

УДК 681.7.069.24: 53.088

Безроторный гироскоп с моментом импульса (обзор)*Б. В. Мелкумян*

В обзоре обсуждаются различные объяснения эффекта Саньяка и причины возникновения систематических погрешностей лазерного гироскопа (ЛГ). Показано, что «гироскопический эффект» в ЛГ, как и в любом другом гироскопе, обусловлен наличием у системы до её вращения определённого момента импульса, который, стремясь сохраниться при вращении этой системы относительно инерциальной системы, занимает иное положение в системе и изменяет её энергию. В рамках классической теории определены: квантовый предел чувствительности ЛГ, аддитивная погрешность масштабного коэффициента ЛГ и показано, что «зона захвата» на выходной характеристике обусловлена прецессией момента сил вокруг вектора угловой скорости, действующего на свет в кольцевом резонаторе.

PACS: 01.65.+g, 03.30.+p, 07.60.Ly, 42.87.Bg

Ключевые слова: лазерный гироскоп, ЛГ, момент импульса, систематические погрешности, прецессия момента, угловая скорость.

Введение

Задачи управления и навигации для платформ и систем транспортных средств на плавающих, летающих и запускаемых объектах решаются как с помощью глобальных систем навигации, так и автономными средствами, которые целиком располагают на объекте измерения, поскольку любая проблема может быть решена двумя путями: «от земли» и «от неба».

Оптимальными для прецизионного управления и навигации являются бесплатформенные инерциальные навигационные системы на лазерных гироскопах (ЛГ), основанных на эффекте Саньяка [1—4]. При этом для обеспечения требований по точности используются некоторые технологические достижения и модели систематических погрешностей ЛГ. В данной статье в форме обзора рассмотрены физические основы работы ЛГ с учётом работ автора.

Эффект Саньяка заключается в том, что в стоячей волне света вращающегося кольцевого интерферометра одна встречная волна приобрета-

ет фазовый сдвиг относительно другой встречной волны, который прямо пропорционален угловой скорости вращения, а также площади, охватываемой осевым контуром интерферометра и частоте волны.

В одном из последних обзоров по эффекту Саньяка [5] утверждается, что все нерелятивистские объяснения этого эффекта, которые встречаются в научных статьях, монографиях и учебных курсах, являются принципиально неверными, хотя в ряде частных случаев и приводят к правильному с точностью до релятивистских поправок результату. Утверждается также, что эффект Саньяка является кинематическим эффектом специальной теории относительности и следствием релятивистского закона сложения скоростей.

Мы согласны с замечаниями в обзоре [5] о некорректных объяснениях эффекта Саньяка, в том числе в учебниках, но не со всеми. И понятием «светоносного эфира» мы тоже не пользуемся.

Далее обсуждаются некоторые объяснения эффекта Саньяка и причины возникновения систематических погрешностей ЛГ. Показано, что гироскопический эффект в ЛГ обусловлен наличием у излучения до вращения определённого момента импульса. При вращении системы относительно инерциальной системы вектор момента занимает в резонаторе иное положение, или (как можно показать) иную моду излучения, меняя энергию.

Мелкумян Баграт Владимирович, профессор.
Московский университет им. С. Ю. Витте.
Россия, 115432, Москва, 2^й Кожуховский проезд, 12.
Тел. +7 (495) 783-68-48, доб. 41-29.
E-mail: bgo@bk.ru

Статья поступила в редакцию 18 января 2016 г.

© Мелкумян Б. В., 2016

Об увлечении света средой

В обзоре [5] «эффектом Саньяка» называют, помимо световых волн, явления по работам [6—18], в том числе для радиоволн [6], рентгеновских лучей [7], а также волн де Бройля материальных частиц, в том числе: электронов [8, 9], нейтронов [10, 11], атомов кальция [12], натрия [13] и цезия [14]. В [15] обсуждаются подобные явления для γ -лучей; в [16, 17] — для поверхностных акустических и поверхностных магнитостатических волн, а в [18] — для волн де Бройля π -мезонов.

Например, в известной работе [6] измерялись параметры волн в большой вращающейся катушке с кабелем радиочастотного диапазона, что не имеет отношения к эффекту Саньяка. Изменение плотности тока в кабеле определялось автором [6] через коэффициент увлечения Френеля, то есть за счёт дополнительной скорости свободных носителей заряда в кабеле при его вращении. К сожалению, подобное некорректное понимание эффекта Саньяка встречается и в более современных работах [19, 20].

В [19, 20] предполагается, что предсказаны «новые гироскопические эффекты, родственные эффекту Саньяка» для жёсткой системы проводников с током, магнита и конденсатора, размещённых на вращающемся основании.

Слабые явления по [6, 19, 20] существуют, но не имеют отношения к эффекту Саньяка. Они родственны эффекту увлечения света движущейся относительно резонатора проводящей средой и не могут быть основой новых гироскопов. Предлагаемые технические решения не выдерживают конкуренции с ЛГ для инерциальной навигационной системы по стандарту ARINC. Они с 1980 г. (первое серийное производство) применяются в аэробусах и крылатых ракетах. Основным преимуществом лазерного гироскопа является отсутствие вращающегося механического ротора.

ЛГ для дальней авиации (> 10 час, > 10000 км) на основе кольцевого газового гелий-неонового лазера с площадью контура 70×70 мм имеет выходной сигнал фототока, значительно превышающий темновой ток фотоприёмника и достаточный для преобразования в цифровой сигнал после одного каскада усиления. Рабочий ток изделия составляет единицы миллиампер. Чувствительность к повороту объекта по стандарту составляет $0,003$ угл.град/час при точности измерения $0,01$ угл.град/час [21] во всём динамическом диапазоне (± 400 угл.град/с).

В то же время в обзоре [5] обсуждаются некорректные объяснения эффекта Саньяка и то, что это явление никоим образом не является следствием эффекта увлечения Френеля-Физо — оно суще-

ствует даже при отсутствии оптической среды в кольцевом интерферометре.

Впервые в Йене, в 1911 г., Ф. Харресс [1] при измерении френелевского увлечения света в стекле обнаружил не ожидаемый им сигнал биений при вращательном движении стеклянных дисков. Он полагал, что без среды в кольцевом интерферометре его вращение не вызовет разности фаз и допустил ошибки при обработке результатов своего эксперимента.

