ОБЩАЯ ФИЗИКА

УДК 538.9 PACS: 66.90.+r

Эффективное уравнение конвективного переноса массы в композиционной среде с разнонаправленными векторами скоростей компонент

А. С. Кравчук, А. И. Кравчук

Уравнение конвективного массопереноса в случае вектора скорости, одинакового для всех компонент композиционной среды, получено еще в прошлом веке и приводится во многих справочниках по массопереносу, в частности, известных работах Лыкова А. В. Отличительной особенностью данного исследования является дальнейшее обобщение указанного уравнения с учетом разнонаправленности векторов скоростей компонент. Это является актуальным в связи с широким распространением в настоящее время тонких суспензий магнитно-активных жидкостей в качестве компонент композиционных смесей и их использования при активном управлении процессом массопереноса. При выводе уравнения конвекционного массопереноса используется понятие представительного объема композиционной среды с использованием объемных долей компонент, где неявно используется гипотеза о том, что объемные доли компонент являются дискретной случайной величиной, описывающей вероятности присутствия той или иной компоненты неоднородной среды в конкретной точке с заданными координатами, как представительного объема, так и исследуемой геометрической области в целом. С методической точки зрения в статье вначале пространственное уравнение упрощается до одномерного для любого из выбранных читателем направлений декартовой системы координат. Для любого из направлений в отдельности получен аналог вилки Фойгта-Рейсса соответствующих проекций скоростей компонент композиционной смеси. Далее вилка средних проекций скоростей по направлениям сужается до вилки Кравчука-Тарасюка. После этого усреднением вилки Кравчука-Тарасюка получается одномерное уравнение конвективного массопереноса в композиционной среде в смысле средних по представительному объему значений проекций скоростей компонент для каждого из направлений декартовой системы координат. Далее с использованием среднего вектора скорости композиционной смеси и специфического переопределения «в операции дивергенция в смысле среднего значения частных производных строиться общее уравнение для пространственной области. Результаты данного исследования могут быть применены при построении прикладной теории управления конвективным массопереносом композиционной среды с помощью внешнего магнитного поля. При этом часть компонент смеси может быть магнитонейтральна.

Ключевые слова: конвективный массоперенос, композиционная среда, объемные доли компонент, представительный объем, вектор скорости компоненты.

Введение

Уравнения переноса – одни из самых востребованных уравнений математической физики. Отметим, что массоперенос может быть диффузионным и конвективным. В данной работе обещается уравнение второго типа переноса массы – конвективного переноса с учетом разнонаправленных скоростей компонент в потоке движущейся композиционной субстанции.

Необходимо отметить, что данная работа, в определенном смысле, является методическим обобщением и продолжением ранее полученного общеизвестного уравнения конвективного массопереноса для композиционной смеси с равным для всех компонент вектором скорости [1, 2].

Результаты данного исследования могут быть применены при построении прикладной теории

Кравчук Александр Степанович, профессор, д.ф.-м.н.
Кравчук Анжелика Ивановна, доцент, к.ф.-м.н.
Белорусский государственный университет.
Беларусь, 220030, г. Минск, проспект Независимости, 4.
E-mail: ask_Belarus@inbox.ru; anzhelika.kravchuk@gmail.com

Статья поступила в редакцию 27 февраля 2017 г.

управления конвективным массопереносом композиционной среды с помощью внешнего магнитного поля.

Особенности вывода уравнений для композиционных сред с использованием объемных долей компонент

Будем называть представительным объемом композиционной среды наименьший объем, в котором физические характеристики остаются в среднем равными физическим характеристикам всего объема среды.

Отметим, что рассмотрение представительного малого объема среды $dV = \prod_{i=1}^{3} dx_i$ [3] (где $dx_{i,i=\overline{1,3}}$ – малые приращения вдоль осей декартовой системы координат с осями $0x_{i,i=\overline{1,3}}$) допускает обобщение вывода данных уравнений практически без изменений на случай соответствующих уравнений для композиционного материала с использованием объемных долей [4, 5].

