

УДК 537.527

Расчет характеристик плазмотрона с помощью уравнения Эленбааса-Геллера

К. А. Корсунов, Г. С. Калюжный, Е. Ю. Лыштван

Приведены результаты расчета характеристик электрической дуги в воздухе на основе решения уравнения Эленбааса-Геллера. Расчетные данные сравниваются с экспериментальными характеристиками плазмотрона с вихревой стабилизацией дуги. Сделан вывод о возможности расчета параметров таких плазмотронов при небольших расходах газа на основе рассмотренной модели.

PACS: 52.75.Hn

Ключевые слова: электрическая дуга, уравнение Эленбааса-Геллера, плазмотрон, моделирование, характеристики.

Введение

В настоящее время в промышленности широко используются пламенные технологии. Они позволяют реализовать более эффективно ряд химических и металлургических процессов, организовать комплексную переработку сырья, получать материалы с принципиально новыми свойствами, увеличивать скорости технологических процессов в десятки сотни раз. Одним из источников низкотемпературной плазмы для технологических целей являются электродуговые нагреватели газа — плазмотроны, в связи с чем задача расчета их характеристик по-прежнему остается актуальной.

Оценка электрических и тепловых характеристик электродуговых плазмотронов представляет собой достаточно сложную инженерную задачу. К настоящему времени разработаны несколько подходов к расчету характеристик плазмотронов. Так, применение обобщенных зависимостей для расчета вольт-амперных и тепловых характеристик [1, 2] имеет существенный недостаток, связанный, во-первых, с тем, что используемая та или иная обобщенная формула справедлива только для геометрически подобных плазмотронов в указан-

ном диапазоне параметров, а во-вторых, для некоторых плазмообразующих газов обобщенные зависимости вообще отсутствуют. Методы расчета, основанные на использовании различных моделей дугового разряда в канале с потоком газа, лишены указанного недостатка, но требуют аналитических или численных вычислений [3, 4]. Учитывая, что большинство плазмотронов для обработки материалов работают в турбулентном режиме течения газа, применение методов численного моделирования дугового разряда в канале с турбулентным потоком газа сопряжено как с математическими трудностями, так и с большими вычислительными затратами [3, 5]. В связи с этим нами предложен следующий подход к расчету характеристик электродуговых плазмотронов: для инженерных расчетов можно использовать достаточно простую модель электрической дуги, применение которой пусть и дает определенную погрешность вычислений, но зато не требует больших вычислительных затрат.

Исторически первой такой моделью дуги является каналовая модель, предложенная Штенбеком в 1932 году [6, 7]. В ней предполагается, что плотность тока дуги остается постоянной в канале определенного радиуса и равна нулю за его пределами. В силу своей простоты и неплохого согласия результатов расчета с экспериментом она и сейчас не утратила своего значения и продолжает применяться в инженерной практике [2, 8].

Следующей по степени сложности моделью является модель, основанная на уравнении Эленбааса-Геллера [7, 8]. Фактически оно представляет собой уравнение баланса энергии в дуге в предпо-

Корсунов Константин Анатольевич, профессор, зав. кафедрой.
Калюжный Геннадий Сергеевич, доцент.
Лыштван Елена Юрьевна, доцент.
ГОУ ВПО «Луганский государственный университет им. Владимира Даля».
Украина, 91043, г. Луганск, кв. Молодежный, 20-а.
Тел. (0642) 50-08-29. E-mail: korsunof@mail.ru

Статья поступила в редакцию 20 августа 2016 г.

© Корсунов К. А., Калюжный Г. С., Лыштван Е. Ю., 2016

ложении, что вынос энергии за пределы дуги осуществляется только теплопроводным механизмом. Модель позволяет получить более полную информацию о дуге, включая радиальное распределение температуры и плотности тока.

В силу своей нелинейности, уравнение Эленбааса-Геллера может быть решено только численно [3], что затрудняло его широкое использование в инженерной практике. В настоящее время, в связи с доступностью мощных систем компьютерной математики, это ограничение теряет свою силу.

Целью настоящей работы является расчет характеристик плазмотрона с вихревой стабилизацией дуги на основе уравнения Эленбааса-Геллера и сравнение их с данными эксперимента.

Постановка задачи

Теоретическое исследование характеристик дуги проводилось в рамках математической модели, основанной на уравнении Эленбааса-Геллера для дуги, стационарно горящей в охлаждаемом канале. В цилиндрической системе координат, ось которой совпадает с осью дуги, уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \lambda(T) \frac{dT}{dr} \right) + \sigma(T) E^2 = 0,$$

где λ и σ — теплопроводность и электропроводность плазмообразующего газа, а E — напряженность электрического поля. Предполагается, что задача обладает осевой симметрией. Потери энергии на излучение в данной модели не учитываются.