А. Эйнштейн в 1914 г. исправил ошибки Ф. Харресса в [22] и показал, что наличие неподвижной внутри резонатора однородной среды никак не влияет на величину эффекта. Он не вычислял разность фаз встречных волн, а определил коэффициент увлечения и подтвердил независимость результатов [1—4] от неподвижной однородной среды резонаторе.

Нам представляется, что термин «эффект Саньяка» следует оставить только для явлений изменения параметров неидентичных выходных рукавов кольцевой стоячей электромагнитной волны без зарядов при ее вращении без изменения размеров резонатора.

О разности времён распространения встречных волн в резонаторе

В обзоре [5] на с. 1328 справедливо отмечено, что в большинстве работ при расчётах эффекта Саньяка авторы ограничиваются вычислением разности времён прохождения кольцевого резонатора встречными волнами относительно лабораторной системы отсчёта, но измеряется не время, а разность фаз (уточним: изменение выходной энергии). При этом на стр. 1327, в разделе «2. Корректные объяснения эффекта Саньяка», и на стр. 1340, в разделе «5.2. Эффект Саньяка с точки зрения классической кинематики», представляя свою точку зрения, автор [5] исходит из того же соотношения.

В [5] вычисляется $(\Delta t = t^+ - t^- = l^+ / v_{\phi}^+ - l^- / v_{\phi}^-)$, где l^{\pm} и v_{ϕ}^{\pm} — это длины пути и фазовые скорости для волн, распространяющихся по (+) и против (–) вращения кольцевого резонатора вокруг вертикальной оси лучевого контура. Для вычисления измеряемой разности фаз разность (Δt) просто помножается на собственную частоту генерации ω .

Нам представляется, что подобный подход некорректен, хотя результат в первом приближении и совпадает с формулой (1). Не случайно там же, на стр. 1327, отмечено, что: «Вопрос не так прост, как может показаться на первый взгляд».

Дело в том, что при постоянной угловой скорости Ω ... (для монохроматического излучения и в формулах, полученных для v_{Φ}^{\pm} и Δt)... ничего не меняется; там регистрируется постоянная разность фаз между встречными волнами и не вполне понятно, о каких скоростях их распространения идёт речь. Гораздо проще проводить рассмотрение эффекта Саньяка для случая, когда в кольцевом интерферометре распространяются два встречных импульса той или иной природы; при этом скоростями встречных импульсов являются их групповые скорости. ... Такие импульсы, если они достаточно короткие, придут за различные времена на делительное устройство интерферометра ... Измеренная тем или иным способом разность времён прохождения импульсов будет характеризовать величину эффекта Саньяка». Это цитата из [5]. Дальнейшие рассуждения о скоростях в [5] не изменили «корректных» выражений, полученных для v_{Φ}^{\pm} и Δt .

Необходимо подчеркнуть, что вычисление $(\Delta t = t^+ - t^- = l^+ / v_{\Phi}^+ - l^- / v_{\Phi}^-)$ для определения выходного сигнала вращающегося ЛГ некорректно по нескольким причинам.

1) Прежде всего, в ЛГ наблюдается установившийся режим стоячей волны. Об импульсах света можно забыть, поскольку электромагнитная волна — не набор бильярдных шаров. Это также не означает, что две компоненты стоячей электромагнитной волны бежали по резонатору до выходной фотопластинки с различной скоростью.

2) Во-вторых, в ЛГ, как и в экспериментах Саньяка, измеряется изменение амплитуды фототока, а не разность времён обхода резонатора Δt .

3) В-третьих, некорректно записывать для волнового процесса в электромагнитном поле путь и скорость в одно уравнение, поскольку нам уже известны соотношения неопределённости.

4) В-четвёртых, измеряемая разность фаз (добавка Саньяка) для ограниченных пучков может быть мнимым слагаемым в комплексной фазе ($\Phi = \omega t + i\Theta$), что ведёт к изменению амплитуды излучения при вращении.

5) В-пятых, при вращении кольцевого резонатора параметры стоячей волны, как целого, и её компонент изменяются. Например, излучение переходит на другую разрешённую в данных условиях (при данном ускорении, или угловой скорости) моду колебаний.

Мы открыли новые явления «оптодинамики», которые проявляются при движении, как целого, поля с определённой фазовой структурой.

Об инвариантности интервала

Вывод выражения всё той же величины (Δt) в рамках СТО [23; 24] проводится для эффекта Саньяка в большинстве случаев исходя из инвариантности интервала ($x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$). Если рассматривать вопрос чисто теоретически. Здесь можно повторить приведённые выше причины некорректного применения выражения, теперь величины интервала, с целью определения выходного сигнала вращающегося ЛГ.

Добавим, что подобная запись интервала предполагает, что любой источник света в ЛГ — это либо источник равномерно летящих бильярдных шаров, либо исключительно плоская волна с бесконечным фазовым фронтом, либо источник, излучение которого может быть приведено к линейной композиции плоских волн. Это не так.

Например, в нестационарном случае в неинерциальной системе отсчёта прежде одностороннее излучение в неподвижном лазерном резонаторе при изменении внешних условий переходит в другой разрешённый этими условиями тип колебаний.

Система «лазерное излучение в резонаторе» — это множество элементов, объединённых в целое за счёт взаимодействия друг с другом и обеспечивающих преимущество. Такая система обладает рядом новых, так называемых «эмерджентных свойств» [25], которых не было у элементов.

Мы рассматривали в [26—29] лазерное излучение в резонаторе или поле с определённой фазовой структурой, которая не меняется при его движении, в том числе, неравномерном. Это поле не имеет массы, но обладает энергией и жёсткой фазовой структурой, или определёнными граничными условиями, определяющими собственную систему отсчёта, определённый импульс, или момент импульса, в зависимости от того, односвязной или многосвязной является область излучения.

О моменте импульса

Напомним [30], что «гироскопический эффект» обусловлен наличием у системы до её вращения определённого момента импульса, который, стремясь сохраниться при вращении этой системы относительно инерциальной, занимает иное положение в системе и изменяет её энергию.