В отличие от сплошной среды, уравнения для композиционной не будут верны непосредственно при предельном переходе $dV \to 0$, т. к. в теории композиционных сред представительный объем композиционной среды $dV \neq 0$. Но, с другой стороны, он бесконечно мал по сравнению со всем объемом V, в котором проводится исследование. Точнее $\sqrt[3]{\prod_{i=1}^{3} dx_i}$ (характерный размер представительного объема) мал по сравнению с наименьшим характерным объемом композиционной среды. При этом и во всем исследуемом объеме среды, и в элементарном объеме dV концентрации компонент (объемные доли) равны γ_k (где k $(k = \overline{1,n})$ – номер компоненты, при этом выполнено условие нормировки $\sum_{k=1}^{n} \gamma_k = 1$).

Аналогичная гипотеза о малости представительного объема многокомпонентной смеси по сравнению с размерами объема, в котором исследуется массоперенос, будет использоваться в дальнейшем. При этом для каждой компоненты представительного объема многокомпонентной смеси должны быть известны ее плотность ρ_k и вектор скорости ее движения $\vec{\mathbf{v}}_k$.

Отметим также, что в смысле формулировки объемных долей γ_k их можно рассматривать также как дискретную случайную величину присутствия компоненты с номером k в точке с координатами $(x, y, z) \in V$ среды.

Обозначим через $\vec{\mathbf{v}}_k(x, y, z)$ и $\rho_k(x, y, z)$ дискретные значения вектора скорости и плотности k-ой компоненты среды. Домножая на γ_k и суммируя по k, получаем средние по реализации композиции вектор скорости и плотность (математические ожидания дискретных случайных величин):

$$\begin{aligned} \left\langle \vec{\mathbf{v}}(x, y, z) \right\rangle &= \sum_{k=1}^{n} \gamma_k \, \vec{\mathbf{v}}_k(x, y, z), \\ \left\langle \rho(x, y, z) \right\rangle &= \sum_{k=1}^{n} \gamma_k \, \rho_k(x, y, z). \end{aligned} \tag{1}$$

Таким образом, стационарность обеспечивается требованием воспроизведения концентраций на всех уровнях объема от представительного dV до общего V. Эргодичность обеспечивается равенством среднего по реализации (1) среднему по представительному объему:

$$\begin{aligned} \left\langle \vec{\mathbf{v}}(x, y, z) \right\rangle &= \frac{1}{\iiint\limits_{(dV)} dxdydz} \iiint\limits_{(dV)} \vec{\mathbf{v}}_k(x, y, z) dxdydz, \\ \left\langle \rho(x, y, z) \right\rangle &= \frac{1}{\iiint\limits_{(dV)} dxdydz} \iiint\limits_{(dV)} \rho_k(x, y, z) dxdydz. \end{aligned} \tag{2}$$

Уравнения конвективного переноса массы однородной субстанции при равенстве нулю суммы объемных мощностей всех ее источников и стоков в рассматриваемом объеме

Уравнение переноса массы однородной субстанции в элементарном объеме dV, в котором сумма объемных мощностей источников и стоков некоторой субстанции равна нулю, имеет вид [1–3]:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\operatorname{div}\left(\rho \vec{\mathbf{v}}\right) = -\left(\vec{\mathbf{v}} \operatorname{grad}(\rho) + \operatorname{div}\left(\vec{\mathbf{v}}\right)\rho\right), \tag{3}$$

где ρ – плотность рассматриваемой субстанции в точке объема dV с координатами (x, y, z), $\vec{\mathbf{v}}$ – заданный вектор скорости движения молекул однокомпонентной субстанции в той же точке (x, y, z).

Запись уравнений конвективного массопереноса для *k*-ой компоненты композиционной смеси вдоль одной из осей декартовой системы координат $0x_i$

Выберем точку $x \in V$, которая является центром элементарного объема dV с гранями перпендикулярными осям $0x_i$ декартовой системы координат. Формально перепишем уравнение (3) в виде одномерного для оси $0x_i$:

$$\frac{d\rho_k}{dt} = -\left(v_{i,k}\, \frac{\partial \rho_k}{\partial x_i} + \frac{\partial v_{i,k}}{\partial x_i}\, \rho_k \right), \tag{4}$$

где $v_{i,k}$ – проекция скорости $\vec{\mathbf{v}}_k$ k-ой компоненты композиционной среды на декартову ось $0x_i$.