Параметры газа λ и σ являются сложными функциями температуры, что делает уравнение Эленбааса-Геллера нелинейным. Переход к тепловому потенциалу

$$\Theta(T) = \int_0^T \lambda(T) dT$$

позволяет убрать один из источников нелинейности, а именно, зависимость $\lambda(T)$, и переписать уравнение Эленбааса-Геллера в другом виде:

$$\frac{d^2 \Theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Theta}{dr} + \sigma(\Theta) E^2 = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) должно быть дополнено граничными условиями:

$$\left. \frac{d\Theta}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad \Theta|_{r=R} = 0. \quad (2)$$

Первое условие связано с отсутствием теплового потока на оси. Как оказалось, величина тем-

пературы (и теплового потенциала) на стенках канала практически не влияют на решение, поэтому второе условие выбрано достаточно произвольно.

Для полной постановки задачи должна быть задана функция $\sigma(\Theta)$. Она, как и функции $T(\Theta)$, $\Theta(T)$ и $\sigma(T)$, необходимые для пересчета полученных результатов, была получена интерполяцией подробных экспериментальных данных, приведенных в [3], с помощью эрмитовых кубических интерполянтов.

Величина напряженности определялась как собственное значение краевой задачи (1)—(2). Затем находилась величина напряжения как $U = El$, где l — длина дуги, и величина тока:

$$I = E \int_0^R \sigma(\Theta(r)) 2\pi r dr. \quad (3)$$

Краевая задача (1)—(2) решалась в среде пакета MatLab с помощью программы решения задач с граничными условиями bvp4c, использующей метод коллокации.

Полученные результаты

В рамках данной модели были рассчитаны характеристики электродугового плазмотрона с вихревой стабилизацией дуги, разработанного для нагрева дисперсных материалов [9, 10]. Принципиальная схема плазмотрона приведена на рис. 1. Важной конструктивной особенностью таких плазмотронов является применение удлиненной межэлектродной вставки, длина которой $l_{\text{мэв}} = (8 \div 10) d_1$, где d_1 — диаметр канала межэлектродной вставки, равный 7×10^{-3} м. Диаметр канала анода равен $d_2 = 8, \times 10^{-3}$ м, длина анода $l_a = 5,5 \times 10^{-2}$ м. В качестве плазмообразующего газа используется воздух.

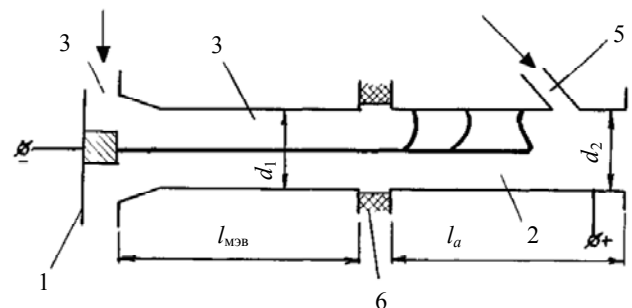


Рис. 1. Принципиальная схема плазмотрона: 1 — катод; 2 — анод; 3 — межэлектродная вставка; 4 — вихревая камера; 5 — реакторная камера; 6 — изолятор.

На рис. 2 и 3 приведены типичные радиальные распределения температуры и электропроводности электродуговой воздушной плазмы, полу-

ченные в рамках рассматриваемой модели (расстояние до оси указано в долях радиуса канала межэлектродной вставки). Распределения рассчитаны для силы тока $I = 148$ А.

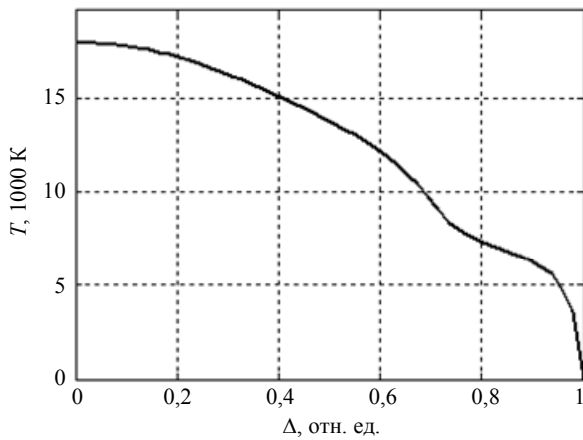


Рис. 2. Радиальное распределение температуры дуги T . Расстояние до оси Δ указано в долях радиуса канала межэлектродной вставки.