Далее эффект Саньяка и другие обнаруженные нами явления рассматриваются именно как для системы, имеющей определённый собственный момент импульса, но не имеющей массы, поскольку «ротатором» в лазерном гироскопе является кольцевое распределение поля излучения.

Приведено классическое рассмотрение, которое оказывается достаточным для многих практических разработок. Например, минимальная расчетная аддитивная погрешность масштабного коэффициента ЛГ совпадает с экспериментальными значениями минимальной погрешности ЛГ с известными параметрами зеркал не хуже, чем в четвертом знаке [31].

Классическая формула Саньяка

Саньяк изобрёл «кольцевой интерферограф» [2—4] в 1913—1914 гг., преобразовав крестообразный «интерферограф» Майкельсона (рис. 1). Он повторил эксперимент [1] в «пустом» кольцевом интерферометре, измерил угловую скорость вращения стола на ртутной подушке и получил формулу (1) для выходной разности частот ($\Delta\nu$).

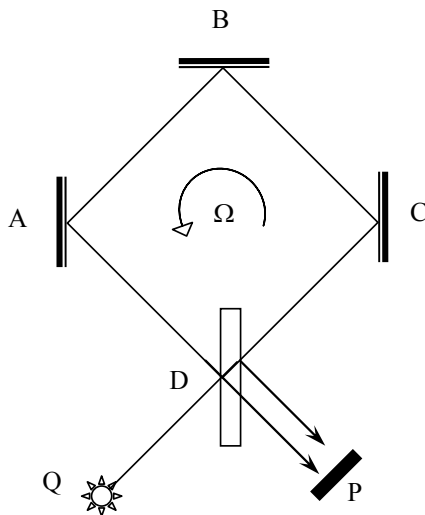


Рис. 1. Первый «кольцевой интерферограф» Саньяка.

На рис. 1 зеркала A, B, C, полупрозрачная пластинка D, источник света Q и фотоприёмник P зафиксированы на одном столе, который вращают на ртутной подушке с угловой скоростью Ω . Луч света от Q расщепляется пластинкой D на два луча — DABCDP и DCBADP. Эти лучи, оббегающие контур ABCD во встречных направлениях, формируют кольцевую стоячую волну и интерферируют на P.

Саньяк был убеждён, что проводит «вихревой опыт», измеряя «турбулентности эфира» при вращении системы. Показав, что «эфир не увлекается вращающейся системой», Саньяк не смог измерить малую угловую скорость суточного вращения Земли, что не запрещалось формулой

$$\Delta\nu = \frac{4S\Omega}{\lambda L}. \quad (1)$$

В (1) «масштабный коэффициент» ЛГ — это величина $M = (4S/\lambda \cdot L)$, которая связывает измеряемую угловую скорость вращения Ω с выходным сигналом $\Delta\nu$ кольцевого оптического (тогда ещё не лазерного) гироскопа.

Здесь в формуле (1) $\Delta\nu$ — разность частот двух компонент стоячей волны, S — площадь лучевого контура резонатора, равная площади фигуры ABCD, L — периметр лучевого контура, равный периметру фигуры ABCD, а λ — длина волны света в кольцевом резонаторе без его вращения.

Саньяк измерил угловую скорость ($\Omega \geq 30$ °/с) вращения стола с установкой, проверил свою формулу (1), обнаружив «зону захвата» для малых скоростей вращения и «хорошее» (1/100) совпадение с линейной зависимостью на больших угловых скоростях вращения (см. рис. 2), но не определил суточного вращения Земли в Париже.

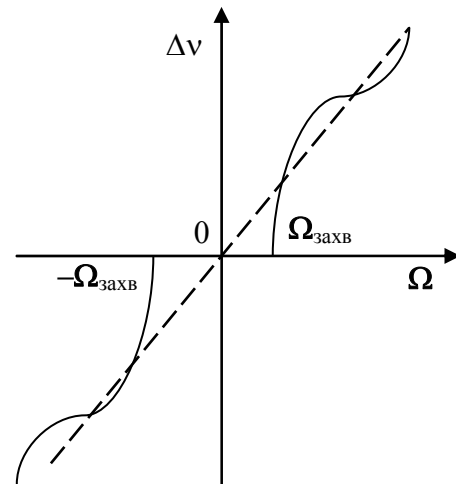


Рис. 2. Выходные характеристики ЛГ (качественно).

На рис. 2 величины $\pm\Omega_{\text{захв}}$ — это минимальные измеряемые значения угловой скорости вращения Ω моноблока ЛГ, установленного горизонтально на стенде, в разные стороны вокруг оси, перпендикулярной плоскости лучевого контура. Переменный диапазон между ними и есть так называемая «зона захвата» ЛГ. Она определяется в (угл.град./час), либо, через «масштабный коэффициент ЛГ», в единицах частоты (Гц). Характеристика лазерного гироскопа по формуле Саньяка (1) представлена на графике (рис. 2) пунктирной линией, а обычная экспериментальная характеристика представлена сплошными линиями.

Заметим, что до работ [26—29] многие считали, что минимальные измеряемые значения угловой скорости вращения моноблока ЛГ равны по модулю и не зависят от географического положения испытательного стенда, а всё остальное — это «ошибка эксперимента».

Майкельсон, Гейл и Пирс повторили в 1925 г. в США опыт Саньяка, расположив кольцевой интерферограф в замкнутом трубопроводе, откачав из этого устройства воздух [32]. Они создали (рис. 3) кольцевой резонатор с основным DABCD и дополнительным DAB'C'D контурами и измерили суточную угловую скорость вращения Земли с точностью 2 %.

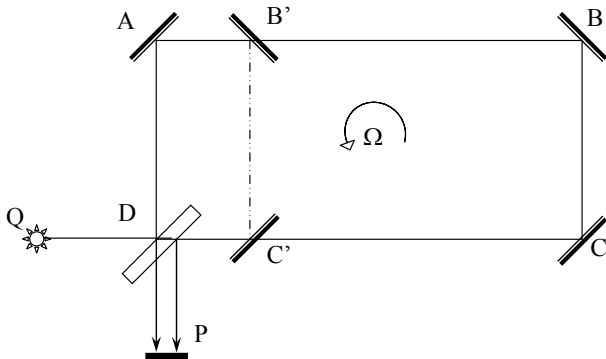


Рис. 3. Крупнейший в истории «кольцевой интерферограф» Майкельсона.