При этом будем формально предполагать, что $\frac{d\rho_k}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\rho_k^1 + \rho_k^2\right)$, и для выполнения (4) будем предполагать, что справедлива вспомогательная система:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_k^1}{dt} &= -v_{i,k}\, \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho_k^1 + \rho_k^2\right), \\ \frac{d\rho_k^2}{dt} &= -\frac{\partial v_{i,k}}{\partial x_i}\left(\rho_k^1 + \rho_k^2\right). \end{aligned} \tag{5}$$

Оценка Фойгта при усреднении системы (5)

Согласно гипотезе Фойгта, будем считать, что плотности $\rho_k^j(x,t)$ ($j = 1,2$) каждой компоненты композиционной смеси и их приращения по координатам $\frac{\partial \rho_k^j}{\partial x_i}$ ($j = 1,2$) являются однородными непрерывно-дифференцируемыми функциями во всем представительном объеме [4–6], т. е. существуют такие непрерывные функции $\rho^j(x,t)$ и $\frac{\partial \rho^j}{\partial x_i}$ ($j = 1,2$), что для любого номера k ($k = \overline{1,n}$) выполнены соотношения:

$$\begin{aligned} \rho^j(x,t) &= \rho_k^j(x,t), \\ \frac{\partial \rho^j}{\partial x_i} &= \frac{\partial \rho_k^j}{\partial x_i}\ (j = 1,2). \end{aligned} \tag{6}$$

Домножая (5) с учетом (6) на γ_k и суммируя по k, получаем выражения:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\rho^1}{dt} \right\rangle_V &= -\langle v_i \rangle_V \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V, \\ \left\langle \frac{d\rho^2}{dt} \right\rangle_V &= -\frac{\partial \langle v_{i,k} \rangle_V}{\partial x_i} \left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V, \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\langle v_i \rangle_V = \sum_{k=1}^{n} \gamma_k\, v_{i,k},$$

$$\left\langle \frac{d\rho^j}{dt} \right\rangle_V = \sum_{k=1}^{n} \gamma_k\, \frac{d\rho_k^j}{dt}\ (j = 1,2),$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j = \sum_{k=1}^{m} \gamma_k \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right) = \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V\ (j = 1,2),$$

$$\sum_{j=1}^{2} \rho^j = \sum_{k=1}^{m} \gamma_k \sum_{j=1}^{2} \rho^j = \left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V\ (j = 1,2).$$

Оценка Рейсса при усреднении системы (5)

Согласно гипотезе, аналогичной гипотезе Рейсса, будем считать, что проекции скорости v_i изменения плотностей любой компоненты композиционной смеси $\frac{d\rho_k^j}{dt}$ ($j = 1,2$) на координатные оси является однородными функциями во всем представительном объеме [4–6], т. е. существуют такие непрерывные функции $\frac{d\rho^j}{dt}$, что для любого номера k ($k = \overline{1,n}$) компоненты композиционной среды выполнено условие:

$$\frac{d\rho_k^j}{dt} = \frac{d\rho^j}{dt}\ (j = 1,2). \tag{8}$$

Домножая (5) с учетом (8) на γ_k и суммируя по k, получаем соотношения:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d\rho^1}{dt} \right\rangle_R &= -\langle v_i \rangle_R \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R, \\ \left\langle \frac{d\rho^2}{dt} \right\rangle_R &= -\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_R \left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\frac{d\rho^j}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \gamma_k\, \frac{d\rho^j}{dt} = \left\langle \frac{d\rho^j}{dt} \right\rangle_R\ (j = 1,2),$$

$$\langle v_i \rangle_R = \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\gamma_k}{v_{i,k}} \right)^{-1},$$

$$\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_R = \left(\sum_{k=1}^{n} \frac{\gamma_k}{\partial v_{i,k} / \partial x_i} \right)^{-1},$$

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R = \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{k=1}^{m} \gamma_k \sum_{j=1}^{2} \rho_k^j \quad (j=1,2),$$

$$\left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R = \sum_{k=1}^{m} \gamma_k \sum_{j=1}^{2} \rho_k^j \quad (j=1,2).$$

Построение оценки эффективных коэффициентов одномерного массопереноса по Хиллу. Верхняя граница вилки Кравчука-Тарасюка

Полученные значения коэффициентов $\langle v_i \rangle_V$, $\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_V$ и $\langle v_i \rangle_R$, $\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_R$ называются средними значениями по Фойгту и Рейссу. Эти значения определяют вилки $\left[\langle v_i \rangle_R, \langle v_i \rangle_V \right]$ и $\left[\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_R, \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_V \right]$ разброса соответствующих свойств композиционного потока, в котором происходит конвективный перенос массы. Поскольку сама вилка Рейсса-Фойгта обычно достаточно велика, то, по сложившейся в литературе методике, необходимо построить ее сужение до, например, вилки Кравчука-Тарасюка [4–6].

