

Оценка поля широкополосного излучения, сфокусированного параболическим рефлектором

Н. Д. Наумов

Рассматривается задача оценки в параксиальной области поля излучения, фокусировка которого обусловлена небольшим сдвигом облучателя от фокуса параболического рефлектора. Получено аналитическое выражение для начального радиуса кривизны фазового фронта. Сформулирован метод оценки в параксиальной области амплитуды поля сфокусированного волнового пучка. Проанализировано влияние начального радиуса кривизны фазового фронта на фокусировку волнового пучка. Получено аналитическое выражение для временной формы сфокусированного импульса на оси рефлектора. Представлены результаты расчетов поля сфокусированного сверхширокополосного импульса в плоскости геометрического фокуса.

Ключевые слова: параболический рефлектор, фокусировка, волновой пучок, сверхширокополосный импульс.

Введение

Высокий уровень плотности потока энергии электромагнитного излучения можно обеспечить с помощью мощных источников, в частности, основанных на эффектах взаимодействия интенсивных электронных пучков с плазмой [1]. Другим способом локального повышения плотности потока энергии излучения является использование сфокусированных волновых пучков [2, 3].

Как известно, фокусировка излучения возникает при соответствующем искривлении фазового фронта на апертуре [4]. Целью данной работы является разработка метода оценки поля излучения в том случае, когда искривление фазового фронта на апертуре осуществляется с помощью небольшого сдвига облучателя от фокуса параболического рефлектора.

Параболический рефлектор используется для создания не только волновых пучков, но и направленного импульсного излучения [5]. Модель формирования импульсного излучения плоской апертурой может быть построена на основе решения неоднородного уравнения Гельмгольца; при этом получающееся выражение для поля импульса содержит интегральное слагаемое [6]. На расстояни-

ях от апертуры $z \gg ct_p$, где t_p – длительность импульса, этим слагаемым можно пренебречь [7], поэтому в этой области можно использовать однородное уравнение Гельмгольца. Приближенное решение этого уравнения для прохождения плоской монохроматической волны через отверстие в плоском непрозрачном экране получено для параксиальной области [4]. Здесь это решение используется для оценки поля сфокусированного излучения.

Способ фокусировки

Если облучатель находится в фокусе параболического зеркала, т. е. когда точки S и F совпадают (см. рис. 1), то лучи до выхода из апертуры проходят одинаковое расстояние:

$$d = FA + AB = p + \frac{a^2}{4p},$$

где $p = OF$ – фокусное расстояние рефлектора, a – радиус апертуры. Это означает, что фазовый фронт будет плоский, т.к. набег фазы $\Phi_0 = kd$ не зависит от радиальной координаты точки B . В этом случае распределение амплитуды поля на апертуре можно выбрать в виде «параболы на пьедестале» [8]:

$$w_0 = 1 - (1 - \delta)\xi^2,$$

где $\xi = r/a$, $\delta = E_1/E_0$, E_1 – напряженность поля на краю раскрыва.

Наумов Николай Дмитриевич, ведущий научный сотрудник.

ФГКУ «12 ЦНИИ» Минобороны России.
Россия, 141307, Московская обл., г. Сергиев Посад-7.
E-mail: ndnaumov@mail.ru

Статья поступила в редакцию 11 апреля 2017 г.

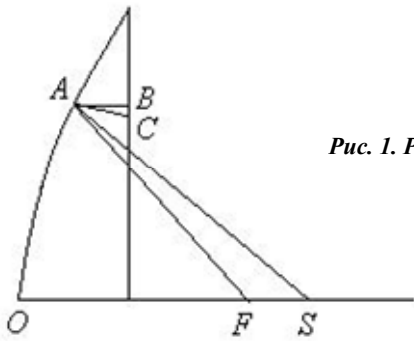


Рис. 1. Расчетная схема.

Если же облучатель находится на расстоянии $s = FS$ от фокуса зеркала, то набег фазы $\Phi = k(SA + AC)$ зависит от радиальной координаты r точки C :

$$\Phi = k \left[r^2 + \left(p + s - \frac{r^2}{4p} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{4p} (a^2 + r^2) \sqrt{1 + \psi^2},$$

$$\psi = \frac{16rsp^2}{(r^2 + 4p^2)^2 + 4ps(4p^2 - r^2)}.$$

При небольшой величине сдвига и выполнении условия $a^2/4p^2 \ll 1$ выражение для набег фазы можно аппроксимировать следующим образом:

$$\Phi \approx \Phi_0 + ks - \frac{kr^2}{2R},$$

где $R = p^2/s$ – начальный радиус кривизны фазового фронта.