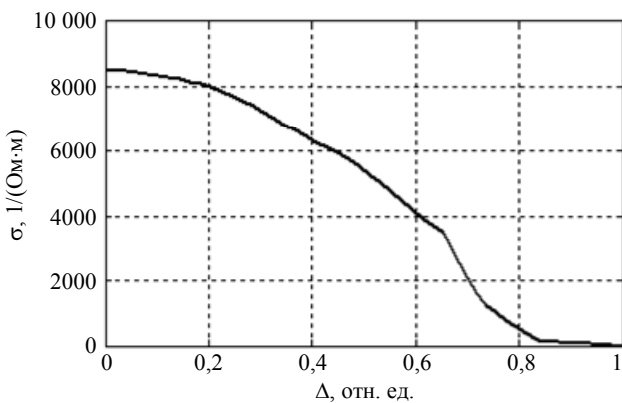


Рис. 3. Радиальное распределение электропроводности в дуге σ . Расстояние до оси Δ указано в долях радиуса канала межэлектродной вставки.

На рис. 4 приведена рассчитанная вольт-амперная характеристика дуги и измеренные статические характеристики при различных расходах газа. Видно, что расчетная характеристика совпадает с измеренными характеристиками при небольших расходах газа. Это согласуется с выводами работы [8] о том, что температура на оси разряда слабо зависит от внешних условий, поэтому модель Эленбааса-Геллера можно применять и для дуги, обдуваемой потоком газа. Незначительный сдвиг характеристик вверх (до 20 %) при увеличении расхода газа может быть объяснен следующим образом. При увеличении расхода воздуха улучшается охлаждение дуги и понижается ее температура. Это приводит к уменьшению электропроводности воздуха в дуге и, согласно (3), к увеличению напряженности поля и напряжения дуги при фиксированном значении тока.

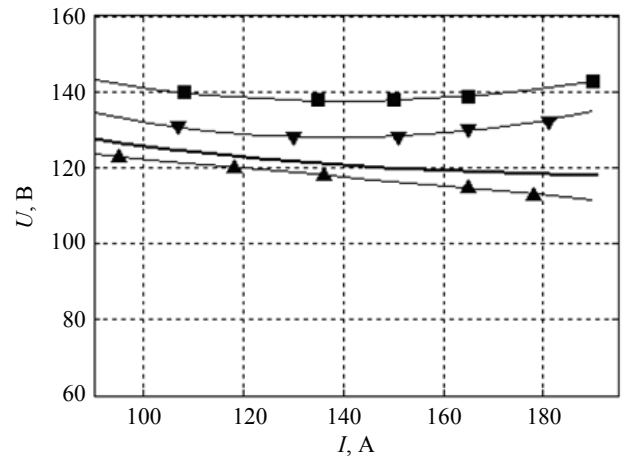


Рис. 4. Расчетная и экспериментальные вольт-амперные характеристики дуги. Расход воздуха: \blacksquare — $19,5 \times 10^{-4}$ кг/с; \blacktriangledown — 16×10^{-4} кг/с; \blacktriangle — $8,6 \times 10^{-4}$ кг/с.

На рис. 5 приведена расчетная зависимость средней температуры дуги от величины силы тока и результаты измерений температуры при расходе газа $8,6 \times 10^{-4}$ кг/с.

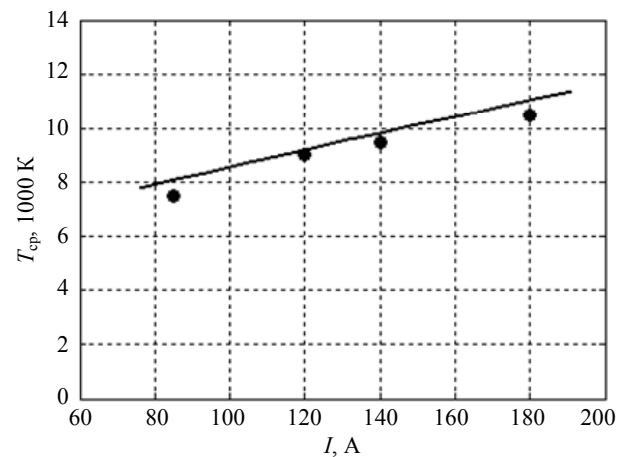


Рис. 5. Зависимость средней по сечению температуры дуги $T_{ср}$ от силы тока I .

Средняя по сечению канала температура рассчитывалась следующим образом:

$$T_{ср} = \frac{\int_0^R T(r) 2\pi r dr}{\pi R^2}. \quad (4)$$

Экспериментальные измерения температуры проводились методом Лоренца по линии азота $\text{NI } 493,5$ нм через отверстие в боковой стенке анода плазмотрона. Как следует из рис. 5, имеется удовлетворительное согласие экспериментальных и расчетных данных.