Периметр большого контура DABCD составлял 1,9 км. Измерения в контурах производились попеременно, что достигалось поворотом зеркал B' и C'. Это был самый чувствительный на то время и самый большой в истории кольцевой оптический гироскоп — второй, после кольцевого интерферометра Саньяка, предок современного ЛГ (рис. 4), на котором сегодня летают аэробусы, крылатые ракеты, плавают корабли и субмарины.

Майкельсон с сотрудниками проводили относительные измерения для двух разных контуров резонаторов, усреднённые за сутки. Они измеряли относительную разность «масштабных коэффициентов» при постоянной скорости вращения Земли и не заметили «зоны захвата».

Позже, в 1963 г., первый эксперимент Саньяка с использованием газового лазера провели авторы [33].

На рис. 4 — структурная схема ЛГ с квадратным лучевым контуром на кольцевом газовом He-Ne лазере. Здесь: A₁, A₂ — аноды; B — ситалловый блок ЛГ в разрезе, в центре блока — устройство частотной подставки; C — катод; E — блок питания; PTS — система регулировки периметра лучевого контура; R₁, R₂ — балластные сопротивления; SPU — блок преобразования сигналов; T₀, T₁, T₂, T₃, T₄ — термодатчики для компенсации систематической погрешности ЛГ от дрейфа лазерно-активных атомов.

Можно показать, что (1) выполняется только для плоских волн с бесконечным фронтом, когда векторы Ω и S параллельны [26, 29, 31]. Это обусловлено определённым моментом импульса у ка-

ждой из компонент кольцевой стоячей волны света, а отсутствие сигнала при малой угловой скорости в опыте Саньяка обусловлено прецессией момента импульса вокруг действующей угловой скорости.

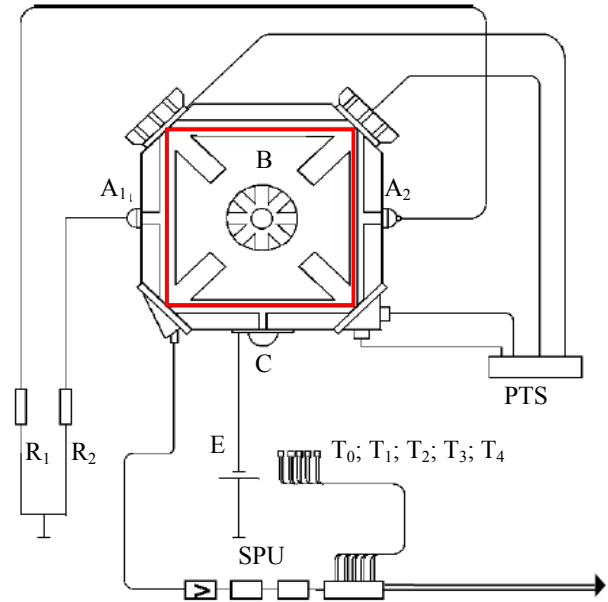


Рис. 4. Структурная схема современного лазерного гироскопа с квадратным лучевым контуром на кольцевом He-Ne лазере.

Также возможно определение мультипликативной систематической погрешности выходного сигнала ЛГ, обусловленной потоком активной среды ЛГ. Метод определения и компенсации соответствующего множителя к «масштабному коэффициенту» ЛГ рассмотрены в [34].

В наших работах [26, 29, 31] вводится момент импульса света в кольцевом лазерном резонаторе, и получаются новые результаты.

Смысл «масштабного коэффициента» ЛГ

Энергия E произвольной физической системы в системе отсчёта, вращающейся с постоянной угловой скоростью Ω , связана с её энергией E_0 в инерциальной системе, относительно которой происходит движение, преобразованием Галилея для энергии вращающейся системы:

$$E = E_0 - (\mathbf{M} \cdot \Omega), \tag{2}$$

где \mathbf{M} — момент импульса физической системы в собственной системе отсчёта, инерциальной до действия внешних сил (см., например [30], с. 163).

Отметим, что при нулевом векторе ($\mathbf{M} = 0$) энергия системы (2) при вращении не изменяется. Этот момент — необходимое условие работы ЛГ.

С другой стороны, момент силы, или производная момента импульса по времени (если это тот момент, который подчиняется закону сохранения), должен совершать прецессию вокруг оси вращения кольцевого резонатора.

Впервые авторы [35, 36] предлагали применить соотношение (2) для анализа явлений в ЛГ, но практических результатов получено не было, так как применялись неадекватные выражения для момента импульса и его собственных значений. Автор [35] ошибочно полагал, что в резонаторе с плоскими зеркалами участок однородной среды приводит к эффекту «Кориолиса — Зеемана для фотонов». При этом он считал, что формула (1) верна только в вакууме. В [36], как и в [35], выражение для момента импульса привели к объёмному интегралу от векторного произведения радиус-вектора системы на вектор Пойнтинга.

До [26, 29, 31] аддитивная погрешность «масштабного коэффициента» ЛГ и возможность прецессии момента сил, действующего на кольцевую волну света не обсуждалась.

В работах [26, 29, 31] мы определили момент импульса фотона с волновым вектором \mathbf{k} как векторное произведение:

$$\boldsymbol{\mu} = \hbar \cdot [\mathbf{r} \times \mathbf{k}]. \quad (3)$$

Вектор (3) является неопределённым для свободного фотона или для плоской электромагнитной волны. Определённой величиной для одной из компонент кольцевой системы стоячих волн будет момент импульса \mathbf{M} , усреднённый по лучевому контуру резонатора с периметром L , в виде

$$\mathbf{M} = \frac{1}{L} \oint \boldsymbol{\mu} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\hbar}{L} \oint [\mathbf{r} \times \mathbf{k}] \cdot d\mathbf{l} = \frac{2\pi \cdot \hbar}{\lambda \cdot L} \cdot \int_0^L [\mathbf{r} \times d\mathbf{l}]. \quad (4)$$

Принимая во внимание точное соотношение для площади $d\mathbf{S}$ элементарного треугольника в последнем интеграле (4), которое равно

$$d\mathbf{S} = \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{r} \times d\mathbf{l}], \quad (5)$$

а также учитывая уравнение ($\Delta E = \hbar \Delta \nu$) для изменения энергии света с изменением частоты, мы получим для каждой из компонент (1, 2) монохроматической стоячей волны соответственные сдвиги частоты:

$$(\Delta \nu)_{1,2} = \pm \frac{(\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\Omega})}{2\pi \cdot \hbar} = \pm \frac{2 \cdot (\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\Omega})}{\lambda \cdot L}. \quad (6)$$

Стоячая волна света в наиболее часто встречающихся схемах лазерного гироскопа содержит две компоненты.