В качестве первого шага построения верхней границы будем предполагать [4–6], что:

$$\frac{\partial \langle \rho^j \rangle}{\partial t} = \alpha \left\langle \frac{\partial \rho^j}{\partial t} \right\rangle_V + (1-\alpha) \left\langle \frac{\partial \rho^j}{\partial t} \right\rangle_R,$$

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V = \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R = \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle, \tag{10}$$

$$\left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V = \left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R = \sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle$$

$$(j=1,2).$$

Тогда из (7), (9) и (10) получаем выражения:

$$\frac{\partial \langle \rho^1 \rangle}{\partial t} \approx -\left(\alpha \langle v_i \rangle_V + (1-\alpha) \langle v_i \rangle_R \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle,$$

$$\frac{\partial \langle \rho^2 \rangle}{\partial t} \approx -\left(\alpha \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_V + (1-\alpha) \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_R \right) \sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle. \tag{11}$$

Складывая уравнения системы (11) и интегрируя результирующее уравнение по α на интервале $[0,1]$, получаем верхнюю оценку средних коэффициентов одномерного уравнения конвективного переноса массы композиционного вещества для любого координатного направления $0x_i$ в виде выражений:

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} \approx -\left(\overline{\langle v_i \rangle} \frac{\partial}{\partial x_i} \langle \rho \rangle + \overline{\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_i}} \langle \rho \rangle \right), \tag{12}$$

где

$$\overline{\langle v_i \rangle} = \frac{\langle v_i \rangle_V + \langle v_i \rangle_R}{2},$$

$$\overline{\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_i}} = \frac{1}{2} \left(\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_V + \left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_R \right). \tag{13}$$

Коэффициенты (13) можно назвать эффективными свойствами одномерного конвективного массопереноса по Хиллу. Однако, как показали исследования авторов, оценка по Хиллу – это только верхняя граница вилки Кравчука-Тарасюка [4–6].

Построение нижней границы вилки Кравчука-Тарасюка для оценки эффективных свойств уравнения одномерного конвективного массопереноса

В качестве следящего шага (построения нижней границы оценки эффективных коэффициентов уравнения) будем предполагать, в отличие от (10) [4–6], что:

$$\frac{\partial \langle \rho^j \rangle}{\partial t} = \left\langle \frac{\partial \rho^j}{\partial t} \right\rangle_V = \left\langle \frac{\partial \rho^j}{\partial t} \right\rangle_R,$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle = \alpha \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V + (1-\alpha) \left\langle \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R, \tag{14}$$

$$\sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle = \alpha \left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_V + (1-\alpha) \left\langle \sum_{j=1}^{2} \rho^j \right\rangle_R$$

$$(j=1,2).$$

Тогда из (7), (9) и (10) получаем уравнения:

$$\frac{\partial \langle \rho^1 \rangle}{\partial t} \approx -\left(\frac{\alpha}{\langle v_i \rangle_V} + \frac{(1-\alpha)}{\langle v_i \rangle_V} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle,$$

$$\frac{\partial \langle \rho^2 \rangle}{\partial t} \approx -\left(\frac{\alpha}{\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_V} + \frac{(1-\alpha)}{\left\langle \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right\rangle_R} \right)^{-1} \sum_{j=1}^{2} \langle \rho^j \rangle. \tag{15}$$

Складывая уравнения системы (15) и интегрируя результирующее уравнение по α на интервале $[0,1]$, получаем нижнюю оценку вилки Кравчука-Тарасюка средних коэффициентов одномерного уравнения конвективного переноса массы композиционного вещества для любого координатного направления $0x_i$ в виде соотношений:

$$\frac{\partial\langle\rho\rangle}{\partial t} \approx -\left(\underline{\langle v_i\rangle}\frac{\partial}{\partial x_i}\langle\rho\rangle + \underline{\frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i}}\langle\rho\rangle\right), \qquad (16)$$

