T\min}(W_1, N_2) = 2,19 \cdot 10^8 \cdot \frac{W_1^{0,49}}{N_2^{0,07}} \times \exp(-27,88 \cdot W_1^{1/7}), \quad [\text{А/см}^2], \quad (142)$$

определяется выражением

$$N_{1\min}^T(W_1, N_2) = \frac{2,33 \cdot 10^{16}}{W_1^{8/7}} \times \left[1 - \frac{2,52 \cdot 10^{-2}}{W_1^{1/7}} \cdot \left(\ln \frac{N_2 \cdot W_1^{8/7}}{3,69 \cdot 10^{15}} - 1,41 \right) \right], \quad [\text{см}^{-3}]. \quad (143)$$

Формулы (142), (143) справедливы при $W_{T2} \leq W_2$, т. е., как это следует из раздела 4.2.1, при

$$N_2 \cdot W_2 \geq Q(W_1) = \frac{5}{W_1^{2/7}} \cdot 10^{14}, \quad (144)$$

где концентрация и толщины, как и в (142), (143), измеряются в обратных кубических сантиметрах и микрометрах соответственно. Если же

$$N_2 \cdot W_2 < Q(W_1) = \frac{5}{W_1^{2/7}} \cdot 10^{14}, \quad (145)$$

то выражения (142) и (143) при замене в них N_2 на $Q(W_1)/W_2$ также будут определять $N_{1\min}^T$ и $J_{T\min}$ в этом случае. Из соотношений (142) и (143) видно, что $N_{1\min}^T$ и $J_{T\min}$ уменьшаются, причем, $J_{T\min}$ резко, с увеличением W_1 (рис. 21, 22). Значения $N_{1\min}^T$ и $J_{T\min}$ уменьшаются, хотя и слабо, и с увеличением N_2 . Уменьшение значений $N_{1\min}^T$ и $J_{T\min}$ при увеличении W_1 обусловлено тем, что чем больше W_1 , тем меньше E_{1BD} и тем больше спад поля $E(x)$ на толщине n_{wg} -слоя. Незначительное уменьшение $N_{1\min}^T$ и $J_{T\min}$ с ростом N_2 связано с увеличением длины межзонного туннелирования в "узкозонном" n_{ng} -слое l_{Tng} с ростом N_2 и с тем, что в точке минимума $J_{T1} > J_{T2}$. При малых значениях N_2 или W_2 поле $E(x)$ настолько слабо зависит от x в n_{ng} -слое, что в нем значение l_{Tng} почти постоянно. Поэтому при $N_2 \cdot W_2 < Q(W_1)$ значения $N_{1\min}^T$ и $J_{T\min}$ совсем перестают зависеть от N_2 и слабо падают с увеличением W_2 за счет уменьшения области туннельной генерации в "узкозонном" материале.

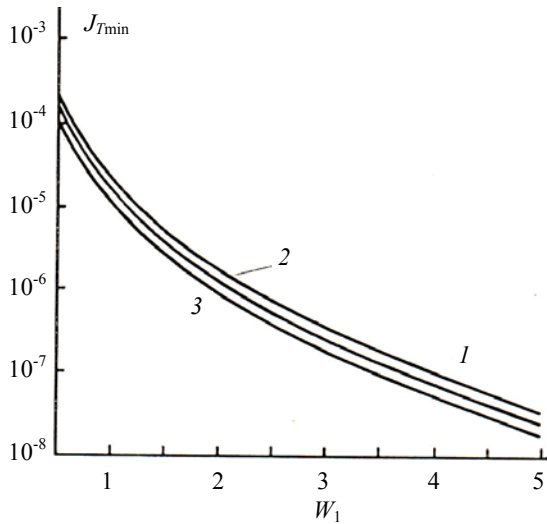


Рис. 22. Зависимости плотности минимального туннельного тока $J_{T\min}$, A/cm^2 , лавинного $InP / In_{0,53}Ga_{0,47}As / InP$ гетерофотодиода от толщины слоя умножения W_1 , мкм: 1 — $N_2 = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, 2 — $N_2 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, 3 — $N_2 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

В высокоэффективном приборе слой поглощения должен быть "проколот" при напряжении на гетероструктуре V меньшем, чем напряжение ее лавинного пробоя V_{BD} . За счет этого устраняется темновой диффузионный ток "узкозонного" слоя и увеличивается быстродействие. Условие "прокола" слоя поглощения, как это следует из разделов 4.1, 4.2, имеет вид:

$$N_1 \cdot W_1 + N_2 \cdot W_2 < \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1}{q} \cdot E_{1BD}(N_1, W_1). \quad (146)$$

Допустимый интервал концентраций и толщин слоев гетероструктуры показан на рис. 21. Квантовая эффективность даже в случае $R_1 = R_3$ достигает, как это видно на рис. 20, *b*, своей практически максимальной величины уже при $W_2 = 2$ мкм. Поэтому это значение W_2 выбрано при построении концентрационно-толщинной номограммы на рис. 21. Отметим, что уменьшение разброса по N_2 позволяет увеличить, а увеличение — уменьшить разброс по N_1 и W_1 . Значение шумового (noise) тока $I_N \leq 10^{-12} \text{ А/Гц}^{1/2}$ соответствует $J_T \leq 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ А/см}^2$, а значению $I_N \leq 10^{-13} \text{ А/Гц}^{1/2}$ соответствует $J_T \leq 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ А/см}^2$.

5.3. Быстродействие

Минимально возможное время быстродействия рассматриваемого типа прибора

$$\tau = 2 \cdot (\tau_{tr1} \cdot f(M_{ph}) + \tau_{tr2}) \quad (147)$$

определяется временами пролета носителями слоя умножения τ_{tr1} и слоя поглощения τ_{tr2} , а также значением функции $f(M_{ph})$, которая близка к 1 при $K \gg 1$, и равна M_{ph} при $K = 1$ [2, 12, 76, 77]. Выше было отмечено, что в InP материале $1 < K \leq 2,3$. Поэтому в $InP / In_xGa_{1-x}As_yP_{1-y} / InP$ ЛГФД с РОПУ

$$\tau \cong 2 \cdot (\tau_{tr1} \cdot M_{ph} + \tau_{tr2}). \quad (148)$$

Как видно из рис. 20, *b*, в $InP/In_{0,53}Ga_{0,47}As/InP$ -гетероструктуре значение квантовой эффективности η находится в интервале $0,5 \leq \eta \leq 0,686$ при $R_3 = 1$ и $W_2 \geq 0,5$ мкм. Это означает, что за счет не столь значительной потери в квантовой эффективности η по сравнению с максимально возможной (всего лишь на 27 %) можно обеспечить $\tau_{tr2} = 5$ пс, создавая слой поглощения толщиной $W_2 = 0,5$ мкм и полностью отражающую теньевую поверхность. Минимальное значение τ_{tr1} определяется предельно допустимым минимальным значением $W_{1\min}$. При $J_T \leq 10^{-6} \text{ А/см}^2$, как это следует из рис. 22, $W_{1\min} \cong 2$ мкм, а поэтому $\tau_{\min} \cong (4M_{ph} + 1) \cdot 10^{-2}$ нс.