Поскольку волновые векторы этих компонент $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}$ и $\mathbf{k}_2 = -\mathbf{k}$; то разность сдвигов частоты в двухкомпонентной схеме равна известному соотношению Саньяка (1), где выделено скалярное произведение $(\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\Omega})$:

$$\Delta \nu = 2 \cdot \frac{(\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\Omega})}{2\pi \cdot \hbar} = \frac{4 \cdot (\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\Omega})}{\lambda \cdot L}. \quad (7)$$

Таким образом, соотношение Саньяка (1; 7) обусловлено наличием определённого момента импульса света в резонаторе. В общем случае момент импульса излучения в кольцевом резонаторе не коллинеарен с вектором \mathbf{S} , а вращение вектора \mathbf{M} вокруг \mathbf{S} из-за связи момента с волновым вектором (4) эквивалентно изменению состояния поляризации излучения.

Вектор площади \mathbf{S} определяет «технологическое» направление оси чувствительности ЛГ. Это удобно, так как при прецессии \mathbf{M} вокруг \mathbf{S} мы выделяем постоянную ось, определяющую систему отсчета ЛГ и изменяемый множитель. Под масштабным коэффициентом обычно подразумевают константу, поэтому в заголовке раздела введены кавычки.

С другой стороны, направление площади \mathbf{S} , определяющее «технологическое» направление оси чувствительности ЛГ, не имеет смысла. Точнее, оно имеет тот же смысл, что и направление \mathbf{S} в магнитном моменте элементарной рамки с током. Правильнее, но не очень удобно, говорить о плавающей оси чувствительности ЛГ, расположенной вдоль \mathbf{M} .

Квантовый предел эффекта Саньяка

Определено [31], как предельная чувствительность ЛГ ограничена соотношениями неопределённости квантовой механики «энергия — время» и «число фотонов — фаза».

Минимальная неопределённость в определении угла поворота ЛГ с помощью одной компоненты кольцевой стоячей волны света оказалась равной угловому размеру длины волны света, генерированного в этом кольцевом резонаторе, на длине «эффективной окружности лучевого контура кольцевого резонатора»:

$$\delta \varphi = \frac{\lambda}{2\pi \cdot R_{eff}} \cdot (\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\boldsymbol{\omega}})^{-1}. \quad (8)$$

Здесь ($R_{eff} = 2 S / L$) — это «эффективный радиус» периметра лучевого контура кольцевого резонатора. Орты в скобках, в скалярном произведении в (8), определяют направления векторов площади

контура \mathbf{S} и угловой скорости вращения $\mathbf{\Omega}$ соответственно.

Для наиболее часто встречающихся схем ЛГ с двумя компонентами кольцевой стоячей волны неопределённость в измерении угла $\delta\varphi$ в уравнении (8) должна быть помножена на коэффициент $(1/2)$.

Предельная чувствительность ЛГ, вычисленная на основе квазиклассической теории, оказалась достижимой современными приборами [31] и несколько меньшей, чем считалось ранее.

Аддитивная погрешность масштабного коэффициента

Обнаружена систематическая погрешность лазерного гироскопа: аддитивное уменьшение «масштабного коэффициента» ЛГ, обусловленное неплоским фазовым фронтом света в резонаторе [26, 29, 31].

Необходимо подчеркнуть, что все предыдущие формулы выводятся для плоских волн с волновым вектором $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{\mathbf{k}}$. В реальном резонаторе ЛГ волновой фронт имеет определённые радиусы кривизны в каждой точке контура резонатора, которые однозначно определяются через конфокальные параметры и через координаты перетяжек в каждом из сечений [37].

Можно показать [31, 37], что если для радиусов кривизны $(R_x; R_y)$ выполняется $\{x^2 / 2R_x^2(z) \ll 1; y^2 / 2R_y^2(z) \ll 1\}$ и они слабо меняются вдоль координаты распространения света (z) , то волновой вектор будет иметь вид:

$$\tilde{\mathbf{k}}(z) = \left\{ k - \frac{1}{2} \frac{d}{dz} \left[\arctg\left(\frac{z-z_s}{b_s}\right) + \arctg\left(\frac{z-z_m}{b_m}\right) \right] \right\} \hat{\mathbf{z}}. \quad (9)$$

Здесь, в соотношении (9), обозначены координаты перетяжек $(z_s$ и $z_m)$ и конфокальные параметры $(b_s$ и $b_m)$ в сагиттальной (s) и меридиональной (m) плоскостях соответственно [37]. Подставив (9) вместо \mathbf{k} в (3) и (4), получим, в первом приближении, разложения функций $\arctg[(L_1 - z_{s,m})/b_{s,m}]$ и $\arctg(z_{s,m}/b_{s,m})$. Уменьшение момента импульса (10) за счёт неплоскостности фазового фронта на участке L_1 резонатора будет равно разности

$$\Delta \mathbf{M} = -\hbar \cdot R_{eff} \cdot (b_s^{-1} + b_m^{-1}) \cdot \hat{\mathbf{s}}, \quad (10)$$

Само значение L_1 после интегрирования сокращается. Для нескольких участков неплоского фронта с определёнными конфокальными параметрами соответствующие величины (10) складываются [26, 29, 31].

Как видим из (10), длиннофокусные зеркала необходимы не только для добротности кольцевого лазерного резонатора, но и для стабильности оси чувствительности и «масштабного коэффициента» ЛГ.

Чем больше значения конфокальных параметров в резонаторе, тем меньше соответствующая аддитивная погрешность «масштабного коэффициента» ЛГ при любой угловой скорости вращения.