Таким образом, при смещении облучателя от фокуса рефлектора на апертуре возникает искривленный фазовый фронт. При небольшом сдвиге облучателя распределение поля на апертуре имеет вид:

$$w = w_0 \exp(-i\beta\xi^2). \tag{1}$$

Здесь $\beta = L/R$, где $L = ka^2/2$ – характерное расстояние в теории дифракции волн. Отметим, что аналогичная зависимость для распределения поля получается и при небольшом смещении фокуса контррефлектора от фокуса рефлектора в антенне Кассегрена.

Сфокусированный пучок

Для парааксиальной области решение задачи о прохождении плоской монохроматической волны

через отверстие в плоском непрозрачном экране, которое применимо и в ближней зоне, имеет следующий вид [4]:

$$u = Ae^{ikz - i\omega t}, \tag{2}$$

$$A = \frac{A_0}{i\lambda z} \iint \exp\left\{ \frac{ik}{2z} [(x-x')^2 + (y-y')^2] \right\} w(x', y') dx' dy'. \tag{3}$$

Здесь плоскость экрана совпадает с плоскостью $z = 0$, интегрирование проводится по площади отверстия, функция $w(x, y)$ характеризует распределение амплитуды поля в плоскости отверстия, λ – длина волны, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, A_0 – амплитуда поля в центре отверстия.

Для круглого отверстия и осесимметричного распределения поля на апертуре выражение (3) несколько упрощается:

$$A = A_0 \frac{k}{iz} \exp\left(\frac{ik}{2z} r^2 \right) \times \int_0^a w(r') J_0\left(kr' \frac{r}{z} \right) \exp\left(\frac{ik}{2z} r'^2 \right) r' dr', \tag{4}$$

где $J_0(x)$ – функция Бесселя. В случае распределения (1) фигурирующий в (4) интеграл можно вычислить при $r = 0$, что приводит к следующему выражению для амплитуды поля сфокусированного пучка на оси рефлектора [9]:

$$A(0, z) = \frac{A_0}{\eta^2} \left\{ \eta(1-\delta) + [\delta\eta - i\zeta(1-\delta)] \left[1 - \exp\left(i \frac{\eta}{\zeta} \right) \right] \right\}. \tag{5}$$

Аналогичным образом можно найти распределение амплитуды поля в плоскости геометрического фокуса $z = R$:

$$A(r, R) = -2i\beta A_0 G(2\beta\xi) \exp(i\beta\xi^2).$$

Здесь введены обозначения:

$$\zeta = \frac{z}{L}, \quad \eta = 1 - \frac{z}{R},$$

$$G(x) = \frac{\delta}{x} J_1(x) + (1-\delta) \frac{2}{x^2} J_2(x),$$

где $J_1(x), J_2(x)$ – функции Бесселя.

Характерной особенностью сфокусированного пучка является наличие так называемой перетяжки, которая соответствует сечению пучка с максимальным значением амплитуды поля. Рас-

стояние от апертуры до перетяжки пучка представляет собой фокусное расстояние для пучка.

Влияние начального радиуса кривизны фазового фронта R на фокусировку волнового пучка проще всего проанализировать в случае однородно возбужденной апертуры. При $\delta = 1$ максимальное значение действительной амплитуды поля сфокусированного пучка достигается в точке $r = 0, z = z_f$, где

$$z_f = \frac{L}{2} \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{\operatorname{tg}x_0} \right). \quad (6)$$

Для амплитуды поля в этой точке найдем:

$$|A_f| = |A_0| \frac{2 \sin x_0}{1 - x_0 \operatorname{ctg}x_0}. \quad (7)$$

Здесь x_0 – корень трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg}x = x \left(1 + 2 \frac{x}{\beta} \right).$$

