

УДК 535.341.08.53, 537.874.6, 539.371

PACS: 78.20.Nb, 42.25.Bs, 42.25.Fx,
42.65.Jx, 42.65.Hw

Теория коротко-импульсной фототермической однолучевой интерферометрии в изотропных диэлектриках

К. В. Власова, Н. Ф. Андреев, А. И. Макаров, А. Ю. Константинов

Представлена теория для вычисления коэффициентов поглощения в изотропных диэлектриках при измерениях с помощью соосной модификации схемы PCI с быстрым нагревом образцов тестирующим лазером при отсутствии термодиффузии. Расчеты основаны на теории дифракции пробного пучка на пространственно-неоднородном распределении показателя преломления, возникающего в поле температурных напряжений, вносящих малые фазовые искажения в греющее излучение, что исключает его самовоздействие. При решении учтена квазиоптическая природа сфокусированного греющего лазерного пучка, позволяющая построить аналитическую модель, описывающую пространственную структуру компонентов тензора деформации. Полученные формулы позволяют применять для калибровки измерительной схемы образцы стекол с известными, необходимыми для расчетов, физическими параметрами, гарантированными метрологическими процедурами.

Ключевые слова: фототермическая однолучевая интерферометрия, дифракция, термодиффузия, измерение поглощения, напряжения, тепловое самовоздействие.

Введение

Ранее нами в работе [1] представлены результаты измерений сверхмалых поглощений с помощью соосной модификации метода Photothermal Common-path Interferometry [2] при нагреве исследуемого образца достаточно коротким лазерным импульсом (Short-pulse Photothermal Common-path Interferometry – SpPCI). В частности, продемонстрировано измерение коэффициента поглощения

$\alpha = 2,8 \times 10^{-6} \text{ см}^{-1}$ в кварцевом стекле марки Suprasil 311 [3] с пониженной концентрацией ($\approx 250 \text{ ppm}$) группы OH, причем с превышением измеряемого сигнала над уровнем шума 100/1. Достигнутое в эксперименте отношение сигнал/шум делает возможным проведение относительных и абсолютных измерений с точностью не хуже $\pm 5\%$, что является актуальным, учитывая состояние проблемы в настоящее время подобных измерений в сверхпрозрачных диэлектриках [1].

Существенным моментом в реализованных измерениях является представленная ниже теория, формулы которой позволили прокалибровать схему с помощью стандартного оптического стекла К8 с известными величинами оптико-механических параметров, точность измерения абсолютных величин которых удовлетворяют требованиям современной метрологии. Кроме того, формулы значительно облегчают расчеты поглощения образцов, имеющих различные геометрические размеры и оптико-механические константы.

Целью данной работы является подробное представление вышеуказанной теории для вычисления коэффициентов поглощения в изотропных диэлектриках при измерениях с помощью соосной модификации схемы PCI с быстрым нагревом образцов тестирующим лазером при отсутствии термодиффузии.

Власова Ксения Владимировна¹, младший научный сотрудник.
Андреев Николай Фёдорович¹, заведующий лабораторией,
к.ф.-м.н.

Макаров Александр Игоревич¹, старший научный сотрудник.
Константинов Александр Юрьевич², старший научный
сотрудник, к.т.н.

¹ Институт прикладной физики РАН.

Россия, 603950, г. Нижний Новгород, БОКС-120,
ул. Ульянова, 46.

E-mail: vlasova.kseniya.1@gmail.com; nandreev@appl.sci-nnov.ru;
makarov_ai@appl.sci-nnov.ru

² Научно-исследовательский институт механики
Нижегородского государственного университета
им. Н. И. Лобачевского.

Россия, 603950, г. Нижний Новгород, ГСП-1000,
пр. Гагарина, 23, корп. 6.

E-mail: konstantinov@mech.unn.ru

Статья поступила в редакцию 21 июля 2017 г.

© Власова К. В., Андреев Н. Ф., Макаров А. И.,
Константинов А. Ю., 2017

Принцип действия SpPCI

Для лучшего понимания представленной теории приведем краткое описание принципа действия измерения малых поглощений оптических материалов с помощью схемы, названной нами коротко-импульсной фототермической однолучевой интерферометрией. В основу положена широко известная схема Photothermal common-path interferometry (PCI) [2–7], в которой исследуемый образец просвечивается остросфокусированным пучком греющего лазера, имеющего длину волны λ_h , на которой производится измерение поглощения. При поглощении происходит локальный нагрев тестируемого образца. При этом пространственное распределение температурного поля определяется как распределением плотности энергии греющего пучка, так и процессом теплопроводности.