5.4. Выводы

Для реализации предельно возможных высоких характеристик пороговых классических ЛГФД с РОПУ, в частности, на основе широко используемых гетероструктур $InP/In_xGa_{1-x}As_yP_{1-y}/InP$, необходимо выдерживать малые допуски на концентрации легирующих примесей в "широкозонном" слое I размножения N_1 и в "узкозонном" слое II поглощения N_2 , а также на толщину "широкозонного" слоя размножения W_1 (см. рис. 1). Это обусловлено резкой зависимостью межзонного туннельного тока таких гетероструктур от N_1 , N_2 и W_1 . Допустимые интервалы значений N_1 , N_2 и W_1 , а также оптимальную толщину слоя поглощения можно определить, используя результаты разделов 4 и 5. Минимально возможное время быстродействия τ_{\min} прибора зависит не только от коэффициента усиления фототока M_{ph} , но и, при заданном значении его, от допустимого уровня шума. Чем ниже уровень, тем больше τ_{\min} . Например, для $InP / In_{0,53}Ga_{0,47}As / InP$ гетероструктуры $\tau_{\min} \approx 0,6$ нс при шумовом токе $3,3 \cdot 10^{-11} \text{ А/Гц}^{1/2}$ и токовой чувствительности $10,3 \text{ А/Вт}$. Как показывает анализ, быстродействие можно

несколько увеличить за счет неоднородного легирования "широкозонного" слоя размножения. Для обеспечения же быстродействия в пикосекундном диапазоне нужно использовать в качестве слоя размножения полупроводник с низким туннельным током и сильно отличающимися друг от друга коэффициентами ударной ионизации электронов и дырок, например, непрямозонный полупроводник кремний.

Характеристики пороговых ЛГДФ с РОПУ на основе прямозонных полупроводников можно существенно улучшить за счет использования гетероструктур типа "low-high-low" (см. рис. 27, раздел 7).

6. Аналитическая модель лавинного фотодиода в режиме Гейгера

6.1. Предварительные замечания

ЛФД в режиме Гейгера (импульсные фотоэлектрические сигналы) дают возможность регистрировать единичные фотоны [22, 78—81]. Это осуществляется при напряжениях обратного смещения $V_b > V_{BD}$. На основе ЛФД в режиме Гейгера создаются различные приборы [22, 78—81]. В то же время просмотр публикаций показывает, что при теоретических исследованиях преобладает тенденция проводить все более сложное численное моделирование. В работе [82] предложена дискретная модель гейгеровского лавинного процесса в $p-i-n$ -структуре. Полученные итерационные соотношения позволяют довольно несложно, но, все-таки, только численным методом определять нужные параметры для реализации моды Гейгера при сильно отличающемся от единицы отношении $K_{\alpha/\beta} \equiv \alpha/\beta$ коэффициентов ударной ионизации электронов $\alpha(E_i)$ и дырок $\beta(E_i)$, где E_i — напряженность электрического поля в i -области (базе, $0 < x < W_i$, рис. 23).

"Непрерывная" модель [23] данного раздела допускает и значение $K_{\alpha/\beta} = 1$. Рассмотренный ниже подход, кроме того, позволяет описать условия реализации моды Гейгера и ее характеристики математически простыми, наглядными соотношениями. Разработка относительно простой аналитической модели вызвана потребностью знать явные условия возникновения гейгеровской моды работы ЛФД. Принята однородная фотогенерация носителей по поперечному оси x (рис. 23) сечению образца площади S . Тогда, при наиболее важном однофотонном процессе S , согласно соотношению неопределенности, по порядку величины не должна превышать квадрата длины волны света λ . В этих условиях допустима одномерная задача

(ось x , рис. 23). Есть основания предположить, что выходить за её рамки при локальном освещении, само по себе возникающем в однофотонном случае при $S \gg S_1 \approx \pi \cdot \lambda^2$, не имеет особого смысла. Дело в том, что заряд за время протекания лавинного процесса Гейгера, как ниже показывают оценки, не успевает заметно растечься по поперечному сечению.

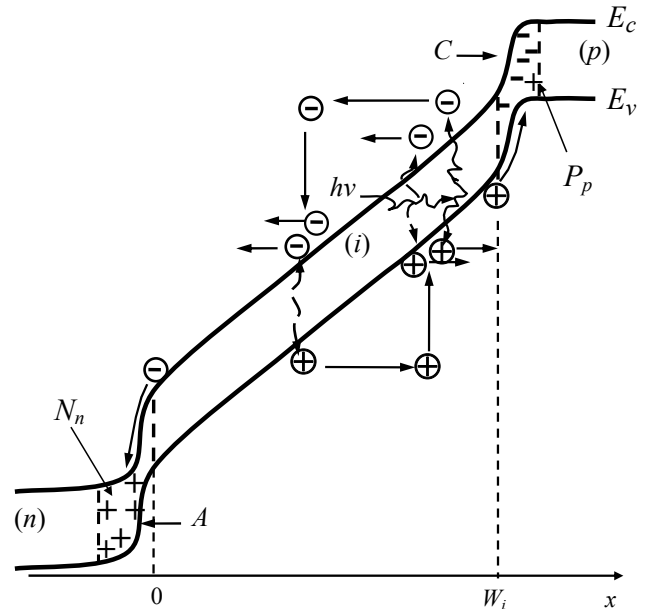


Рис. 23. Лавинный процесс в $p-i-n$ -структуре: — — заряд акцепторов в пограничном $i-p$ -слое (катодная обкладка — C); + — заряд доноров в пограничном $i-n$ -слое (анодная обкладка — A); \ominus и \oplus — рожденные в i -области лавинные фотоэлектроны и фотодырки; N_n и P_p — поступившие в n - и p -области лавинные фотоэлектроны и фотодырки; E_c и E_v — энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны; $h\nu$ — энергия фотона.

6.2. Постановка задачи. Исходные соотношения

Рассмотрим последовательную цепь: $p-i-n$ -диод — сопротивление нагрузки R — источник питания с $V_b > V_{BD}$. Пусть легирование p - и n -областей высоко, так что подавляющая доля напряжения приходится на базу. Тогда напряжение на ней V_i после окончания процесса зарядки можно считать равным $V_0 = V_b$. С появлением в базе электронно-дырочных пар происходит их размножение, а затем уменьшение V_i за счет экранирования поля в базе E_i поступающими в p - и n -области основными носителями (рис. 23) численностью N_n и P_p и возникновение напряжения V_R на нагрузке, а, следовательно, и тока во внешней цепи

$$I_R = \frac{V_R}{R} \equiv \frac{V_b - V_i}{R}. \quad (149)$$

В рассматриваемой структуре заряд преимущественно сосредоточен в пограничных тонких $n-i$ - и $p-i$ -слоях (назовем их обкладками, см. рис. 23). Поэтому, как и в [82], напряженность электрического поля E_i будем считать однородным. Численное значение $E_i = E_{BD}$ при $V_i = V_{BD}$ для ряда материалов можно быстро определить по формулам раздела 3. Как и в [82], ограничимся фотогенерацией носителей лишь в базе, пренебрежем рекомбинацией в ней и примем, что токи электронов I_N и дырок I_P определяются их дрейфом в электрическом поле со скоростью насыщения v_s , т. е.,

$$I_N(x,t) = q \cdot v_s \cdot N(x,t),$$

$$I_P(x,t) \equiv I(x,t) - I_N(x,t) = q \cdot v_s \cdot P(x,t), \quad (150)$$

где N и P — линейные плотности (на единицу длины x) электронов и дырок, I — полный кондуктивный ток, q — абсолютная величина заряда электрона, t — время.

6.3. Методология расчета.

Вывод уравнения для напряжения на сопротивлении нагрузки

Подставляя в уравнение непрерывности для I объемную плотность заряда из уравнения Пуассона и интегрируя по слою обеднения получим, что в приближении нулевого тока смещения в квазинейтральных частях структуры

$$I_R = C_d \cdot \frac{\partial V_d}{\partial t} + \langle I_d \rangle,$$

$$\langle I_d \rangle = \frac{1}{W_i} \cdot \int_0^{W_d} I(x,t) dx \quad (151)$$

где V_d — напряжение на СО, $C_d = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S / W_d$ и W_d — его емкость и толщина, ε_0 — электрическая постоянная (в системе СИ), ε — диэлектрическая проницаемость.

Назовем $\langle I_d \rangle$ лавинным током I_{av} .

Соотношение (151) обобщает известную теорему Рамо [78] учетом ключевого момента для моды Гейгера — изменения со временем напряжения на слое обеднения. Это соотношение справедливо при любом профиле распределения легирующей примеси. При нашей постановке задачи (в $p-i-n$ -структуре) за слой обеднения можно считать i -область, т. е., обозначение d в (151) и всюду далее следует заменить на обозначение i .