Прецессия момента и «зона захвата»

Обнаружено [26, 28, 31], что существование «зоны захвата» на выходной характеристике ЛГ обусловлено общими свойствами момента импульса. Мы определили ось чувствительности компоненты кольцевой стоячей волны как направление её момента импульса \mathbf{M} в собственной системе отсчёта, инерциальной до действия внешних сил, когда этот момент был коллинеарен с вектором площади осевого контура резонатора \mathbf{S} .

Изменение \mathbf{M} во вращающейся системе связано с его изменением в инерциальной системе отсчёта соответствующим преобразованием Галилея:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{M}) = \frac{d'}{dt}(\mathbf{M}) + [\mathbf{\Omega} \times \mathbf{M}], \quad (11)$$

где производная момента импульса со штрихом соответствует его изменению во вращающейся системе (см., например, [30], с. 145).

Скалярно помножив уравнение (11) на вектор $\mathbf{\Omega}$, получим условие существования инварианта ЛГ. Инвариант ЛГ примет вид:

$$\left(\hat{\omega} \cdot \frac{d}{dt}(\mathbf{M}) \right) = \left(\hat{\omega} \cdot \frac{d'}{dt}(\mathbf{M}) \right) = \text{invarian}. \quad (12)$$

Уравнение (12) допускает прецессию вектора $d(\mathbf{M})/dt = \dot{\mathbf{M}}$ вокруг направления орта $\hat{\omega}$ вектора $\mathbf{\Omega}$ угловой скорости вращения.

Полагая, что изменение поляризации света происходит без трения, мы ожидаем старта прецессии, в соответствии с принципом наименьшего действия [30], от экстремальной позиции, где проекция «возбуждённого» данной угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$ несвязанного вектора $\dot{\mathbf{M}}$ на ось чувствительности $\hat{\mathbf{s}}$ минимальна (см. рис. 5).

Эта проекция может быть равна нулю или даже быть меньше нуля в некоторых условиях.

В каждый момент времени выходной сигнал ЛГ определяется проекцией вектора $\dot{\mathbf{M}}$ на ось чувствительности $\hat{\mathbf{s}}$ кольцевого лазера к вращению, что ведёт к возникновению «зоны захвата» на выходной характеристике ЛГ, когда без устройств «частотной подставки» ЛГ не реагирует на малые значения Ω .

Таким образом, единственное классическое соотношение для явления Саньяка (1) справедливо, только когда векторы \mathbf{M} и Ω почти коллинеарны, можно пренебречь прецессией (12), а в резонаторе — только параксиальные пучки с бесконечными плоскими фазовыми фронтами.

Приложения явления прецессии момента

Новый подход позволяет создавать методики компенсации систематических погрешностей различных ЛГ. Кроме того, явление прецессии $\dot{\mathbf{M}}$ вокруг вектора действующей угловой скорости вращения Ω позволяет создавать приборы для определения географических координат и др. На рис. 5 представлено горизонтальное расположение контура резонатора ЛГ в приполярной (pol) и в европейской (eur) областях Земли.

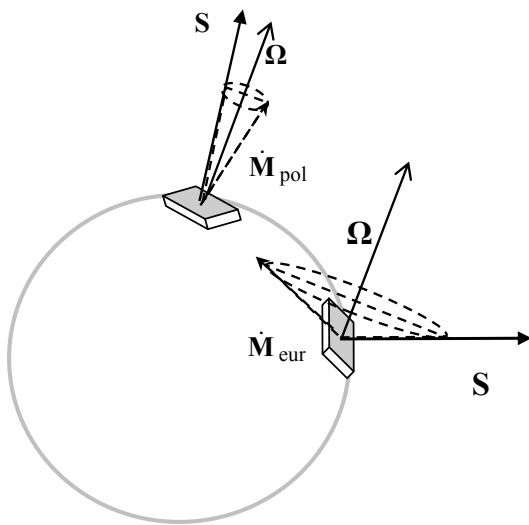


Рис. 5. Прецессия момента сил $\dot{\mathbf{M}}$ для кольцевой волны света в ЛГ.

Здесь вектор площади — \mathbf{S} , угловая скорость суточного вращения Земли — Ω , а момент сил — вектор \mathbf{M} .

После включения ЛГ вектор $\dot{\mathbf{M}}$, согласно закону сохранения момента импульса, начинает прецессию в собственной системе отсчёта ЛГ вокруг вектора Ω , в сторону, противоположную вращению, под углом $\delta = 90^\circ - \lambda$, где λ — географическая широта местности горизонтального расположения ЛГ.

«Зону захвата» мы характеризуем [26, 28] «зонным углом» ζ между $\dot{\mathbf{M}}$ и осью $\hat{\mathbf{s}}$. Он изменяется со временем.

При горизонтальном расположении ЛГ на Земле зонный угол изменяется за сутки от $\zeta_{\min} = 180^\circ - 2\lambda$ до $\zeta_{\max} = 0^\circ$; при этом «масштабный коэффициент» ЛГ изменяется, соответственно, от своего минимального до своего максимального значения на данной местности.

Например, на экваторе: $\lambda_{\text{eq}} = 0^\circ$; $(\zeta_{\text{eq}})_{\min} = 180^\circ$; $(\zeta_{\text{eq}})_{\max} = 0^\circ$; «масштабный коэффициент» умножается на число от -1 до $+1$.

В средиземноморье: $\lambda_{\text{med}} = 45^\circ$; $(\zeta_{\text{med}})_{\min} = 90^\circ$; $(\zeta_{\text{med}})_{\max} = 0^\circ$; «масштабный коэффициент» умножается на число от 0 до $+1$.

В приполярной области: $\lambda_{\text{pol}} = 87^\circ$; $(\zeta_{\text{pol}})_{\min} = 6^\circ$; $(\zeta_{\text{pol}})_{\max} = 0^\circ$; «масштабный коэффициент» умножается на число от $+0,995$ до $+1$.

Известно, что в полярной Канаде, на острове Элсмир, в г. Алерт, севернее Гренландии (Ellesmere Island, Alert), группа компаний Litton в 1980-х гг. проводила настройку производимых ЛГ. Эмпирическая сборка ЛГ производится в Алерте, потому что там ось чувствительности ЛГ почти перпендикулярна плоскости осевого контура генерации резонатора в течение всех техпроцессов сборки и настройки ЛГ. Горизонтальное же расположение ЛГ при настройке более технологично, его легче обеспечить и прецизионно контролировать.