Характерное время расплывания температурного профиля за счет теплодиффузии τ_{diff} зависит как от физических параметров образца, так и от ширины греющего пучка a_h : $\tau_{diff} = \frac{c\rho a_h^2}{\lambda}$ ($a_h = 48$ мкм – радиус греющего пучка в образце по уровню $1/e$ интенсивности взятого из работы [1], c – коэффициент теплоемкости, ρ – плот-

ность, λ – коэффициент теплопроводности). Для плавленого кварца в наших экспериментах это время составляло величину $\tau_{diff} \approx 3 \times 10^{-3}$ с. Нами в работе [1] реализованы условия нагрева, когда длительность импульса $\tau_{imp} \approx 10^{-4}$ с много меньше характерного времени расплывания профиля температуры $\tau_{diff} \sim 10^{-3}$ с. Импульсы следовали с периодом 0,1 с, так что среда между импульсами успевала приходить в равновесное состояние.

Указанное выше соотношение времен позволяет связать пространственное распределение температурного поля $\Delta T(r, z, t)$, нарастающего в образце в течение длительности импульса, с плотностью текущей энергии излучения $W_h(r, z, t) = \int_{-\infty}^t I(r, z, t) dt$ (здесь $I(r, z, t)$ – плотность мощности) локальным соотношением:

$$\Delta T(r, z, t) = \frac{\alpha_h W_h(r, z, t)}{\pi a_h^2 c \rho}. \quad (1)$$

При этом греющий пучок в экспериментальной реализации был близок к гауссовому. При теоретическом рассмотрении он описывался следующей формулой:

$$I(r, z, t) = \frac{P(t) \exp(\alpha_{1.07}(z - z_0))}{\pi a_h^2 \left(1 + \left(\frac{z + \Delta_{pr}}{z_h}\right)^2\right)} \exp\left(-\frac{r^2}{a_h^2 \left(1 + \left(\frac{z + \Delta_{pr}}{z_h}\right)^2\right)}\right) \quad (2)$$

где $P(t)$ – мощность, а $z_h = \frac{2\pi n a_h^2}{\lambda_h}$ – длина ди-

фракционного расплывания греющего пучка, $\alpha_{1.07}$ коэффициент его затухания в образце, z_0 координата входной поверхности образца. Все расчеты в работе выполнены для случая, когда центр тестируемого образца расположен в центре перетяжки греющего пучка, смещённого от центра координат на Δ_{pr} .

Пространственное распределение температурного поля $\Delta T(r, z, t)$, в свою очередь, вызывает изменяемые во времени деформации тестируемого образца и связанные с ними изменения во времени неоднородного в пространстве показателя преломления $\Delta n(\vec{r}, z, t)$.

Далее для получения отклика на температурные изменения $\Delta n(\vec{r}, z, t)$ в образце с целью дальнейшего вычисления показателя поглощения образца, нагретая область просвечивается линейно поляризованным маломощным пучком пробного одномодового лазера (ПП), работающего в непрерывном режиме. В нашем случае длина волны данного лазера равна $\lambda_{pr} \approx 0,63$ мкм.

На рис. 1 изображена схема расположения каустик греющего и пробного пучков, поясняющая используемые далее обозначения. Дифракционный радиус в перетяжке составлял $a_{pr} = 75 \times 10^{-4}$ см,

длина ПП в перетяжке $z_{pr} = \frac{2\pi n a_{pr}^2}{\lambda_{pr}}$, центр

каустики греющего пучка располагается в начале

координат вблизи перетяжки греющего пучка на расстоянии Δ_{0_pr} (в нашем случае $\Delta_{0_pr} = 0,4$ см).

Дифракция ПП маломощного непрерывного лазера на переменном во времени пространственном распределении показателя преломления приводит к возникновению в нем переменной во времени составляющей поля. Мощность этой составляющей регистрируется с помощью систе-

мы, основными элементами которой являются фотодиод (ФД) с установленной перед ним диафрагмой и линзой, проецирующей ее в требуемую плоскость с известным коэффициентом уменьшения, а также усилитель, выделяющий из сигнала переменную составляющую. Блок-схема экспериментальной реализации приведена ранее в работе [1] на рис. 1.