Интегрируя уравнения непрерывности для I_N и I_P по x от 0 до W_i и обозначая линейную плот-

ность скорости фотогенерации носителей как $G(x,t)$, приходим к уравнениям

$$q \cdot \frac{\partial N_i(t)}{\partial t} = \alpha \cdot \tilde{I}_N(t) + \beta \cdot \tilde{I}_P(t) + I_N(W_i,t) - I_N(0,t) + q \cdot \tilde{G}(t), \quad (152)$$

$$q \cdot \frac{\partial P_i(t)}{\partial t} = \alpha \cdot \tilde{I}_N(t) + \beta \cdot \tilde{I}_P(t) - I_P(W_i,t) + I_P(0,t) + q \cdot \tilde{G}(t), \quad (153)$$

где

$$N_i = \int_0^{W_i} N(x,t) dx, \quad P_i = \int_0^{W_i} P(x,t) dx, \quad (154)$$

$$\tilde{I}_{N,P}(t) = \int_0^{W_i} I_{N,P}(x,t) dx, \quad \tilde{G}(t) = \int_0^{W_i} G(x,t) dx. \quad (155)$$

Вследствие тонкости обкладок, генерацией и рекомбинацией в них можно пренебречь. Тогда, интегрируя те же уравнения по толщине обкладок, найдем, что в приближении отсутствия неосновных носителей в p - и n -областях

$$I_N(0,t) = I_R + q \cdot \frac{\partial N_n}{\partial t} = I_R - C_i \cdot \frac{\partial V_i}{\partial t} = I_P(W_i,t), \quad (156)$$

$$I_P(0,t) = I_N(W_i,t) = 0.$$

Строго говоря, уравнения (156) справедливы при $r_1 \equiv P_p / N_n = 1$, откуда следует, что $r_2 \equiv |P_i - N_i| / N_n = 0$. В связи с этим ограничимся приближением однородной по x фотогенерацией. Тогда при $K_{\alpha/\beta} = 1$ из соображений симметрии вытекает, что $r_1 = 1$. Уравнения (156) по порядку величины верны и при не слишком больших или малых $K_{\alpha/\beta}$. Это следует из квазидискретных компьютерных итераций в однородном постоянном поле. Они проведены при нескольких равномерно распределённых точках фотогенерации носителей x_g с последующим усреднением по x_g и учитывают гораздо больше, чем подобные итерации в [82], актов ионизации дырками. После нескольких времен пролета носителями базы t_{tr} проведенная процедура дает $0,6 < r_1 < 1$, а $r_2 < 0,4$ (рис. 24, а), что соответствует приближению однородного поля. Малость r_2 , отметим, не означает малость $P_i + N_i$ (кривая 3 на рис. 24, а).

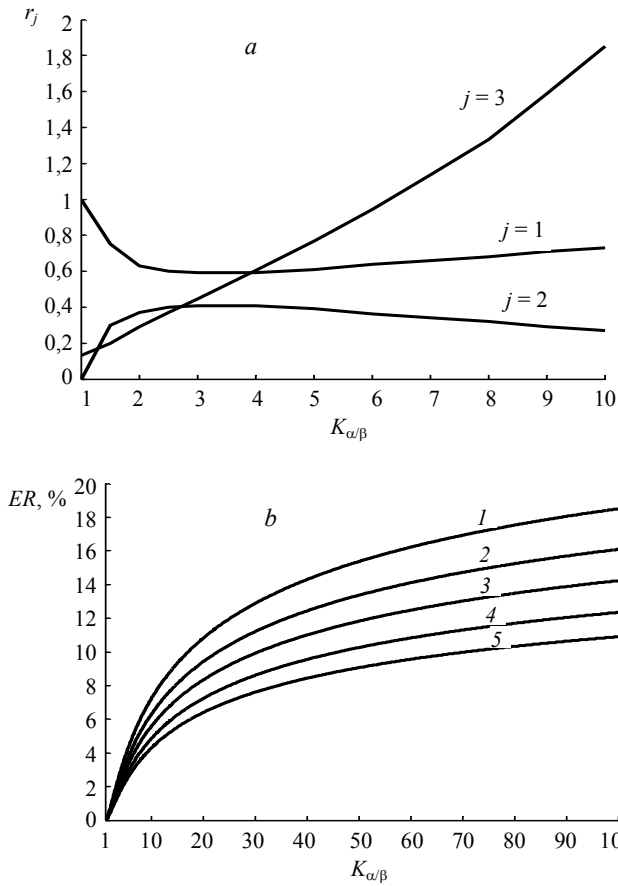


Рис. 24. Оценка условий применимости приближения однородного поля. (а) — Результаты квазидискретной компьютерной итерационной процедуры $r_j(K)$: $r_1 = P_p / N_n$, $r_2 = |P_i - N_i| / N_n$, $r_3 = (P_p + N_n) / (P_i + N_i)$. (б) — Зависимость ошибки ER при определении поля пробоя от $K_{\alpha/\beta} = \alpha / \beta$; принято [2, 3028] $\alpha(E) = A \cdot \exp(-B / E)$, где A , 1/мкм: 1 — 200, 2 — 400, 3 — 800, 4 — 2000, 5 — 5000.

Соотношения (149)—(156) позволяют получить уравнение

$$F[V_R; (1/\tau_i)] \equiv \frac{\partial^2 V_R}{\partial t^2} + \left\{ \frac{1}{\tau_i} - v_s \cdot Y[E_i(V_R)] \right\} \times \times \frac{\partial V_R}{\partial t} - \frac{v_s}{\tau_i} \cdot Y[E_i(V_R)] \cdot V_R = q \cdot \tilde{G}(t) \cdot \frac{2 \cdot v_s}{C_i \cdot W_i} \quad (157)$$

с начальными условиями

$$V_R(0) = 0, \quad \left. \frac{\partial V_R}{\partial t} \right|_{t=0} = \frac{2v_s}{C_i \cdot W_i} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} q \cdot \int_{-t}^t \tilde{G}(t') dt', \quad (158)$$

где

$$Y(E_i) = X(E_i) - (2 / W_i), \quad X = \alpha(E_i) + \beta(E_i), \quad E_i = (V_b - V_R) / W_i, \quad (159)$$

$$\tau_i = RC_i, \quad C_i = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (S / W_i). \quad (160)$$

При дельтаобразной по времени засветке $\tilde{G}_i(t) = N_{ph} \cdot \delta(t)$ соотношения (157) и (158) преобразуются в выражения:

$$F[V_R; (1/\tau_i)] = 0, \quad V_R(0) = 0, \quad \left. \frac{\partial V_R}{\partial t} \right|_{t=0} = A \equiv \frac{q \cdot 2v_s \cdot N_{ph}}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}, \quad (161)$$

где N_{ph} — число поглощенных фотонов. Если принять $R = 0$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{G}_i(t) = \text{const} \neq 0$, то найдем, что пробой определяется условием $W_i \cdot X(E_i) = 2$, которое при $K_{\alpha/\beta} \neq 1$ дает другое значение поля пробоя $E_i = E_{av}$, чем $E_i = E_{BD}$, полученное непосредственно из стационарной задачи (раздел 3). Однако расхождение E_{av} с E_{BD} составляет не более 20%, если $K_{\alpha/\beta}$ отличается от 1 не более, чем на два порядка (рис. 24, б).

6.4. Отображение моды Гейгера элементарными функциями

Уравнение (157) допускает лишь численное решение. Однако моду Гейгера можно описать и без его решения, используя физические соображения и предел $R \rightarrow \infty$, когда

$$I_{av} = C_i \cdot \frac{\partial \Delta V_i}{\partial t}, \quad F[\Delta V; 0] = 0, \quad (162)$$

$$E_i = V_i / W_i \equiv [V_b - \Delta V_i(t)] / W_i,$$

$$\Delta V_i(0) = 0, \quad \left. \frac{\partial \Delta V_i}{\partial t} \right|_{t=0} = A, \quad (163)$$

и задача решается в квадратурах. Для решения в элементарных функциях аппроксимируем точную зависимость $Y[E_i(\Delta V_i)]$ кусочно-линейной зависимостью (рис. 25, 26), проходящей через принципиальную точку

$$\Delta V_i = D_{av} \equiv V_b - V_{av} = V_b - E_{av} \cdot W_i, \quad (164)$$

где $Y = 0$, а I_{av} за время t_{av} достигает максимума.