Выводы

Сравнение результатов расчета характеристик электродугового плазмотрона с вихревой стабили-

зацией дуги на основе уравнения Эленбааса-Геллера и экспериментальных данных подтверждает возможность расчета параметров таких плазмотронов на основе рассмотренной модели, что существенно упрощает инженерные расчеты подобных электрофизических установок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков М. Ф., Засыпкин И. М., Тимошевский А. Н., Михайлов Б. И., Десятков Г. А. Электродуговые генераторы термической плазмы. — Новосибирск: Наука. Сиб. предпр. РАН, 1999.
2. Жуков М. Ф., Коротеев А. С., Урюков Б. А. Прикладная динамика термической плазмы. — Новосибирск, Наука, 1975.
3. Энгельшт В. С., Гурович В. Ц., Десятков Г. А., Жайнаков А. Ж., Ивлютин А. И., Козлов П. В., Левитан Ю. С.,

Лелевкин В. М., Невелев Д. В., Семенов В. Ф., Слободянюк В. С., Спекторов В. Л. Теория столба электрической дуги. — Новосибирск, Наука, 1990.

4. Даутов Г. Ю., Дзюба В. Л., Карп И. Н. Плазмотроны со стабилизированными электрическими дугами. — К.: Наук. думка, 1984.

5. Корсунов К. А. // Успехи прикладной физики. 2013. Т. 1. № 6. С. 724.

6. Энгель А., Штенбек М. Физика и техника электрического разряда в газах. — М.: ОНТИ СССР, 1935.

7. Дресвин С. В., Донской А. В., Гольдфарб В. М., Клубник В. С. Физика и техника низкотемпературной плазмы. — М.: Атомиздат, 1972.

8. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987.

9. Дзюба В. Л., Корсунов К. А. Физика, техника и применение низкотемпературной плазмы: Монография. — Луганск: Изд-во ВГУ им. В. Даля, 2007.

10. Корсунов К. А., Брошко Р. Н. // Успехи прикладной физики. 2013. Т. 1. № 2. С. 161.

Calculation of characteristics of a plasmatron using the Elenbaas-Geller equation

K. A. Korsunov, G. S. Kaliuzhnyi, and Ye. Yu. Lyshtvan

Vladimir Dal' Lugansk State University
20-a Molodezhny ward, Lugansk, 91043, Ukraine
E-mail: korsunof@mail.ru

Received August 20, 2016

The results of the calculation of characteristics of an electric arc in the air based on the solution of the Elenbaas-Heller equation are presented. The calculation data are compared to the experimental characteristics of the plasma generator with whirlwind stabilization of an arc. It is concluded that the considered model can be used for calculation of parameters of such plasma generators at small gas rates.

PACS: 52.75.Hn

Keywords: electric arc, Elenbaas-Heller equation, plasmatron, modeling, characteristics.

REFERENCES

1. M. F. Zhukov, I. M. Zasytkin, A. N. Timoshevskii, B. I. Mikhailov, and G. A. Desyatkov, *Electroarc Generators of Thermic Plasma*. (Nauka, Novosibirsk, 1999) [in Russian].
2. M. F. Zhukov, A. S. Koroteev, and B. A. Uryukov, *Applied Dynamics of Thermic Plasma* (Nauka, Novosibirsk, 1975) [in Russian].
3. V. S. Engelsht, V. Ts. Gurovich, G. A. Desyatkov, et al., *Theory of Electric Arc Pole* (Nauka, Novosibirsk, 1990) [in Russian].
4. G. Yu. Dautov, V. L. Dzyuba, and I. N. Karp, *Plasmotrons with Stabilized Electric Arcs* (Naukova Dumka, Kiev, 1984) [in Russian].

5. K. A. Korsunov, *Usp. Prikl. Fiz.* **1**, 724 (2013).

6. A. Engel, and M. Shteinbek, *Physics and Techniques of an Electric Breakdown in Gases* (ONTI, Moscow, 1935) [in Russian].

7. S. V. Dresvin, A. V. Donskoi, V. M. Goldfarb, and V. S. Klubnikin, *Physics and Techniques of Low Temperature Plasma* (Atomizdat, Moscow, 1972) [in Russian].

8. Yu. P. Raiser, *Physics of Gas Discharge* (Nauka, Moscow, 1987) [in Russian].

9. V. L. Dzyuba and K. A. Korsunov, *Physics, Techniques, and Apply of Low temperature Plasma* (Lugansk, VNU, 2007) [in Russian].

10. K. A. Korsunov and R. N. Brozhko, *Usp. Prikl. Fiz.* **1**, 161 (2013).