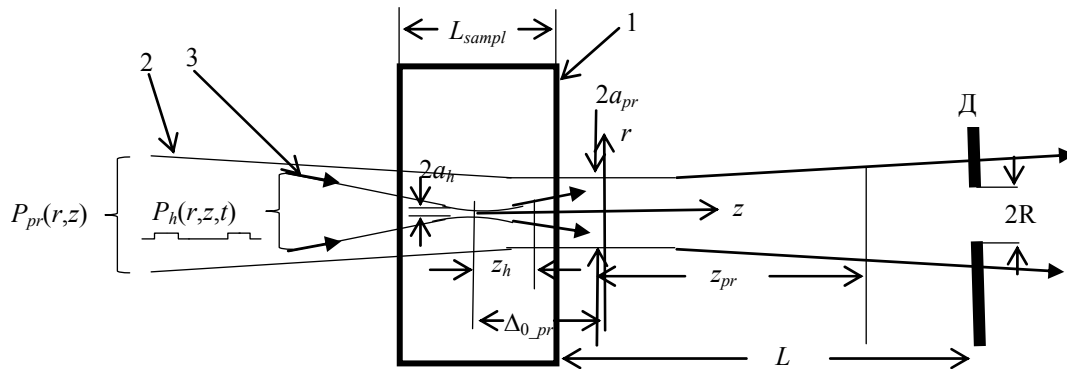


Рис. 1. Схема расположения каустик греющего и зондирующего соосных пучков в образце: 1 – исследуемый образец, 2 – каустика зондирующего пучка мощностью $P_{pr}(r,z)$, 3 – каустика греющего пучка мощностью $P_h(r,z,t)$. Д – проекция диафрагмы, установленной перед ФД. Все обозначения на рис. 1 соответствуют принятым в формулах теории.

Ключевым моментом в данной работе при рассмотрении задачи дифракции ПП на неоднородном распределении показателя преломления был учет требования к энергии греющего пучка, которое должно соблюдаться при проведении измерений и которое вытекает из условия отсутствия в нем пространственных искажений, связанных с эффектом теплового самовоздействия. Наличие данного эффекта приводит к некорректности процедуры калибровки схемы, подразумевающей неизменность структуры греющего пучка во всем диапазоне энергий в тестирующем и испытываемом образце. Сильные пространственные искажения, связанные с тепловым самовоздействием, возникают при достижении наведенного при нагреве осевого набеге фазы величины $\Delta\varphi \approx \pi$ [8]. В нашей соосной схеме в ранее выполненной экспериментальной работе [1] все измерения поглощения, а

также калибровка проводились при контролируемом набеге $\Delta\varphi \leq 0,01$.

Малость теплового набеге фазы греющего пучка $\Delta\varphi$ позволила выделить в уравнении, описывающем дифракцию, малый параметр μ , который в явной форме будет выписан ниже, и провести по нему асимптотическое разложение решения для поля пробного пучка E_{pr} по этому параметру до первого порядка [9]:

$$E_{pr} = E_{o_pr}(r,z) + \mu E_{1_pr}(r,\varphi,z,t).$$

Здесь φ – азимутальный угол в цилиндрической системе координат, отсчитываемый от оси X – направления поляризации невозмущенного пробного пучка $E_{o_pr}(r,z)$. Плотность мощности ПП в произвольном сечении, разложенная до первого порядка по μ , будет иметь вид:

$$I_{pr}(r,\varphi,z,t) = \frac{cn}{4\pi} |E_{pr}|^2 \approx \frac{cn}{4\pi} [|E_{o_pr}(r,z)|^2 + \mu 2 \operatorname{Re}(E_{o_pr}^*(r,z) E_{1_pr}(r,\varphi,z,t)) + \dots]. \quad (3)$$

Из приведенного выражения следует, что переменная во времени составляющая плотности мощности (ПМ) ПП, регистрируемая в эксперименте фотодиодом, описывается вторым членом, появление которого формально можно интерпретировать как результат интерференции поля не-

возмущенного пробного пучка $E_{o_pr}(r,z)$ с рассеянным полем $E_{1_pr}(r,\varphi,z,t)$. Кроме того, из (3) видно, что плотность мощности переменной составляющей ПП будет зависеть только от компоненты рассеянного поля, поляризованной по оси X.

Таким образом, в первом приближении по малому параметру μ задача эквивалентна задаче двухлучевой интерферометрии. Именно этот факт позволяет включить в название метода измерения термин «common-pass interferometry» (или в переводе – «однолучевая интерферометрия»), подчеркивающего факт использования эффекта интерференции невозмущенного ПП с его рассеянным на наведенной неоднородности показателя преломления полем.