На рис. 2 представлена полученная на основе (6) зависимость фокусного расстояния от начального радиуса кривизны фазового фронта R . Фокусное расстояние для пучка можно записать в другом виде:

$$z_f = R \frac{x_0}{\operatorname{tg}x_0}. \quad (8)$$

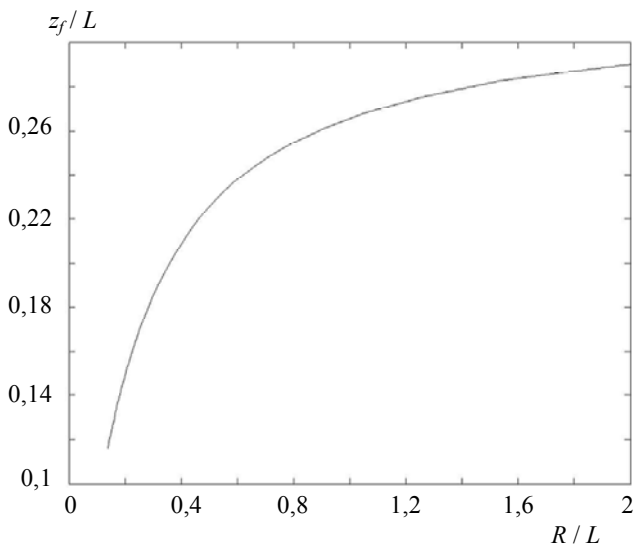


Рис. 2. Влияние начального радиуса кривизны на фокусное расстояние для пучка.

Как следует из выражения (8), фокусное расстояние для пучка всегда меньше расстояния от апертуры до плоскости геометрического фокуса $z = R$. При увеличении R фокус для пучка удаляет-

ся от плоскости геометрического фокуса. При этом фокусное расстояние приближается к значению продольной координаты наиболее удаленного от апертуры максимума действительной амплитуды поля пучка без фокусировки, т. е. $z_f \rightarrow L/\pi$ при $R \rightarrow \infty$.

График на рис. 3, полученный с помощью выражения (7), характеризует зависимость амплитуды поля пучка в фокусе от R . Максимум действительной амплитуды поля пучка без фокусировки равен $2|A_0|$, поэтому в области перетяжки амплитуда поля сфокусированного пучка больше амплитуды поля пучка без фокусировки.

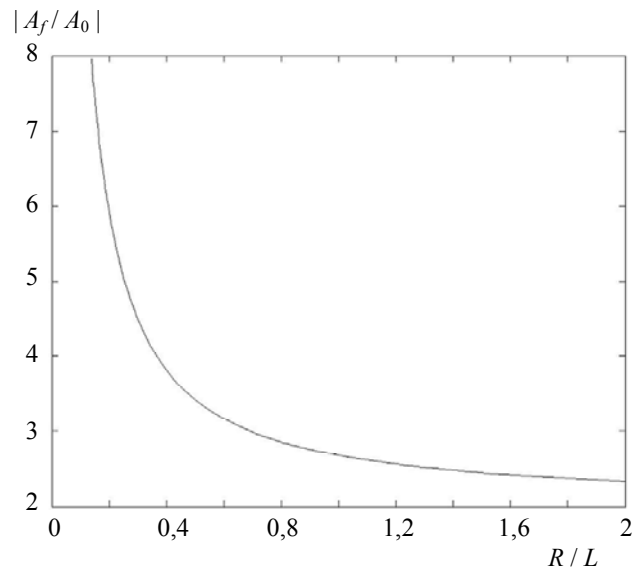


Рис. 3. Влияние начального радиуса кривизны на амплитуду поля пучка в точке $r = 0, z = z_f$

Сфокусированный импульс

Импульсное излучение можно представить в виде совокупности монохроматических волн, разлагая функцию $u(t, r, z)$ во временной области в интеграл Фурье:

$$u(\omega, r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u(t, r, z) \exp(i\omega t) dt.$$

Если поле импульса на апертуре записать в следующем виде:

$$u(t, r, 0) = u_0 f(t) w(r),$$

где $f(t)$ – начальная временная форма импульса, то в параксиальной области поле каждой гармоники $u(\omega, r, z)$ описывается выражением (4), где

$$A_0 = u_0 g(\omega), \quad g(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt.$$