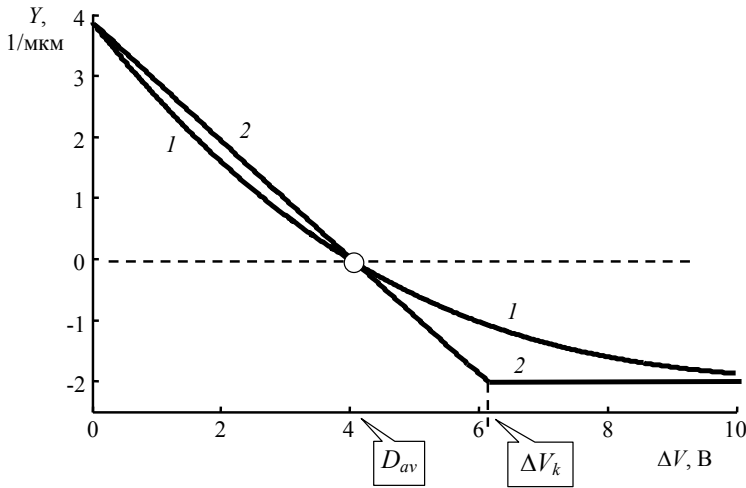


Рис. 25. Аппроксимация функции $Y(\Delta V)$. Зависимости (1 — точная, 2 — приближенная) построены для Ge ориентации $\langle 100 \rangle$ [9]; принято $W_i = 1 \text{ мкм}$, $D_{av} = 4 \text{ В}$.

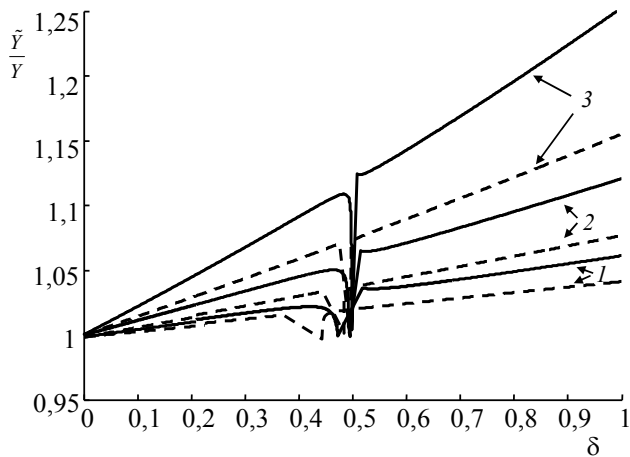


Рис. 26. Отношение приближенной зависимости $\tilde{Y}(\Delta V)$ к точной $Y(\Delta V)$ для Ge ориентации $\langle 100 \rangle$; $\delta = \Delta V / (\Delta V)_{\max}$; $\langle \text{—} \rangle$ — $W_i = 1 \text{ мкм}$, $\langle \text{- -} \rangle$ — $W_i = 2 \text{ мкм}$; $D_{av}, \text{ В}$: 1 — 0,25, 2 — 0,5; 3 — 1.

Пусть, для простоты, $X(E_b) \leq 4 / W_i$, где $E_b = V_b / W_i$. Тогда $\Delta V_{i \max} \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta V_i(t)$ не больше точки излома ΔV_k кусочно-линейной аппроксимации (рис. 25). В рассматриваемых условиях

$$\Delta V_i(t) = \Delta V_{i \max} \cdot \frac{Z^{t/t_{av}} - 1}{Z^{t/t_{av}} + Z}, \quad \Delta V_{i \max} = 2D_{av}, \quad (165)$$

$$t_{av} = \frac{\ln Z}{v_s \cdot Y_b}, \quad (166)$$

где

$$Z \equiv \frac{\epsilon \epsilon_0 \cdot S \cdot Y_b \cdot D_{av}}{q \cdot N_{ph}} \gg 40, \quad (167)$$

$$Y_b = Y_b(E_b). \quad (159)$$

Режим Гейгера реализуется, если за время $R \cdot C_i$ обратной дозарядки диода лавина успевает развиться и саму себя погасить. Из (165) видно, что это происходит, при условии

$$R \geq R_{\min} \equiv t_{av} / C_i, \quad (168)$$

где емкость i -слоя

$$C_i = \frac{\epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot S}{W_i}, \quad (169)$$

а время развития лавины t_{av} определяется выражениями (159), (164), (166) и (167). Максимальное значение напряжения на нагрузке $V_{R \max} = \Delta V_{i \max}$. Поскольку $t_{tr} \ll t_{av}$, то результаты компьютерной оценки применимости приближения однородного поля можно считать обоснованными.

Для оценки поперечного растекания заряда используем выражение (21) работы [83]. Оно определяет зависимость $\chi(t) \equiv r / r_0$, где $r(t)$ и r_0 — текущий и начальный радиусы зарядовой "капли" параболического вида. Подразумевая под емкостью в [83] C_i и положив $W_i = 1 \text{ мкм}$, $r_0 = \lambda = 1 \text{ мкм}$, в случае однофотонного процесса получим, что $\chi(t_{av}) \lesssim 2^{1/4} \cong 1,2$. Отсюда вытекает, что, когда напряжение смещения источника питания V_b превышает напряжение пробоя не более, чем на несколько вольт, то в интервале значений $K_{\alpha/\beta} \equiv \alpha / \beta$ от нескольких сотых до нескольких десятков элементарные соотношения (165)—(167) можно использовать для приближенного описания моды Гейгера p - i - n -ЛФД, причем, если площадь поперечного сечения $S > S_1 \approx \pi \cdot \lambda^2$, то можно ожидать, что в однофотонном случае под S в (165)—(167) следует подразумевать величину, порядка S_1 .

7. Характеристики лавинного гетерофотодиода с разделенными областями поглощения и умножения типа "low-high-low"

7.1. Предварительные замечания

Наиболее оптимальной структурой лавинного гетерофотодиода (ЛГФД) с разделенными областями поглощения и умножения (РОПУ) является гетероструктура типа "low-high-low" [5, 12, 84—86,] (рис. 27). В такой структуре "широкозонный" (*wg*) слой I состоит из двух подслоев. Первый, примыкающий к металлургической границе $p-n$ -перехода ($x=0$ на рис. 27), — достаточно толстый и низколегированный, а второй, на границе с фотопоглощающим слоем II, — тонкий и высоколегированный. Уровень легирования фотопоглощающего слоя может быть умеренным. Наилучший вариант, когда слой I (рис. 27) изготовлен из материала i -типа. Тогда напряженность поля пробоя этого слоя E_{1BD} при заданной его толщине W_1 будет минимальной и падать с увеличением W_1 (см. раздел 3, а также рис. 28), что, в свою очередь, приводит к падению туннельного тока I_{T1} в этом слое. Туннельный же ток в "узкозонном" (ng), поглощающем слое (II) I_{T2} можно уменьшить за счет сброса поля в высоколегированном ($high$) слое.