Выражение показателя преломления через тензор деформации

Далее мы приведем соотношения, устанавливающие связь Δn с температурными деформациями. Эти выражения часто применяются в работах по исследованию термооптических искажений в твердых диэлектриках. Однако, как показывает ближайшее ознакомление с литературой, в основной массе этих работ, за редким исключением, демонстрируется непонимание как физического смысла величин $\frac{\partial n}{\partial T}$, входящих в формулы теории, так и физики процессов деформаций, вызванных неоднородным нагревом твердых диэлектриков. Поскольку данный вопрос имеет принципиальный характер при численном определении измеряемых величин в нашей и предшествующих работах, то здесь мы приводим краткий критический обзор проблемы.

Наиболее простой вид зависимость $\Delta n(r, z, t)$ от $\Delta T(r, z, t)$ имеет в случае жидкости и газа при медленном нагреве по сравнению со временем пробега звука на масштабе неоднородности температурного профиля. В этом случае наличие вязкости не существенно и возникает распределение плотности, которое, по определению, не сопровождается возникновением напряжений. При этом изменение показателя преломления связано с температурой локальным соотношением:

$$\Delta n(r, z, t) = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho \Delta T(r, z, t) + \left(\frac{\partial n}{\partial \rho}\right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right) \Delta T(r, z, t)$$

или в сокращенном виде:

$$\Delta n(r, z, t) = \frac{\partial n}{\partial T} \Delta T(r, z, t). \quad (4)$$

Здесь $\frac{\partial n}{\partial T} = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho + \left(\frac{\partial n}{\partial \rho}\right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)$, а $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$ – температурное изменение показателя прелом-

ления при постоянной плотности. Член $\left(\frac{\partial n}{\partial \rho}\right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right) \Delta T(r, z, t)$ описывает вклад в изменение показателя преломления, связанный с изменением при нагреве плотности вещества. В данном случае величина $\frac{\partial n}{\partial T}$ приводится в справочной литературе, т. е. имеет место равенство $\frac{\partial n}{\partial T} = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$. Для дальнейшего изложения важно

заметить, что величина $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$, приводимая в справочной литературе, для любых оптических материалов измеряется при однородном нагреве и свободных границах, т. е. при свободном расширении образцов в отсутствие напряжений. Другими словами, требование однородности нагрева образцов является важнейшим в процессе измерения [10].

В случае твердого диэлектрика при пространственно-неоднородном локальном лазерном нагреве в силу упругости материала, области образца, удаленные от области нагрева, будут препятствовать расширению. В результате при достаточно большой длительности греющего импульса (после некоторого переходного процесса) возникает равновесное стационарное пространственно-неоднородное распределение деформаций и связанных с ними напряжений. При этом, в общем случае, приведенная локальная связь (4) не справедлива, поскольку теперь температурное изменение показателя преломления (в общем случае неоднородного нагрева) зависит также и от напряжений, возникающих при таком нагреве, и, кроме того, является тензорной величиной $\Delta n_{i,j}(r, z, t)$.

В случае изотропной среды при наличии пространственно-неоднородного поля температуры можно из самых общих физических соображений заключить, что компоненты тензора изменения показателя преломления Δn_{ij} следующим образом выражаются через тензор, описывающий возникающие деформации $\varepsilon_{kl}(r, z, t)$:

$$\Delta n_{ij}(r, z, t) = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho \Delta T(r, z, t) \delta_{ij} - \frac{n_0^3}{2} p_{ijkl} \varepsilon_{kl}(r, z, t). \quad (5)$$

Здесь тензорное соотношение $-\frac{n_0^3}{2} p_{ijkl} \varepsilon_{kl}(r, z, t)$ описывает искомый вклад в из-

менение показателя преломления, связанный с изменением плотности вещества из-за нагрева. Для вычисления показателя преломления по данной формуле, имеющей прозрачный физический смысл, необходимо знать величину $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$, которая в справочниках не приводится и которая может быть получена только путем уникальных измерений на временах, когда звук еще не успевает пробежать по характерному масштабу неоднородности температурного поля [11].

Здесь сразу необходимо отметить, что величины $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$ и $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$ имеют совершенно разный физический смысл и, в общем случае, не равны между собой, но их соотношение выводится чисто теоретическим путем [12, 13]. Для этого, необходимо в формуле (5) положить распределение температуры в соответствии с условиями измерения $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$, однородным по образцу. При этом, в силу отсутствия напряжений, т. е. при $\sigma_{kl} = 0$, тензор деформации будет иметь вид $\varepsilon_{kl} = \alpha \Delta T \delta_{kl}$, а учитывая общий вид тензоров в изотропной среде, получим равенство:

$$p_{ijkl} \varepsilon_{kl}(\gamma, \varphi, z) = \alpha (p_{11} + 2p_{12}) \Delta T \delta_{kl}$$