В итоге для оценки в параксиальной области поля сфокусированного импульса, формируемого с помощью параболического рефлектора, найдем следующие выражения:

$$u = \frac{u_0 a^2}{icz} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega g(\omega) W \exp \left[ik \left(z + \frac{r^2}{2z} \right) - i\omega t \right] d\omega, \quad (9)$$

$$W = \int_0^1 [1 - (1 - \delta)x^2] \exp \left(i \frac{\eta}{\zeta} x^2 \right) J_0 \left(2 \frac{\xi}{\zeta} x \right) x dx. \quad (10)$$

Полученные в предыдущем разделе результаты показывают, что расчетная процедура для сфокусированного импульса упрощается в двух частных случаях. Первый из них относится к расчету распределения поля в плоскости геометрического

фокуса. Здесь задача сводится к вычислению одного интеграла (9), т. к. $W = G(2\beta\xi)$ при $z = R$.

Второй случай относится к расчету поля импульса на оси Oz . Если функция $f(t)$ удовлетворяет условию нулевого значения спектральной функции $g(\omega)$ на нулевой частоте $\omega = 0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 0,$$

что соответствует требованию знакопеременности излучаемого поля, то при $r = 0$ наряду с интегралом (10) аналитически вычисляется и интеграл (9). При вычислении интеграла (9) нужно учесть, что при переходе через точку геометрического фокуса $z = R$ фаза волны скачком изменяется на π [4]. В итоге для поля сфокусированного импульса на оси рефлектора найдем:

$$u(t, 0, z) = \begin{cases} \frac{u_0}{\eta^2} \{ |\eta| [f(t_1) - \delta f(t_2)] + (1 - \delta) [F(t_1) - F(t_2)] \}, & z \neq R; \\ u_0 (1 + \delta) \frac{a^2}{4cR} \frac{df}{dt} \Big|_{t=t_1}, & z = R. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь введены обозначения:

$$t_1 = t - \frac{z}{c}, \quad t_2 = t_1 - u|\eta|,$$

$$u = \frac{a^2}{2cz}, \quad F(t) = \frac{1}{u} \int_{-\infty}^t f(x) dx.$$

Расположение области, в которой поле сфокусированного импульса превосходит поле импульса без фокусировки, определяется начальным радиусом кривизны фазового фронта и спектром импульса. Очевидно, что для узкополосного импульса применимы результаты, полученные в предыдущем разделе для сфокусированного волнового пучка. Для широкополосных и сверхширокополосных импульсов эта область расположена вблизи плоскости геометрического фокуса. В этом случае, как следует из (11), в качестве характеристики степени фокусировки импульса можно использовать параметр $\gamma = a^2/2cTR$, который для импульса представляет собой аналог введенного ранее для пучка параметра β . Здесь T – характерное время нарастания амплитуды импульса.

Для иллюстрации рассмотрим предложенную в [10] модель сверхширокополосного импульса:

$$f = \tau^v \left[\alpha^{v+1} \exp(-\alpha\tau) - \exp(-\tau) \right] H(\tau),$$

где $\tau = t/T$, $H(x)$ – ступенчатая функция Хевисайда; параметры $\alpha > 1$, $v > 0$ и T характеризуют форму и длительность импульса.

Результаты для поля сфокусированного импульса при значениях параметров $\alpha = v = 2$, $\gamma = 1$, $\delta = 1$ представлены на рис. 4 и рис. 5. Кривая 1 на рис. 4 характеризует зависимость от времени поля импульса на оси рефлектора в точке $z = 0,9R$, кривая 2 – в точке $z = R$. Кривая 3 соответствует полю импульса без фокусировки в той же точке.