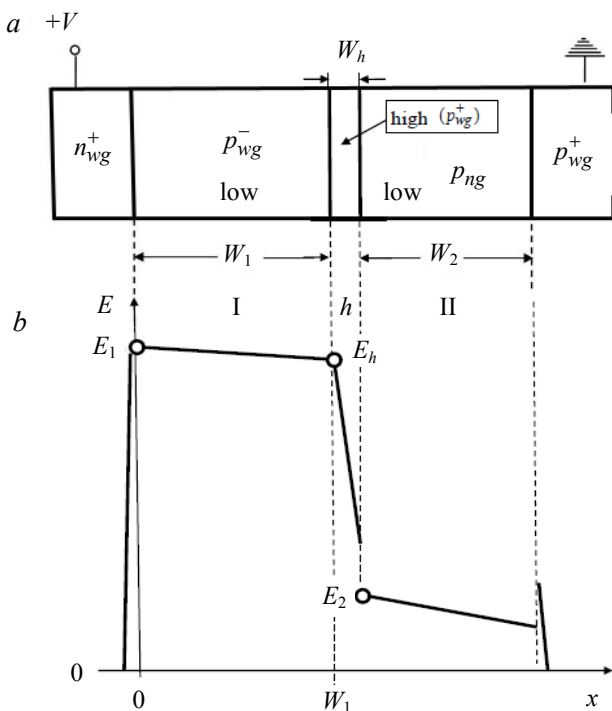


Рис. 27. Схема диода на основе $n_{wg}^+ - p_{wg}^- - p_{wg}^+ - p_{ng} - p_{wg}^+$ гетероструктуры (а) и распределение напряженности электрического поля в ней в рабочем режиме (б). Обозначения *wg* и *ng* означают "широкозонный" (*wide gap*) и "узкозонный" (*narrow gap*).

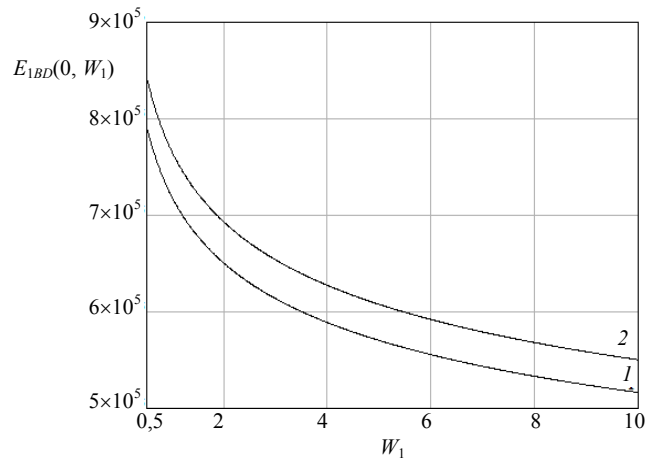


Рис. 28. Зависимость поля пробоя $E_{1BD}(0, W_1)$ (В/см) от толщины W_1 (мкм) для нелегированных слоев InP (кривая 1) и $Al_{0.48}In_{0.52}As$ (кривая 2) при $0,5 \leq W_1 \leq 10$ мкм.

Для определенности рассмотрим случай, когда

$$K(E) \equiv \beta(E) / \alpha(E) < 1, \quad (170)$$

где α и β — коэффициенты ударной ионизации электронов и дырок, E — напряженность электрического поля. Неравенство (170) выполняется, например, для материала $Al_{0.48}In_{0.52}As$, который в последнее время начал широко использоваться в ЛГФД с РОПУ [12]. Поэтому будем рассматривать структуру (рис. 21) $n_{wg}^+ - p_{wg}^- - p_{wg}^+ - p_{ng} - p_{wg}^+$ типа ("широкозонный" слой I — $Al_{0.48}In_{0.52}As$).

7.2. Чувствительность

Коэффициент размножения фотоносителей M_{ph} совпадает с коэффициентом умножения втекающих в слой I электронов M_n . Поскольку наиболее выгодной структурой является та, в которой слой размножения i -типа, то этим случаем и ограничимся. В рассматриваемых условиях концентрацию легирующей примеси N_1 в слое I можно положить равной нулю. Поэтому пространственное распределение напряженности электрического поля в слое I считать однородным: $E_I(x) = E_1$, $K(x) = K_0 = \text{const}$. Используя соотношение между α и β (36), (49) и следуя разделу 3.5, можно получить, что в рассматриваемой ситуации

$$M_{ph} = \frac{1 - K_0^{-1}}{1 - K_0^{\kappa-1}}. \quad (171)$$

В соотношении (171)

$$\kappa = \frac{E_1^7 \cdot \varepsilon_1^3}{3.19 \cdot 10^8 \cdot E_{g1}^6} \cdot W_1, \quad (172)$$

где E_{g1} — ширина запрещенной зоны в слое I, E_1 — напряженность электрического поля в нем, W_1 — толщина этого слоя. В выражении (172) и всюду далее принята (если не оговорено особо) следующая, удобная для рассматриваемой тематики, система единиц и обозначений [1, 3]. Ширина запрещенной зоны E_g — эВ; электрическое поле E — 10^5 В/см; напряжение — В; α и β — см^{-1} ; абсолютная величина заряда электрона q — К; электрическая постоянная ε_0 — Ф/м; концентрация легирующих примесей в p_{wg}^+ - и p_{ng} -слоях N_h и N_2 — см^{-3} ; толщины слоев I, h и II W_1 , W_h и W_2 (рис. 27) — мкм.

Согласно [41], в $\text{Al}_{0,48}\text{In}_{0,52}\text{As}$ материале выполняются соотношения

$$\begin{aligned} \alpha(E) &= A_n \cdot \exp[-(B_n / E)^{a_n}], \\ \beta(E) &= A_p \cdot \exp[-(B_p / E)^{a_p}], \end{aligned} \quad (173)$$

где $A_n = 2,10 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$; $B_n = 16,2$; $a_n = 1,29$; $A_p = 2,40 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$; $B_p = 18,6$; $a_p = 1,36$. Соотношения (171)—(173) позволяют найти зависимость M_{ph} от напряжения

$$V_1 = 10 \cdot E_1 \cdot W_1 \quad (174)$$

на "широкозонном" слое I. Для определения же зависимости M_{ph} от полного напряжения на структуре

$$V = V_1 + V_h + V_2, \quad (175)$$

нужно определить зависимость V_1 от V . В (175) V_h и V_2 — напряжения на высоколегированном (high) и поглощающем слоях. Эта задача решается на основе расчета распределения напряженности электрического поля $E(x)$ и определения связи между реперными значениями напряженности электрического поля E_1 , E_h и E_2 , т. е., значениями $E(x)$ на соответствующих границах (рис. 27). Кроме того, необходимо проследить выполнение неравенств

$$E_1 < E_{1BD}, \quad E_2 > 0 \quad (176)$$

где [16, 21, 84, 86]

$$E_{1BD} = E_{1BD}(0, W_1) = 16,4 \cdot \frac{E_{g1}^{6/7} \cdot \varepsilon_1^{-3/7}}{W_1^{1/7}}. \quad (177)$$

В нашем случае распределение поля $E(x)$ в слоях I, h и II определяется соответственно выражениями

$$E_I(x) = E_1 = E_h, \quad (178)$$

$$E(x) = \left[E_1 - \frac{q \cdot N_h}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1} (x - W_1) \right] \cdot U_-(W_1 + l_h - x), \quad (179)$$

$$\begin{aligned} E(x) &= \left[E_2 - \frac{q \cdot N_2}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2} \cdot (x - W_1 - W_h) \right] \times \\ &\times U_-(W_1 + W_h + l_2 - x), \end{aligned} \quad (180)$$

$$E_2 = \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_1 - \frac{q N_h W_h}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} \right) \cdot U_-(l_h - W_h), \quad (181)$$

$$l_i = \frac{\varepsilon_i \varepsilon_0}{q N_i} E_i \cdot U_+(W_i - l_i) + W_i \cdot U_-(l_i - W_i), \quad (182)$$

$$i = h, 2;$$

где ε_1 и ε_2 — диэлектрические проницаемости слоев I, h и II; $U_-(x)$ и $U_+(x)$ — ступенчатые асимметричные единичные функции [87]. Выполнение второго из условий (176) означает, что

$$E_1 > \frac{q \cdot N_h \cdot W_h}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_1}. \quad (183)$$

"Прокол" поглощающего слоя (II) способствует повышению чувствительности и быстродействия. Это достигается при выполнении условия

$$l_2(E_2) = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0}{q N_2} E_2 > W_2. \quad (184)$$

Параметр l_2 имеет физический смысл толщины области пространственного заряда (ОПЗ) в слое фотопоглощения (слой II) бесконечной толщины.