Отсюда и из соотношения (5) для величины $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$, приводимой в таблицах, можно получить соотношение:

$$\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho - \alpha \frac{n_0^3}{2} (p_{11} + 2p_{12}). \quad (6)$$

Из формулы (6) видно, что знак $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$ определяется соотношением двух величин: $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$, положительной для большинства стёкол, и отрицательной $-\alpha \frac{n_0^3}{2} (p_{11} + 2p_{12})$. Т. е. $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$ и справочное значение $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$ могут существенно отличаться, а зачастую иметь разный знак. (Здесь приняты обозначения: α – коэффициент удельного линейного расширения образца (1/град), n_0 – показатель преломления, p_{11} , p_{12} – компоненты фотоупругого тензора изотропной среды). В качестве примера можно привести соотношения этих вели-

чин для стандартного стекла К8, вычисленных с помощью констант, приведенных в каталоге [14]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho &= 5,4 \times \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}, \\ \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} &= 1,58 \times 10^{-6} \text{ 1/K}, \end{aligned}$$

и лазерного атермального стекла ГЛС-21, для которого соответствующие константы взяты из

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} &= -5,85 \times 10^{-6} \text{ 1/K}, \\ [15]: \quad \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho &= 9 \times 10^{-6} \text{ 1/K} \end{aligned}$$

Таким образом, в случае стекла ГЛС-21 обсуждаемые величины имеют разные знаки.

С другой стороны, существуют оптические материалы, для которых $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} \approx \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$. Как

видно из (6), это возможно в случае относительно малого вклада коэффициента теплового линейного расширения α , когда возникающие деформации малы, или малости коэффициентов фотоупругости p_{11} , p_{12} , когда наведенные (возможно, не малые деформации) слабо влияют на показатель преломления. Примером первого варианта может служить плавленый кварц, для которого $\alpha_{\text{сio2}} = 0,55 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$ и $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl_sio2}} = 11,9 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$,

$\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\rho_{\text{сio2}}} = 12,5 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$. Примером второго

варианта – кристаллы YAG, для которого, в соответствии с [16], $p_{11_YAG} = -0,029$, $p_{12_YAG} = 0,0091$ (коэффициент фотоупругости p_{44_YAG} в формулу

(6) не войдёт) и $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl_YAG}} = 8,25 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$

(при 25 °C [10]), $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\rho_{YAG}} = 8,04 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$.

Кстати, хотелось бы обратить внимание на уникальность ситуации, когда при заметных деформациях, т. е. при существенном изменении плотности диэлектрика, тем не менее, изменение показателя преломления мало. Уникальность данного свойства, присущая кристаллу YAG, косвенно подтверждается тем, что типичные значения фотоупругих коэффициентов p_{ij} большинства изотропных и кристаллических диэлектриков со сложной симметрией, применимых в оптике, в несколько раз либо на порядок больше величин фотоупругих коэффициентов в кристалле YAG [16].

Далее, из простых физических соображений, компоненты тензора Δn_{ij} могут быть также выражены через тензор напряжений $\sigma_{kl}(r, \varphi, z)$, если учесть, что при свободном расширении, т. е. в условиях в которых измеряется $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl}$, напряжения в материалах не возникают, т. е. $\sigma_{kl} = 0$. Таким образом, в формулу для вычисления $\Delta n_{ij}(r, z, t)$ теперь будет входить справочная величина $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl}$:

$$\Delta n_{ij}(r, z, t) = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl} \Delta T(r, z, t) \delta_{ij} - \frac{n_0^3}{2} \pi_{ijkl} \sigma_{kl}(r, z, t). \quad (7)$$

В данной формуле тензорное соотношение $-\frac{n_0^3}{2} \pi_{ijkl} \sigma_{kl}(r, z, t)$ описывает вклад в изменение показателя преломления, связанный с возникшими напряжениями. Здесь π_{ijkl} – пьезооптический тензор (коэффициенты пьезооптического тензора и тензора фотоупругости для изотропного тела связаны между собой соотношением: $\pi_{11} = \frac{p_{11} - 2\nu p_{12}}{E}$, $\pi_{12} = \frac{p_{12}(1-\nu) - \nu p_{11}}{E}$, где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона).