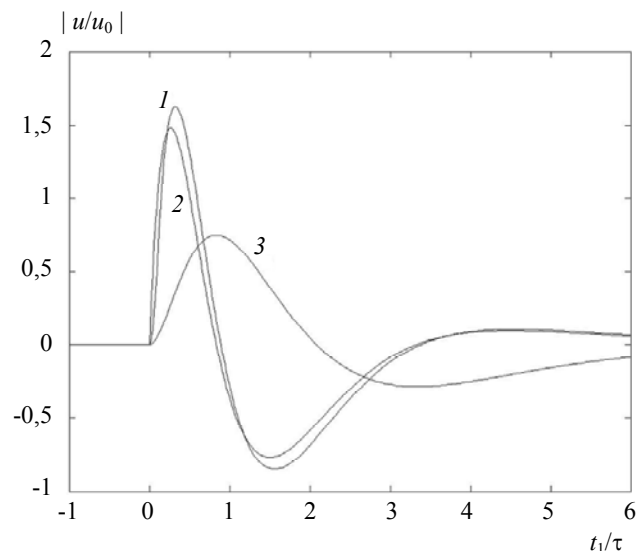


Рис. 4. Временная форма сфокусированного импульса на оси Oz в точках $z = 0,9R$ (1), $z = R$ (2) и импульса без фокусировки в точке $z = R$ (3).

Результаты расчетов распределения поля в плоскости геометрического фокуса приведены на

рис. 5. Кривая 1 соответствует полю сфокусированного импульса в момент времени $t = R/c + 0,25T$, кривая 2 – полю импульса без фокусировки при $t = R/c + 0,75T$.

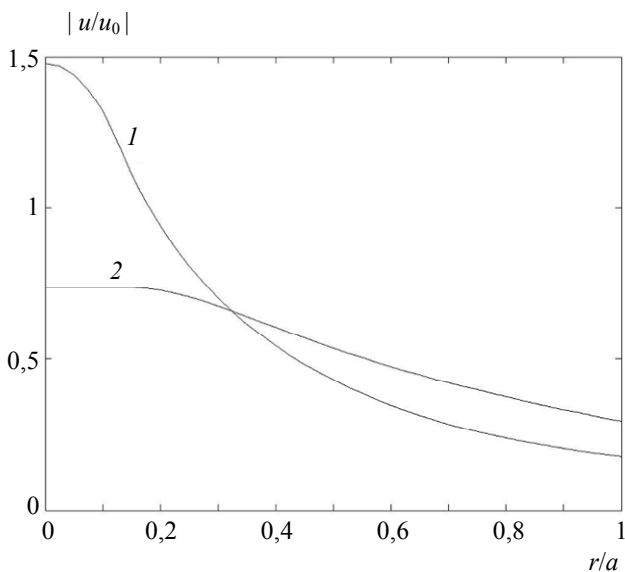


Рис. 5. Распределение поля сфокусированного импульса (1) и импульса без фокусировки (2) в плоскости $z = R$.

Заключение

Разработанный метод позволяет оценить в параксиальной области поле излучения, фокусировка которого осуществляется сдвигом облучателя от фокуса параболического рефлектора. Такой сдвиг приводит к искривлению фазового фронта на апертуре; при этом в случае малости сдвига начальный радиус кривизны фазового фронта можно оценить по формуле $R = p^2/s$, где p – фокусное расстояние рефлектора, s – величина сдвига облучателя от фокуса рефлектора.

Фокусное расстояние для пучка z_f равно расстоянию от апертуры до сечения сфокусированного пучка, в котором амплитуды поля имеет максимальное значение, причем фокусное расстояние для пучка всегда меньше расстояния от апертуры до плоскости геометрического фокуса $z = R$. Фокусное расстояние для пучка увеличивается при уменьшении параметра $\beta = L/R$, где $L = \pi a^2/\lambda$ – дифракционная длина, приближаясь к значению продольной координаты наиболее удаленного от апертуры максимума действительной амплитуды поля пучка без фокусировки. Амплитуда поля сфокусированного пучка в фокусе $A_f = A(0, z_f)$ возрастает при увеличении параметра β .

Для сфокусированного узкополосного импульса применимы изложенные выше закономерности для сфокусированного волнового пучка. В случае широкополосного или сверхширокополосного импульса область, в которой поле сфокусированного импульса превосходит поле импульса без фокусировки, расположена вблизи плоскости геометрического фокуса. Степень фокусировки этих импульсов определяется параметром $\gamma = a^2/2cTR$, где T – характерное время нарастания амплитуды импульса.

Предлагаемый метод несложно обобщить на случай слабо ослабляющей среды; в частности, для учета влияния однородной среды нужно добавить в выражения (2) и (9) фактор $\exp[-\kappa(\omega)z]$, где $\kappa(\omega)$ – амплитудный коэффициент ослабления.