В соотношениях (179)—(184) использована система единиц СИ.

Далее рассмотрим ситуацию с "проколотым" поглощающим слоем (II). Условию "прокола" (184) соответствует минимальное значение $E_1 = E_{1\min}$. Из соотношений (178)—(184) следует, что в используемых нами смешанных единицах (стр. 23, 24)

$$E_{1\min} = \frac{1,81 \cdot (N_h \cdot W_h + N_2 \cdot W_2) \cdot 10^{-15}}{\varepsilon_1}, \quad (185)$$

$$V_h = 10 \cdot W_h \cdot \left(E_1 - \frac{0,9 \cdot N_h \cdot W_h}{\epsilon_1} \cdot 10^{-15} \right), \quad (186)$$

$$V_2 = 10 \cdot W_2 \times \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot E_1 - \frac{1,81}{\epsilon_2} \cdot \left(N_h \cdot W_h + \frac{N_2 \cdot W_2}{2} \right) \cdot 10^{-15} \right). \quad (187)$$

Соотношения (170)—(175), (185)—(187) определяют зависимость $M_{ph}(V)$, приведенную на рис. 29.

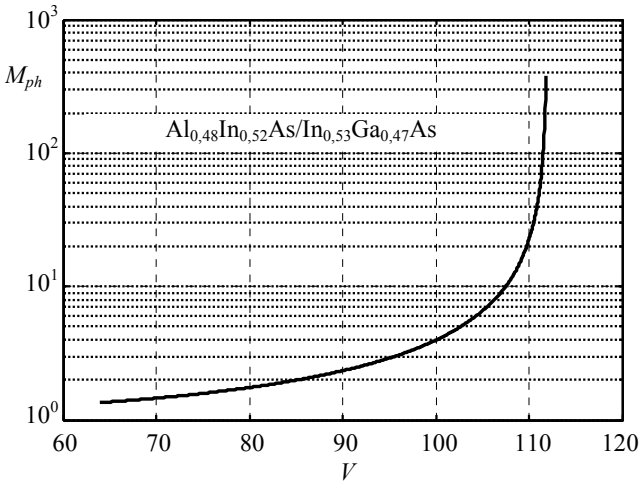


Рис. 29. Зависимость коэффициента размножения фотоносителей M_{ph} от напряжения на структуре V , В, типа "low-high-low" (рис. 27), точнее, на $n_{wg}^+ - i_{wg} - p_{wg}^+ - p_{ng} - p_{wg}^+$ гетероструктуре. Принято: $W_1 = 1$ мкм, $W_2 = 2$ мкм, $N_2 = 10^{15}$ см⁻³, $N_h = 4 \cdot 10^{17}$ см⁻³, $W_h = 0,1$ мкм. Символы wg и ng обозначают "широкозонный" и "узкозонный" слой, соответственно.

При "проколоте" слое поглощения фототок I_{ph} определяется выражением

$$I_{ph} = (1 - R_{il}) \cdot q \cdot \eta \cdot F_{il} \cdot M_{ph}, \quad (188)$$

где коэффициент отражения от освещаемой поверхности

$$R_{il} = (1 - \sqrt{\epsilon_1})^2 / (1 + \sqrt{\epsilon_1})^2, \quad (189)$$

η — квантовая эффективность фотогенерации носителей, F_{il} — падающий поток квантов излучения. Поэтому токовая чувствительность

$$S_I = S_I|_{M_{ph}=1} \cdot M_{ph}, \quad (190)$$

где токовая чувствительность при отсутствии размножения

$$S_I|_{M_{ph}=1} = (1 - R_{il}) \cdot \eta \cdot \frac{q}{h\nu}. \quad (191)$$

В разделе 5.1 приведен расчет квантовой эффективности гетероструктуры с учетом многократного внутреннего отражения излучения, включая и от гетерограниц. Из результатов этого расчета следует, что для двухмикронной толщины слоя поглощения $\eta \approx 0,61$, если коэффициент отражения от теневой поверхности R_{sh} такой же, что и от освещенной, и $\eta \approx 0,75$, если $R_{sh} = 1$. Отметим, что в последнем случае $\eta \approx 0,64$ для $W_2 = 1$ мкм. Зависимости токовой чувствительности от напряжения на структуре приведены на рис. 30.

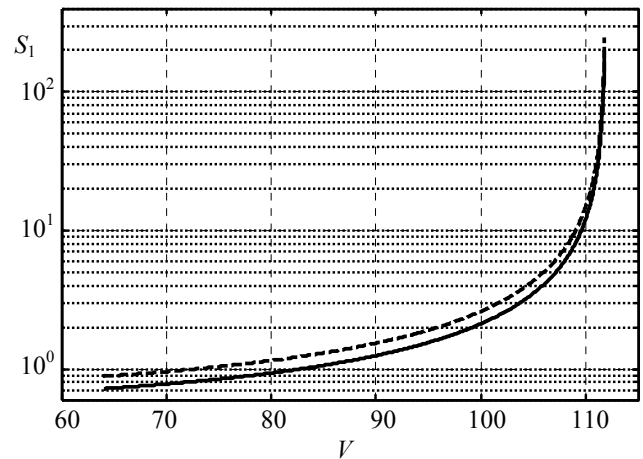


Рис. 30. Зависимость токовой чувствительности S_I , А/Вт, от напряжения на структуре V , В, для длины волны $\lambda = 1,55$ мкм. Кривые: (—) — $R_{il} = R_{sh}$, (- - -) — $R_{sh} = 1$. Приняты те же параметры структуры, что и на рис. 28 и 29.

При построении рис. 28—30 использованы, согласно монографиям [41, 42], значения фундаментальных параметров исследуемых материалов, приведенных в табл. 1, и коэффициент поглощения излучения $\gamma = 10^4$ см⁻¹.

Таблица 1

	InP	Al _{0,48} In _{0,52} As	In _{0,53} Ga _{0,47} As
E_g , эВ	1,34	1,45	0,717
ϵ	2,35	12,47	13,77

7.3. Шум

При низких уровнях облучения спектральная плотность шума S_N определяется темновыми токами. При значениях V , близких к напряжению лавинного пробоя V_{BD} (см. раздел 3), уже при комнатных температурах T в ряде прямозонных материалов даже с относительно большой шириной запрещенной зоны E_g (например, в In_{0,53}Ga_{0,47}As) эта компонента тока, как отмечалось в разделе 1, становится преобладающей. В рас-

считываемых условиях из работ [31, 35] следует, что спектральную плотность шума S_N можно представить в виде

$$S_N = 2q \cdot A \cdot [J_{nT} \cdot M_n^2 \cdot F_n + J_{pT} \cdot M_p^2 \cdot F_p + \tilde{J}_T \cdot \tilde{M}_T^2 \cdot \tilde{F}_T], \quad (192)$$

где J_{nT} и J_{pT} — плотности темновых токов электронов и дырок, втекающих в слой (I) размножения; \tilde{J}_T — плотность первичного (затравочного) темнового генерационного тока в этом слое; M_n , M_p , \tilde{M}_T и F_n , F_p , \tilde{F}_T — соответствующие коэффициенты размножения и лавинные шум-факторы, A — площадь поперечного сечения образца.