Выражения (6) и (7), используемые при расчетах, получены из физических соображений различными путями, однако они связаны между собой в силу соотношения ε_{kl} и σ_{kl} , справедливого при температурных деформациях [17]:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{(1+\nu)\sigma_{kl}}{E} - \nu \frac{\sigma_{JJ}}{E} \delta_{kl} + \alpha \Delta T \delta_{kl}. \quad (8)$$

Здесь член $\frac{(1+\nu)\sigma_{kl}}{E} - \nu \frac{\sigma_{JJ}}{E} \delta_{kl}$ является формальной записью закона Гука, описывающей вклад напряжений σ_{kl} , возникших в образце, в деформации ε_{kl} . Член $\alpha \Delta T \delta_{kl}$, называемый шаровым, описывает температурное расширение вещества. Пространственное распределение $\sigma_{kl}(r, z)$ подчиняется, в свою очередь, дифференциальным уравнениям в частных производных [18], вытекающих из условия равновесия среды, в которые в качестве источника входят шаровые деформации.

Подставив (8) в (5), с учетом (6), получим выражение (7).

Для исследования термооптических искажений в элементах лазерных систем часто применяется интегральный параметр, введенный Ананьевым в [19]:

$$P = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl} - \alpha \frac{E}{2} \frac{C_1 + 3C_2}{1-\nu},$$

где C_1, C_2 – фотоупругие постоянные, связанные с пьезооптическими коэффициентами соотношением: $C_1 = -\frac{n_0^3}{2} \pi_{11}$, $C_2 = -\frac{n_0^3}{2} \pi_{12}$. На практике чаще используют другое эквивалентное выражение с применением коэффициентов фотоупругости p_{11}, p_{12} :

$$P = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho - \alpha \frac{n^3}{4} (p_{11} + p_{12}) \frac{1+\nu}{1-\nu}. \quad (9)$$

Как будет видно в дальнейшем, этот параметр входит в формулу для вычисления поглощения в нашей схеме измерения. Здесь аналогично формулам (5) и (7) необходимо корректно применять значения табличного значения $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl}$.

Для демонстрации величины ошибки, получаемой при некорректном использовании табличного значения, приведем пример с теми же стеклами, для которых можно получить правильное значение $P_{\kappa 8}$ для стандартного стекла К8, вычисленное с помощью $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$ и ошибочное $P_{\kappa 8_tabl}$, вычисленное с

помощью $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl}$: $P_{\kappa 8} = -3,25 \times P_{\kappa 8_tabl}$. Для атермального лазерного стекла ГЛС-21 коэффициент в приведенной формуле будет равен $1,68 \times 10^{-3}$.

Следует подчеркнуть, что именно приведенный вывод формул (5) и (7), а также формула для деформаций (8), обусловленных пространственной неоднородностью температуры (т. н. температурные деформации), в совокупности с пониманием процедуры измерения $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl}$ дает ключ к

правильному использованию значения $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{tabl}$ в расчетах искажений волнового фронта лазерных пучков, распространяющихся через нагретую область.

Приведенные выше выражения были давно известны, но в настоящее время, по-видимому, прочно забыты, поскольку в современной литературе, посвященной практическому исследованию вопросов термооптических искажений в твердых диэлектриках, в массовом масштабе демонстрируется незнание закона, выражающего термические деформации через напряжения (8), и непонимание физического смысла величин, входящих в соотношения (5) и (7), а также измеряемой $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$.

При этом, за исключением уникальных случаев, когда неожиданно для авторов оказывается справедливым эмпирическое соотношение $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} \approx \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$, вычисление структуры волнового фронта, а также связанных с ними величин поглощения в методах типа PCI, приводит к грубым ошибкам.

Так, в массе работ, использующих справочное значение $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$, при расчетах поглощения в методах типа PCI, возникающие при неоднородном нагреве изотропных диэлектриков и кристаллов напряжения даже не упоминаются. При этом в расчетах пользуются выражением (4), справедливым для жидкостей [7, 20–22]. Величину ошибки, возникающей при таком подходе, можно продемонстрировать на примере стекла К8, для которого расчет, учитывающий возникающие напряжения, дает выражение (как будет показано ниже) для эффективного показателя преломления $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{eff}} = 3,4 \times \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$. Для атермального лазерного стекла ГЛС-21 коэффициент в приведенной формуле достигает 250.

Наиболее распространены работы, где применяется выражение (5), учитывающее вклад деформаций, в которых, однако, не указывают на происхождение dn/dT , а в расчетах искажений волновых фронтов (за неимением другого) применяется табличное значение $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$ [23–25]. Подобная ошибка допускается и в выражении для фокусного расстояния тепловой линзы и термооптического параметра P [26, 27].

Более того, существуют работы [23, 28–31], в которых приводится неверное для температурных деформаций соотношение: $p_{ijkl}\epsilon_{kl} = \pi_{ijkl}\sigma_{kl}$, которое оправдывает использование $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$ в формуле (5). Абсурдность данного выражения очевидна, если учесть, что при температурных деформациях

при однородном нагреве, когда $\sigma_{kl} = 0$, тем не менее $\epsilon_{kl} \neq 0$, поскольку $\epsilon_{kl} = \alpha \Delta T \delta_{kl}$.