где

$$\overline{\langle v_i\rangle} = \frac{\langle v_i\rangle_V \langle v_i\rangle_R}{\langle v_i\rangle_V - \langle v_i\rangle_R} \times \ln\left(\frac{\langle v_i\rangle_V}{\langle v_i\rangle_R}\right),$$

$$\overline{\frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i}} = \frac{\left\langle\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\rangle_V \left\langle\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\rangle_R}{\left\langle\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\rangle_V - \left\langle\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\rangle_R} \times \ln\left(\frac{\left\langle\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\rangle_V}{\left\langle\frac{\partial v_i}{\partial x_i}\right\rangle_R}\right). \qquad (17)$$

Отметим, что графики $\langle v_i\rangle_R$, $\langle v_i\rangle_V$ и $\underline{\langle v_i\rangle}$, $\overline{\langle v_i\rangle}$ качественно полностью повторяют графики, приведенные в работах авторов [4–6] с точностью до замены размерностей на вертикальной оси, и поэтому в данной статье этот графический материал не приводится.

Пространственное уравнение конвективного массопереноса для средних значений скоростей компонент композиционной смеси

Построенные вилки Кравчука-Тарасюка $\left[\underline{\langle v_i\rangle}, \overline{\langle v_i\rangle}\right]$ и $\left[\underline{\frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i}}, \overline{\frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i}}\right]$ достаточно узки для того, чтобы предположить, что с достаточной точностью одномерным уравнением для направления $0x_i$ конвективного массопереноса является уравнение вида:

$$\frac{\partial\langle\rho\rangle}{\partial t} \approx -\left(\langle v_i\rangle \times \frac{\partial}{\partial x_i}\langle\rho\rangle + \frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i} \times \langle\rho\rangle\right), \qquad (16)$$

где

$$\langle v_i\rangle = \frac{\underline{\langle v_i\rangle} + \overline{\langle v_i\rangle}}{2},$$

$$\frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i} = \frac{1}{2}\left(\underline{\frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i}} + \overline{\frac{\partial\langle v_i\rangle}{\partial x_i}}\right).$$

Из уравнения (16) очевидно, что в пространственном случае уравнение конвективного массопереноса в смысле средних величин для композиционного потока будет иметь вид:

$$\frac{d\langle\rho\rangle}{dt} = -\left(\langle\vec{\mathbf{v}}\rangle \cdot \mathrm{grad}\left(\langle\rho\rangle\right) + \langle\mathrm{div}\rangle\left(\langle\vec{\mathbf{v}}\rangle\right) \cdot \langle\rho\rangle\right), \qquad (17)$$

где

$$\langle\vec{\mathbf{v}}\rangle = \left(\frac{\underline{\langle v_1\rangle} + \overline{\langle v_1\rangle}}{2}, \frac{\underline{\langle v_2\rangle} + \overline{\langle v_2\rangle}}{2}, \frac{\underline{\langle v_3\rangle} + \overline{\langle v_3\rangle}}{2}\right),$$

$$\langle\mathrm{div}\rangle\left(\langle\vec{\mathbf{v}}\rangle\right) = \frac{1}{2}\left(\underline{\frac{\partial\langle v_1\rangle}{\partial x_1}} + \overline{\frac{\partial\langle v_1\rangle}{\partial x_1}}\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\left(\underline{\frac{\partial\langle v_2\rangle}{\partial x_2}} + \overline{\frac{\partial\langle v_2\rangle}{\partial x_2}}\right) + \frac{1}{2}\left(\underline{\frac{\partial\langle v_3\rangle}{\partial x_3}} + \overline{\frac{\partial\langle v_3\rangle}{\partial x_3}}\right).$$

Отметим, что уравнение (17) позволяет решать задачи для композиционных смесей в магнитном поле, часть компонент которых может быть магнитонейтральна.

Заключение

В работе выполнено обобщение уравнения конвективного массопереноса на случай разнонаправленных векторов скоростей компонент композиционной смеси.

Средний вектор скорости композиционной смеси определен исходя из вилки Кравчука-Тарасюка и аналогов средних значений скоростей по Фойгту и Рейссу.