В это же время автором на установке поворотной гироскопической (УПГ-1) имитировались полярные условия, когда суммарный вектор Ω от вращений УПГ и от Земли (в Москве угловая скорость Земли $\approx 8,4$ °/час) был почти параллелен вектору $\dot{\mathbf{M}}$.

УПГ включался до включения ЛГ. После включения ЛГ начиналась почти коллинеарная с суммарным вектором Ω прецессия вектора $\dot{\mathbf{M}}$ вокруг вертикальной оси вращения. Далее, когда после включения ЛГ мы быстро, много меньше суток, уменьшали угловую скорость стола УПГ, сигнал ЛГ менял свои характеристики с уменьшением угловой скорости вращения, но не «захватывался». Измерения показывали, что граничные значения «зоны захвата» не превышали нижнего предела угловой скорости вращения на установке. Выходной сигнал ЛГ уменьшался линейно, но не «захватывался».

При быстром уменьшении угловой скорости поворотного стола УПГ продолжалась прецессия вектора $\dot{\mathbf{M}}$ вокруг суммы векторов угловых скоростей от малого вращения УПГ и того же суточного вращения Земли, но сам уход вектора $\dot{\mathbf{M}}$ от вертикали происходил с малой угловой скоростью.

Для минимизации «зоны захвата» автор предложил [26, 28] включать подсистему переменного сдвига нулевой рабочей точки ЛГ на линейную часть его характеристики, или «частотную подставку» ЛГ, до включения лазера, газового разряда, или любой другой лазерной активной среды.

Сегодня это и делается в инерциальных навигационных системах отдельных компаний на основе эмпирических наблюдений без предлагаемой теории. При разработке необходимо также помнить, что активная среда в виде газового разряда имеет собственную эффективную электрическую индуктивность и электрическую ёмкость.

Заключение

Основные выводы обзора сводятся к следующим положениям.

1. Формула Саньяка справедлива, только когда момент импульса кольцевой волны света $\mathbf{M} \parallel \boldsymbol{\Omega}$, можно пренебречь изменением характеристики за счёт прецессии, а в резонаторе — бесконечные плоские фазовые фронты излучения.

2. Измерение угловой скорости необходимо проводить, складывая действие переменной «частотной подставки» ЛГ с измеряемой медленно меняющейся угловой скоростью в тот момент времени, когда «масштабный коэффициент» почти равен своему максимальному расчетному значению, а угол ζ между этими векторами мал. Так, в Алерте, при горизонтальном расположении ЛГ, угол ζ мал.

3. С помощью лазерного гироскопа, осевой контур которого расположен горизонтально, можно измерять географическую широту местности.

4. С помощью лазерного гироскопа, осевой контур которого расположен на Земле вертикально, в экстремальных позициях по зонному углу ζ , можно находить направление географической долготы, или ось Север-Юг.

5. Большинство разработчиков всё ещё связывают «зону захвата» ЛГ исключительно с рассеянием света на некачественных зеркалах, что неверно. Из наших исследований следует, что обычно она значительно меньше провозглашаемой (например, менее 0,1 Гц вместо 1 кГц).

6. Определены некоторые систематические погрешности ЛГ, в том числе аддитивная погрешность «масштабного коэффициента» ЛГ за счёт неплоского волнового фронта излучения в резонаторе.

7. Уточнена предельная чувствительность ЛГ.

Автор выражает глубокую благодарность А. А. Рухадзе и участникам руководимого им семинара в ИОФАН им. А. М. Прохорова за полезные замечания и плодотворные обсуждения в 2008—

2010 гг., а также свою глубокую признательность А. Г. Молчанову и участникам руководимого им семинара в ФИАН им. П. Н. Лебедева за плодотворные обсуждения в 2008 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Harress F. Die Geschwindigkeit des Lichtes in Bewegten Korpern: Dissertation (1911), Jena.
2. Sagnac M. G. R. Acad. Sci. 1913. Vol. 157. P. 708.
3. Sagnac M. G. R. Acad. Sci. 1913. Vol. 157. P. 1410.
4. Sagnac M. G. J. Phys. — Paris. Ser. 1914. Vol. 54. P. 177.
5. Малыкин Г. Б. // Успехи физических наук. 2000. Т. 170. № 12. С. 1325.
6. Берштейн И. Л. // Доклады академии наук СССР. 1950. Т. 75. С. 635.
7. Высоцкий В. И. и др. // Успехи физических наук. 1994. Т. 164. С. 309.
8. Hasselbach F., Nicklaus M. Phys. Rev. A. 1993. Vol. 48. P. 143.
9. Neutze R., Hasselbach F. Phys. Rev. A. 1998. Vol. 58. P. 557.
10. Werner S. A., Staudenmann J. L., Collena R. Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. P. 1103.
11. Dresden M., Yang C. N. Phys. Rev. D. 1979. Vol. 20. P. 1846.
12. Riehle F. et al. Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 67. P. 177.
13. Lenef A. et al. Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 760.
14. Gustavson T. L., Bouyer P., Kasevich M. A. Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 2046.
15. Wallace A. "Electromagnetic wave gyroscopes or angular velocity measuring system". US Patent No. 3102953 (Sep. 3, 1963, filed Jul. 9, 1958).
16. Вугальтер Г. А., Малыкин Г. Б. // Известия вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 373.
17. Newburgh R. G. et al. Proceedings of IEEE. 1974. Vol. 62. P. 1621.
18. Малыкин Г. Б. // Известия вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41. С. 767.
19. Фатеев В. Ф. Способ измерения параметров углового движения // А.С. № 1461183 с приоритетом от 09.01.1987.
20. Фатеев В. Ф. // Успехи современной радиотехники. 2010. № 3. С. 23.
21. Экспресс-информация № 36 (852) от 31.12.1986. ОЦАОНТИ (МИЭА).
22. Эйнштейн А. // Собрание сочинений. Т. 1. — М.: Наука (1965), с. 313. [Einstein A. Astron. Nach. (1914), 199, 8].
23. Лозунов А. А., Чугреев Ю. В. // Успехи физических наук. 1988. Т. 156. С. 137.
24. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1973.
25. Алексеев В. В., Яковлев А. В., Яковлев А. В. // Инженерная физика. 2009. № 2. С. 42.
26. Мелкумян Б. В. // Прикладная физика. 2009. № 5. С. 137.
27. Melkoutian B. V. // Proceedings of SPIE. 2007. Vol. 6736. P. 67360D-1.
28. Melkoutian B. V. // Proceedings of SPIE. 2005. Vol. 5978. P. 5978-1Q.
29. Melkoutian B. V. // Proceedings of SPIE. 2000. Vol. 4348. P. 4348-02.
30. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. — М.: Наука, 1973.
31. Мелкумян Б. В. Автореферат дисс. к. ф.-м. н. — Москва, ВНИИЦПВ, 1992.
32. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. — М.: Наука, 1972.
33. Macek W. and Davis D. // Appl. Phys. Letters. 1963. Vol. 2. P. 67.