В этой связи интересно отметить, что убеждение в общности соотношения $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} \approx \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$, эквивалентное малости влияния напряжений на Δn и справедливости его для всех диэлектриков (как стекол, так и кристаллов), приобрел массовый характер. Так, в широко цитируемой монографии [32], на стр. 31 и 38 используется один и тот же символ β для обозначения $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$ и $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$, т. е. неявно полагается также $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} = \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$. Кроме того, соотношение $p_{ijkl}\epsilon_{kl} = \pi_{ijkl}\sigma_{kl}$ также принимается за истину, поскольку оно следует из формул (1.10), (1.12), что окончательно вводит читателя в заблуждение.

С точки зрения запутанности проблемы в литературе, интересна работа [33], автор которой, справедливо критикуя очевидную некорректность применения Коэшнера [34] выражений, приводящих в задачах термоупругости к соотношению $p_{ijkl}\epsilon_{kl} = \pi_{ijkl}\sigma_{kl}$, сам, однако, в формуле (5) не указывает на происхождение $\frac{\partial n}{\partial T}$ и использует в рас-

четах для кристалла YAG величину $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$, не обосновывая возможность такой замены.

Таким образом, в большинстве работ (за исключением, работ, где используют формулу (7) со справочным значением $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$, напр., [35]) при расчетах термооптических искажений волновых фронтов в стеклах, как показывают приведенные выше примеры, допускаются грубые ошибки, связанные с некорректным применением табличных значений $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$. Указанные ошибки могут быть небольшими только в силу эмпирического соотношения $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}} \approx \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$, выполняющегося, в частности, в кристалле YAG и кварцевом стекле, что не является основанием для теоретических обобщений на соотношения деформаций и напряжений в других диэлектриках.

Учитывая сделанные замечания, далее будем пользоваться формулой (5), в которой для вычисления $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_\rho$ будем применять формулу (6).

При решении задачи дифракции в изотропном образце нас будет интересовать только компонента Δn_{xx} , которая, в соответствии с (5) (т. е. при

$$\Delta n_{xx}(r, z, t) = \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_p \Delta T(r, z, t) - \frac{n_0^3}{2} \left[p_{11} \varepsilon_{xx}(r, z, t) + p_{12} (\varepsilon_{yy}(r, z, t) + \varepsilon_{zz}(r, z, t)) \right]. \quad (10)$$

Для определения Δn_{xx} необходимо знать функциональные зависимости от координат компонент $\varepsilon_{kl}(r, z, t)$, возникающих в пространственно-неоднородном заданном температурном поле $\Delta T(r, z, t)$.

Аналитические зависимости для компонент тензора деформации

Известны численные решения задачи пространственного распределения равновесных напряжений в среде для заданного температурного поля методом конечных элементов (например, программа ANSYS Mechanical). Однако, имея в виду использование зависимости $\Delta n_{xx}(r, z, t)$ для дальнейшего решения задачи дифракции ПП, эти методы мало пригодны из-за громоздкости численного расчета изменения ПСМ ПП, регистрируемого ФД в процессе эксперимента.

В данной работе нами построена простая аналитическая модель для вычисления деформаций, основанная на хорошо известном решении задачи для бесконечно длинного изотропного цилиндра с аксиально симметричным температурным профилем $\Delta T(r)$, не зависящим от продольной координаты z , и допущении о независимости от поперечной координаты r компоненты деформации ε_{zz} (т.н. приближение плоской деформации) [36]. Формулы данного решения широко применяются, в частности, при расчете предельных накачек лазерных стержневых усилителей конечной длины, а также наведенных искажений волнового фронта усиливаемого излучения [34].

Применение указанных идеализированных решений для образцов конечной длины, вообще говоря, обосновано при длине образца $L_{\text{sampl}} \gg a_h$,

учете общего вида тензоров в изотропной среде, выраженная через компоненты тензора деформации изотропного диэлектрика, будет иметь вид:

когда из физических соображений влияние граничных условий на напряжения, удаленных от границы областей, представляется не существенным. В нашем случае нагрева сфокусированным лазерным пучком условие $L_{\text{sampl}} \gg a_h$ выполняется всегда с большим запасом.