В нашем случае J_{nT} (для структуры типа $n_{wg}^+ - p_{wg} - p_{wg}^+ - p_{ng} - p_{wg}^+$) — плотность затравочного туннельного тока в слое поглощения J_{T2} ; $\tilde{J}_T = J_{T1}$ — плотность затравочного туннельного тока в слое размножения. Вследствие наличия высоколегированного n_{wg}^+ -слоя вторым слагаемым в выражении (192), обусловленным втекающими в ОПЗ дырками, можно пренебречь. В оптимальной структуре первичный туннельный ток в "широкозонном" слое размножения (слое I) примерно равен туннельному току в "узкозонном" слое фотопоглощения (слое II), рис. 27. При заметном отличии α и дырок β друг от друга значение M_n заметно больше значения \tilde{M}_T . Поэтому представляет интерес, прежде всего, исследовать S_N в режиме ограничения шума туннельным током I_{T2} . Поскольку наиболее выгодной структурой является та, в которой слой размножения i -типа, то этим случаем и ограничимся. В рассматриваемых условиях

$$S_N = 2q \cdot A \cdot J_{T2} \cdot M_{ph}^2 \cdot F_n. \quad (193)$$

Вычисление J_{T2} , как показано в разделе 4.1., можно проводить в приближении квазиоднородного электрического поля, что в системе СИ позволяет получить следующее аналитическое выражение [см. (97)]

$$J_{T2} = \frac{\sqrt{2} \cdot q^3}{(2\pi)^3 \cdot \hbar^2} \cdot \sqrt{\frac{m_2^*}{E_{g2}}} \cdot L_{T2} \cdot E_2^2 \cdot \exp\left(-\frac{a_2}{E_2}\right), \quad (194)$$

в котором

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot E_1 - \frac{q \cdot N_h \cdot W_h}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2}, \quad (195)$$

$$a_2 = \frac{\pi}{4q \cdot \hbar} \cdot \sqrt{2m_2^* \cdot E_{g2}^3}, \quad (196)$$

характерные размеры области туннельной генерации носителей в слое II

$$L_{T2}(E_2, W_2) = \min\left\{W_{T2} \equiv \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2}{q \cdot a_2 \cdot N_2}, W_2\right\}, \quad (197)$$

$m_2^* = 2m_{c2} \cdot m_{v2} / (m_{c2} + m_{v2})$ — приведенная эффективная масса легких носителей в слое II, m_{c2} и m_{v2} — их эффективные массы в зоне проводимости и валентной зоне, \hbar — редуцированная постоянная Планка.

Лавинный шум-фактор можно записать в виде [2, 35]

$$F_n = M_{ph} \left\{1 - (1 - K) \cdot \left[1 - \left(1 / M_{ph}\right)\right]^2\right\}. \quad (198)$$

На рис. 31 представлены зависимости $F_n(M_{ph})$ при фиксированных толщинах слоя размножения W_1 . Видно, что чем больше W_1 , тем меньше F_n при заданном значении M_{ph} . Можно также построить зависимости $F_n(W_1)$ при $M_{ph} = \text{const}$.

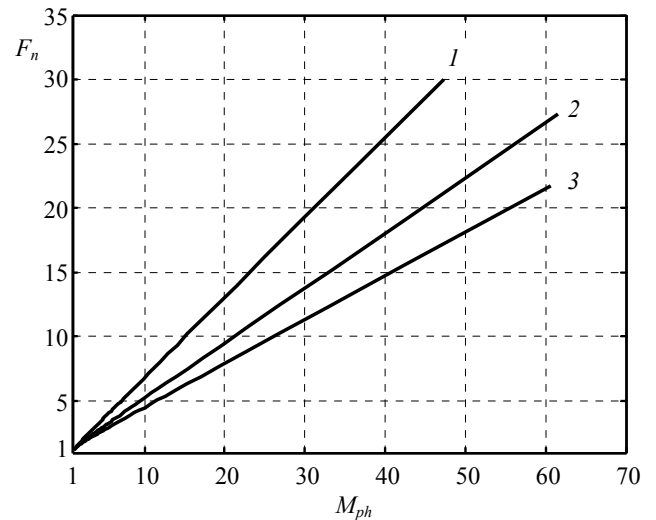


Рис. 31. Зависимость лавинного шум-фактора для инжектирующих в $Al_{0,48}In_{0,52}As$ слой размножения электронов F_n от коэффициента размножения фотоносителей M_{ph} при различных толщинах $Al_{0,48}In_{0,52}As$ слоя размножения W_1 . Значения W_1 , мкм: кр. 1 — 0,5, кр. 2 — 4, кр. 3 — 10.

Из (190), (191) и (193) следует, что мощность, эквивалентная шуму

$$P_{eq}^* = \frac{1}{S_I} \sqrt{\frac{S_N}{A}}, \quad (199)$$

описывается выражением

$$P_{eq}^* = \frac{q \cdot \nu \cdot \sqrt{F_n}}{\sqrt{\pi} \cdot (1 - R_{il}) \cdot \eta} 4 \sqrt{\frac{2m_2^*}{E_{g2}}} \times \sqrt{L_{T2}} \cdot E_2 \cdot \exp\left(-\frac{a_2}{2E_2}\right), \quad (200)$$

где ν — частота фотона. Соотношения (171), (172), (177), (187), (195), (197), (198) и (200) позволяют вычислить зависимость P_{eq}^* от коэффициента умножения фотоносителей M_{ph} , а вместе с соотношениями (174), (175), (186), (187) вычислить и зависимость P_{eq}^* от V .

Выражения (172), (178) и соотношение

$$M_p = \frac{1 - K}{1 - K^{1-k}} \quad (201)$$

позволяют также определить зависимость F_p от M_{ph} и W_1 , если, конечно же, известна зависимость $K(E)$. Этот случай интересен, когда $K = \beta/\alpha > 1$, например, для InP слоя размножения (I).

7.4. Быстродействие

В разделе 5.3. было рассмотрено быстродействие классического ЛГФД с РОПУ (рис. 1). Соотношения раздела 5.3. применимы и для ЛГФД с РОПУ типа "low-high-low" (рис. 27). Из этих соотношений следует, что для гетероструктуры типа "low-high-low" на основе $Al_{0,48}In_{0,52}As$ и $In_{0,53}Ga_{0,47}As$ (поглощающий слой) материалов при толщинах слоев $W_1 = 1$ мкм и $W_2 = 2$ мкм время быстродействия τ будет меньше 10^{-9} с, вплоть до значения коэффициента усиления фототока $M_{ph} = 48$.

Заключение

В данной работе продемонстрировано, что характеристики лавинных фотодиодов (ЛФД) можно описывать аналитически, т. е., физическое проектирования (ЛФД) можно проводить аналитически. Такая возможность основана на трех положениях:

1. аналитическом выражении (15) для напряженности электрического поля лавинного пробоя $p-n$ -структур;

2. приближенном соотношении между коэффициентами ударной ионизации электронов α и дырок β [см. (36), (49)];

3. приближении квазиоднородного электрического при вычислении туннельного тока (см. раздел 4.1.).

Главное внимание уделено лавинным гетерофотодиодам (ЛГФД) с разделенными областями поглощения и умножения (РОПУ), рис. 1 и рис. 27, на основе прямозонных полупроводников.

Показано, что зависимость туннельного тока от концентрации легирующей примеси в слое размножения классических ЛГФД с РОПУ имеет глубокий провал (до нескольких порядков, рис. 18).

Характеристики ЛГФД с РОПУ можно существенно улучшить за счет использования гетероструктур типа "low-high-low". Наилучший результат достигается, если слой размножения, слой I, изготовлен из полупроводника i -типа. Это обусловлено уменьшением поля лавинного пробоя и, как следствие, уменьшением туннельного тока в слое умножения, увеличения различия между α и β , а поэтому, и уменьшением лавинного шумфактора (рис. 31). Кроме того, сброс напряженности электрического поля за счет высоколегированного (high) слоя, рис. 27, позволяет существенно уменьшить туннельный ток и в слое (II) поглощения.

В работе также продемонстрирована возможность отображения режима Гейгера лавинных $p-i-n$ -фотодиодов элементарными функциями (раздел 6).