34. Melkounian B. V. Proceedings of SPIE. 1999. Vol. 4064. P. 4064-05.
 35. Heer C. V. // Phys. Rev. 1964. Vol. 134. No. 4A. P. A799.

36. Померанцев Н. М., Скряцкий Г. В. // Успехи физических наук. 1970. Т. 100. № 3. С. 361.
 37. Ищенко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы. — М.: Радио и Связь, 1980.

Unrotor gyro with momentum (a review)

B. V. Melkounian

Witte Moscow University
 12 2-nd Kozhukhovskiy passage, Moscow, 115432, Russia
 E-mail: bgo@bk.ru

Received January 18, 2016

Different explanations of the Sagnac effect and cause of the systematic errors of the laser gyro (LG) are discussed. Here is shown that the “gyroscopic effect” in LG, as in any other gyroscope, exists due to the presence of certain momentum of light in a resonator up to its rotation. Due to conservation law of momentum with rotation of the resonator with reference to the inertial system this momentum took a different position in the system and changes its energy. The classical theory allowed us to determine the quantum restriction of sensitivity of LG, an additive error of the scale factor of LG and to show that the “zone of capture”, or “dead zone” on the output characteristics of LG exists due to the precession of vector of momentum around the angular velocity vector, acting on light in the ring laser resonator.

PACS: 01.65.+g, 03.30.+p, 07.60.Ly, 42.87.Bg

Keywords: laser gyro, LG, momentum of pulse, systematic measurement errors, precession of momentum, angular velocity.

REFERENCES

1. F. Harress, *Die Geschwindigkeit des Lichtes in Bewegten Korpern* (Dissertation, Jena, 1911).
2. M. G. Sagnac, R. Acad. Sci. **157**, 708 (1913).
3. M. G. Sagnac, R. Acad. Sci. **157**, 1410 (1913).
4. M. G. Sagnac, J. Phys. – Paris. Ser. **54**, 177 (1914).
5. G. B. Malykin, Physics-Uspekhi **170**, 1325 (2000).
6. I. L. Bershtein, Doklady Akademii Nauk SSSR **75**, 635 (1950).
7. V. I. Vysotskiy et al., Physics-Uspekhi **164**, 309 (1994).
8. F. Hasselbach and M. Nicklaus, Phys. Rev. A **48**, 143 (1993).
9. R. Neutze and F. Hasselbach, Phys. Rev. A **58**, 557 (1998).
10. S. A. Werner, J. L. Staudenmann, and R. Collena, Phys. Rev. Lett. **42**, 1103 (1979).
11. M. Dresden and C. N. Yang, Phys. Rev. D, **20**, 1846 (1979).
12. F. Riehle et al., Phys. Rev. Lett. **67**, 177 (1991).
13. A. Lenef et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 760 (1997).
14. T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, Phys. Rev. Lett. **78**, 2046 (1997).
15. A. Wallace, US Patent No. 3102953 (Sep.3, 1963, filed Jul. , 1958).
16. G. A. Vugalter and G. B. Malykin, Izvestiya Vuzov. Radiofizika **42**, 373 (1999).
17. R. G. Newburgh et al., Proceedings of IEEE **62**, 1621 (1974).
18. G. B. Malykin, Izvestiya Vuzov. Radiofizika **41**, 767 (1998).
19. V. F. Fateev, Authors invention certificate of USSR, No. 1461183, priority date: 09.01.1987.
20. V. F. Fateev, Uspekhi Sovremennoi Radiotekhniki, No. 3, 23 (2010).
21. Express-information OCAONTI (MIEA), No. 36 (852), (1986). [in Russian].
22. A. Einstein, Astron Nach., **199**, 8 (1914).
23. A. A. Logunov and Yu. V. Chugreev, Physics-Uspekhi **156**, 137 (1988).
24. L. D. Landau and E. M. Lifshits, *Theory of Field*. (Moscow: Nauka, 1973) [in Russian].
25. V. V. Alexeev, A. V. Yakovlev, and A. V. Yakovlev, Inzhenernaya Fizika, No. 2, 42 (2009).
26. B. V. Melkounian, Prikl. Fiz., No. 5, 137 (2009).
27. B. V. Melkounian, Proceedings of SPIE, **6736**, 67360D-1 (2007).
28. B. V. Melkounian, Proceedings of SPIE, **5978**, 5978-1Q (2005).
29. B. V. Melkounian, Proceedings of SPIE **4348**, 4348-02 (2000).
30. L. D. Landau and E. M. Lifshits, *Mechanics*. (Moscow: Nauka, 1973) [in Russian].
31. B. V. Melkounian, Candidate Dissertation of Phys.— Math. Sci. Degree (Ph. D.) (Moscow, VNIICPV, 1992).
32. L. I. Mandelshtam, *Lectures on Optics, Relativity and Quantum Mechanics*. (Moscow: Nauka, 1972) [in Russian].
33. W. Macek and D. Davis, Appl. Phys. Letters **2**, 67 (1963).
34. B. V. Melkounian, Proceedings of SPIE **4064**, 4064-05 (1999).
35. C. V. Heer, Phys. Rev. **134**, A799 (1964).
36. N. M. Pomerantsev and G. V. Skrotskiy, Physics-Uspekhi **100**, 361 (1970).
37. E. F. Ishchenko, Open Optical Resonators (Moscow, Radio i Svyaz', 1980) [in Russian].