В результате методического изложения процесса усреднения уравнения конвективного переноса при существенном разбросе направлений векторов скоростей компонент была переопределена операция дивергенции в смысле среднего значения частных производных. К сожалению, переопределение не сводится к применению стандартной операции к найденному среднему вектору скорости композиционной смеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лыков А. В.* Тепломассообмен. – М.: Энергия, 1978.
2. *Лыков А. В., Михайлов Ю. А.* Теория тепло- и массопереноса. – Государственное энергетическое издательство: Москва, Ленинград, 1963.
3. *Дульнев Г. Н.* Теория тепло- и массообмена. – СПб: НИУ ИТМО, 2012.

4. *Кравчук А. С., Кравчук А. И., Тарасюк И. А.* // Вестник СпбГУ. Серия 4. 2016. Т. 2 (60). Вып 4. С. 335.
5. *Кравчук А. С., Кравчук А. И., Попова Т. С.* // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 4. С. 1041.
6. *Кравчук А. С., Кравчук А. И.* // APRIORI. Серия: Естественные и технические науки. 2017. № 1 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://apriori-journal.ru/seria2/1-2017/Kravchuk-Kravchuk.pdf

PACS: 66.90.+r

Effective equation of convective mass transfer in a composite environment with a multi-directional velocity vector of component

A. S. Kravchuk and A. I. Kravchuk

Belarussian State University
4 Nezavisimosti av., Minsk, 220030, Belarus
E-mail: ask_Belarus@inbox.ru, anzhelika.kravchuk@gmail.com

Received February 27, 2017

The equation of convective mass transfer in the case when the velocity vector is the same for all components of the composition of the medium, obtained in the last century and can be founded in many reference books on mass transfer, in particular, the famous works of A. V. Lykov. A distinctive feature of this study is further generalization of this equation, taking into account multi-directional velocity vector of component. This is actual question in connection with wide spread in thin suspensions active magnetic liquids as components of composite mixtures and their applications in the active control of mass transfer process. In deriving the equation of convective mass transfer applied the concept of representative volume of the composite medium with volume fractions of component. For it implicitly uses the hypothesis that the volume fractions of the components are discrete random variable that describes the probability of the presence of one component of an inhomogeneous medium at a particular point with given coordinates both in representative volume and in study geometric area as a whole. From the methodological point of view in the paper at first step spatial equation is simplified to a one-dimensional one for any of the selected directions of the Cartesian coordinate system. The analogue of Voigt-Reuss range corresponding projections of the velocity of components of the composite mixture were obtained individually for each of the directions of the Cartesian coordinate system. Next, Voigt-Reuss range of the average projections of velocity for separate directions narrows to a Kravchuk-Tarasyuk range. After that, one-dimensional equations of convective heat transfer in a composite a medium in terms of average values for a representative volume for projections of the velocity for each of the directions were obtained by simple averaging Kravchuk-Tarasyuk range. Further the general equation for the spatial volume was obtained using the average the velocity vector of the composite mixture and specific redefinition of divergence operation. The results of this research can be applied to creation of control theory for convective mass transfer composition of the medium by means of an external magnetic field. In this case part of the component in mixture can be magnetically neutral.

Keywords: convective mass transfer, composite media, the volume fractions of the components, a representative volume, velocity vector components.

REFERENCES

1. A. V. Lykov. *Heat and Mass Transfer* (Energia, Moscow, 1978) [in Russian].
2. A. V. Lykov, and Yu. A. Mikhailov. *The theory of heat and mass transfer* (Gos. Energo. Izdat., Moscow, Leningrad, 1963) [in Russian].
3. G. N. Dulnev. *The theory of heat and mass transfer* (ITMO, St. Petersburg, 2012) [in Russian].
4. A. S. Kravchuk, A. I. Kravchuk, and I. A. Tarasyuk, Bulletin of St. Petersburg State University. Ser. 4, **2** (4), 335 (2016).
5. A. S. Kravchuk, A. I. Kravchuk, and T. S. Popova. Inzhenern. Fizich. Zhurn. **89** (4), 1041 (2016).
6. A. S. Kravchuk and A. I. Kravchuk. APRIORI. Seriya: Estestv. Tekhn. Nauki, No. 1, (2017) [Electronic resource]. Access mode: http://apriori-journal.ru/seria2/1-2017/Kravchuk-Kravchuk.pdf