ЛИТЕРАТУРА

73. Kane E. O. // J. Phys. Chem. Solid. 1959. Vol. 12. No. 2. P. 181.
74. Anderson W. W. // Infr. Phys. 1977. Vol. 17. No. 2. P. 147.
75. Ансельм Ф. И. Введение в теорию полупроводников. — М.: Наука, 1978.
76. Emmons R. B. // J. Appl. Phys. 1967. Vol. 38. No. 9. P. 3705.
77. Курочкин Н. Е., Холоднов В. А. // Оптический журнал. 1996. № 6. С. 49.
78. Spinelli A., Lacaita A. L. // IEEE Trans. Electron Devices. 1997. Vol. 44. No. 11. P. 1931.
79. Niclass C., Rochas A., Besse P.-A., Charbon E. // IEEE J. Solid-State Circuits. 2005. Vol. 40. No. 9. P. 1847.
80. Stoppa D., Pancheri L., Scandiuozzo M., et al. // Single-Photon-Avalanche-Diode 3D Imager, Proceedings of ESSCIRC, Grenoble, France, 2005, P. 487.
81. Gulakov I. R., Zalesskii V. B., Zenevich A. O., Leonova T. R. // Instr. Exper. Techn. 2007. Vol. 50. No. 2. P. 249.
82. Ванюшин И. В., Гергель В. А., Гонтарь В. М., Зимогляд В. А., Тишин Ю. И., Холоднов В. А., Щелева И. М. // ФТП. 2007. Т. 41. № 6. С. 741.
83. Поспелов В. В., Рябоконе В. Н., Свидзинский К. К., Холоднов В. А. // Микроэлектроника. 1974. Т. 3. № 6. P. 475.

84. Холоднов В. А., Бурлаков И. Д., Другова А. А. // Прикладная физика. 2014. № 5. С. 38.

85. Kholodnov V. A., Nikitin M. S., Burlakov I. D. / International Conference "Optics + Photonics", 11-13 August 2015, San Diego, California, USA, Abstracts.

86. Kholodnov V. A., Nikitin M. S., Burlakov I. D. / The First International Conference on Advances in Sensors, Actuators, Metering and Sensing ALLSENSORS 2016, April 24-28, 2016 — Venice, Italy, Proceedings of the conference.

87. Корн Г.и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1977.

Analytical description of characteristics of avalanche photodiodes (a review) Part II

I. D. Burlakov^{1,4}, A. M. Filachev^{1,4}, and V. A. Kholodnov^{1,2,3,4}

¹ Orion R&P Association, Inc.
9 Kosinskaya str., Moscow, 111538, Russia

² V. A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics, RAS
11 Mokhovaya str, Moscow, 125009, Russia
E-mail: vkholodnov@mail.ru

³ Moscow Institute of Physics and Technology
9 Institute al., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

⁴ Moscow Institute of Radio Electronics and Automatics (MIREA)
78 Vernadsky av., Moscow, 119454, Russia

Received March 18, 2016

This work represents the second part of the overall review of the authors.

In the first part (see "Advances in applied physics", 2016, vol. 4, No. 1, p. 52) the common statement of a problem in analytical calculation of interband tunnel currents in $p-n$ structures, first of all, on the basis of direct bandgap semiconductors, in conditions of avalanche multiplication of carriers, their coefficients of multiplication and avalanche noise factors is carried out. The program for calculation of coefficients of multiplication is fulfilled. In the most typical situations they are presented in analytical form. Application of obtained analytical formulae gives in the result good quantitative agreement with previously published numerical calculation and experimental data.

In this part dependence of inter-band tunnel current at avalanche breakdown voltage in heterostructure with p^+-n junction in "wide-gap" layer on parameters of used semiconductor materials, doping levels of "high-resistivity" layers and their thicknesses is analyzed theoretically. It is shown that tunnel current depends, as a rule, non-monotonically on dopant's concentration in "high-resistivity" region of "wide-gap" layer. Moreover there is optimal dopant's concentration when tunnel current reaches absolute minimum for given layer thickness and doping level of "narrow-gap" layer, this result is very interesting for practical applications. Simple formula for evaluation of that optimal concentration is derived. Analytical expression for estimation of minimal value of tunnel current is obtained also. In real cases tunnel currents can vary by several orders of magnitude. It is found that increase of doping level of "narrow-gap" layer leads in many cases to decrease in tunnel current. It is shown that tunnel current does not fall to zero with lowering of doping level of "high-resistivity" layers of heterostructure and at some concentration it becomes independent on doping level. A similar effect takes place for homogeneous p^+-n junction. Physical reasons of such behavior of tunnel current at avalanche breakdown voltage are discussed. Technique for optimization of heterostructure's parameters of high-quality avalanche heterophotodiode (AHPD) with separate regions of absorption and multiplication is developed. It are carried out, as an example, specific calculations for using extensively $\text{InP-In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As-InP}$ heterostructure.

Possibility of description of transient phenomena in $p-i-n$ avalanche photodiode (APD) by elementary functions is considered, first of all in the case when initially applied voltage V_0 is higher than V_{BD} . Formulation of the problem is caused by need to know the explicit conditions of APD opera-

tion in Geiger mode. Simple expression describing dynamics of avalanche process in Geiger mode is derived. Formula for total time of its progress is obtained. Analytical expression for realization of Geiger mode of operation is presented. The conditions of applicability of obtained results are defined.

Finally on the basis of analytical calculations advantages of AHPD with separate absorption and multiplication regions of type "low-high-low" before classical samples are discussed and shown.

Keywords: Impact generation of electron-hole pairs, coefficients of impact ionization and avalanche multiplication of carriers, avalanche photodiode (APHD), field and voltage of avalanche breakdown, $p-i-n$ structure, $p-n$ heterostructure, avalanche heterophotodiode (AHPHD), separate absorption and multiplication regions (SAMR), inter-band tunnel current, photosensitivity, spectral density of noise, avalanche noise-factor, speed of response, AHPHD with SAMR of classical type and "low-high-low" type, Geiger regime, analytical model.

REFERENCES (II)

73. E. O. Kane, J. Phys. Chem. Solid. **12**, 181 (1959).
74. W. W. Anderson, Infr. Phys. **17**, 147 (1977).
75. F. I. Anselm, *Introduction in the Theory of Semiconductors*. (Nauka, Moscow, 1978) [in Russian].
76. R. B. Emmons, J. Appl. Phys. **38**, 3705 (1967).
77. N. E. Kurochkin and V. A. Kholodnov, Journal of Optical Technology. **63** (6), 455 (1996).
78. A. Spinelli and A. L. Lacaita, IEEE Trans. Electron Devices **44**, 1931 (1997).
79. C. Niclass, A. Rochas, P.-A. Besse, and E. Charbon, IEEE J. Solid-State Circuits **40**, 1847 (2005).
80. D. Stoppa, L. Pancheri, M. Scandiuozzo et al., in *Proceedings of ESSCIRC*, (Grenoble, France, 2005). P. 487.
81. I. R. Gulakov, V. B. Zaleskii, A. O. Zenevich, and T. R. Leonova, Instr. Exper. Techn. **50**, 249 (2007).
82. I. V. Vanyushin, V. A. Gergel, V. M. Gontar, V. A. Zimoglyad, Yu. I. Tishin, V. A. Kholodnov, and I. M. Shcheleva, Semiconductors **41**, 718 (1996).
83. V. V. Pospelov, V. N. Riabokon, K. K. Svidzinskiy, and V. A. Kholodnov, Mikroelektronika **3**, 475 (1974).
84. V. A. Kholodnov, I. D. Burlakov, and A. A. Drugova, J. of Communication Technology and Electronics **61**, 338 (2016).
85. V. A. Kholodnov, M. S. Nikitin, and I. D. Burlakov, in *Abstracts of International Conference "Optics + Photonics"*, (11- 13 August 2015, San Diego, California, USA).
86. V. A. Kholodnov, M. S. Nikitin, and I. D. Burlakov, in *Proc. First International Conference on Advances in Sensors, Actuators, Metering and Sensing ALLSENSORS 2016*, (April 24-28, 2016. Venice, Italy).
87. G. Korn and T. Korn T. *MATHEMATICAL HANDBOOK for Scientists and Engineers*. (MGRW-HILL BOOK COMPANY, INC, New York – Toronto – London, 1961).