Сравнение с точным решением задачи для акустического поля на оси круглого поршневого излучателя [11], а также с решением задачи для поля электромагнитного импульса на оси однородно возбужденной круглой апертуры [12] показывает, что приближенное решение (3) можно использовать при $a^2/z^2 \ll 1$. Полагая для практических расчетов $a^2/z^2 \leq 0,1$, получим, что полученные результаты применимы при $z \geq 3,2a$. Это условие, наряду с указанным во введении условием $z \gg ct_p$, определяет нижнюю границу возможных значений R в построенной модели поля сфокусированного излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002.
2. Каневский И. Н. Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. – М.: Наука, 1977.
3. Зарин А. В., Кузовников А. А., Шибков В. М. Свободно локализованный СВЧ-разряд в воздухе. – М.: Нефть и газ, 1996.
4. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. – М.: Наука, 1990.
5. Добыкин В. Д., Курпьянов А. И., Пономарев В. Г., Шустов Л. Н. Радиоэлектронная борьба. – М.: Вузовская книга, 2007.
6. Содин Л. Г. // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. С. 1014.
7. Балакирев В. А., Гладков В. С., Сидельников Г. Л. // Электромагнитные явления. 1998. Т. 1. С. 522.
8. Кочержевский Г. Н. Антенно-фидерные устройства. – М.: Радио и связь, 1981.
9. Наумов Н. Д. // Прикладная физика. 2011. № 5. С. 48.
10. Стадник А. М., Ермаков Г. В. // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. С. 1009.
11. Лепендин Л. Ф. Акустика. – М.: Высшая школа, 1978.
12. Кирьяшкин В. В., Чубинский Н. П. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. С. 24.

Field evaluation of broadband radiation is focused by a parabolic reflector

N. D. Naumov

12-th Central Research Institute
Sergiev Posad-7, Moscow Region, 141300, Russia
E-mail: ndnaumov@mail.ru

Received April 11, 2017

The problem of focused radiation field estimation is considered when the radiator is displaced from parabolic reflector focus. The analytical expression for an initial curvature radius of the phase front is found. The field estimation technique for focused wave beam is developed. The effect of initial curvature radius on the beam focusing is analyzed. Analytical expression for focused pulse field on parabolic reflector axis is obtained. The distribution of an ultra wide-band pulse field in the geometrical focus plane is presented. The technique proposed is applicable for a paraxial region.

Keywords: parabolic reflector, focusing, wave beam, ultra wide-band pulse.

REFERENCES

1. M. V. Kuzelev, A. A. Rukhadze, and P.S. Strelkov, *Relativistic Microwave Plasma Electronics* (Izd-vo MGTU, Moscow, 2002) [in Russian].
2. I. N. Kanevsky, *Focusing of Sonic and Ultrasonic Waves* (Nauka, Moscow, 1977) [in Russian].
3. A. S. Zarin, A. A. Kuzovnikov, and V. M. Shibkov, *Freely Localized Microwave Discharge in Air* (Nef't' i Gaz, Moscow, 1996) [in Russian].
4. M. B. Vinogradova, O. V. Rudenko, and A. P. Sukhorukov, *Theory of Waves* (Nauka, Moscow, 1990) [in Russian].
5. V. D. Dobykin, A. I. Kupriyanov, V. G. Ponomarev, and L. N. Shustov, *Radio Electronics Battle* (Vuzovskaya Kniga, Moscow, 2007) [in Russian].
6. L. G. Sodin, *Radiotekhnika i Elektronika* **36**, 1014 (1991).
7. V. A. Balakirev, V. S. Gladkov, and G. L. Sidel'nikov, *Electromagnitnye Yavleniya*, **1**, 522 (1998).
8. G. N. Kocherzhevsky, *Antenna and Feeder Devices* (Radio i Svyaz, Moscow, 1981) [in Russian].
9. N. D. Naumov, *Prikl. Fiz.*, No. 5, 48 (2011).
10. A. M. Stadnik and G. V. Ermakov, *Radiotekhnika i Elektronika* **40**, 1009 (1995).
11. L. F. Lependin, *Acoustics* (Vysshaya Shkola, Moscow, 1978) [in Russian].
12. V. V. Kiriyashkin and N. P. Chubinsky, *Radiotekhnika i Elektronika* **47**, 24 (2002).