Для выполнения условия независимости распределения температуры от продольной координаты z необходимо, чтобы удовлетворялось неравенство $z_h \gg L_{\text{sampl}}$ (здесь z_h – длина дифракционного расплывания греющего пучка). Однако на практике более характерно обратное соотношение, при котором реализуется максимальная чувствительность измерений. При этом $z_h < L_{\text{sampl}}$ и зависимость пространственного распределения температуры от z становится существенной. Однако при нагреве образца сфокусированным лазерным пучком имеется упрощающее обстоятельство, при котором, в силу его квазиоптической природы, $z_h \gg a_h$, (в нашем случае [1] $z_h \sim 2$ см, $a_h \approx 5 \times 10^{-3}$ см) т. е. имеет место медленное по сравнению поперечной скоростью изменение температуры вдоль продольной координаты. Учитывая это, при построении аналитической модели нами было сделано предположение, что зависимости от продольной координаты z всех существенных для нашей задачи компонент тензора деформации будут входить в формулы упрощенной теории [36] как параметр, т. е. для получения требуемого решения достаточно вместо $\Delta T(r)$ подставить $\Delta T(r, z)$, где z рассматривается как параметр.

С учетом данного предположения, согласно [36], все ненулевые компоненты тензора деформации, будут иметь следующие функциональные зависимости от $\Delta T(r, z)$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}(r, z) &= \alpha \Delta T(r, z) \frac{1+\nu}{1-\nu} - \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{r^2} \int_0^r \Delta T(r, z) r dr - \frac{3\nu-1}{1-\nu} \frac{\alpha}{R_c^2} \int_0^{R_c} \Delta T(r, z) r dr \\ \varepsilon_{\varphi\varphi}(r, z) &= \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{r^2} \int_0^r \Delta T(r, z) r dr - \frac{3\nu-1}{1-\nu} \frac{\alpha}{R_c^2} \int_0^{R_c} \Delta T(r, z) r dr \\ \varepsilon_{zz}(z) &= \frac{2\alpha}{R_c^2} \int_0^{R_c} \Delta T(r, z) r dr \end{aligned}$$

где R_c – расстояние от оси нагретой области до боковой границы. Соответствующие компоненты напряжений находятся с помощью (7). В нашей задаче можно считать $R_c \rightarrow \infty$, поскольку радиус нагретой области $a_h = 48 \times 10^{-4}$ см, $R_c \approx 1$ см – характерный поперечный размер образца. Учитывая это, будем члены, зависящие от R_c , полагать равными нулю. Тогда деформации, выраженные через пространственное распределение температуры $\Delta T(r, z)$, запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{rr}(r, z) &= \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(\Delta T(r, z) - \frac{1}{r^2} \int_0^r \Delta T(r, z) r dr \right) \\ \varepsilon_{\varphi\varphi}(r, z) &= \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \int_0^r \Delta T(r, z) r dr \\ \varepsilon_{zz} &= 0. \end{aligned} \right\} (11)$$

Отметим, что в данном приближении компонента ε_{zz} также равна нулю. Другими словами, вклад деформации всего образца в направлении оси z в изменение показателя преломления пренебрежимо мал. Кроме того, компонента ε_{zz} определяет удлинение нагретого образца, дающего дополнительный набег фазы в прошедшем излучении, который учитывается в задачах температурных искажений в лазерных активных элементах с неоднородным распределением температуры (напр., [24]). В нашем случае, когда $a_h \ll R_c$ и $z_h < L_{\text{sampl}}$, как показывает обработка результатов численного расчета, вклад данного эффекта в величину наведенной фазы составляет $\approx 3 \times 10^{-3}$ от теплового набег фазы, связанной с компонентой ε_{rr} , т. е. им можно пренебречь.

Кроме того, деформация $\varepsilon_{r\varphi}(r, z) \equiv 0$ из-за аксиальной симметрии температурного поля. Оставшиеся компоненты тензора деформации в декартовых координатах запишутся в виде:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}(r, \varphi, z) &= \varepsilon_{rr}(r, z) \cos^2(\varphi) + \varepsilon_{\varphi\varphi}(r, z) \sin^2(\varphi) \\ \varepsilon_{yy}(r, \varphi, z) &= \varepsilon_{rr}(r, z) \sin^2(\varphi) + \varepsilon_{\varphi\varphi}(r, z) \cos^2(\varphi) \end{aligned} \right\} (12)$$

Сравнение аналитических и численных расчетов

Для проверки допустимости сделанного нами предположения и оценки влияния конечности образца, а также применимости приближения плоской деформации для последующих расчетов, нами

сделаны несколько контрольных вычислений значений всех компонентов тензора деформаций с помощью программы ANSYS Mechanical, построенной на методе конечных элементов. Далее приведены наиболее характерные результаты численного расчета, сделанного для изотропного цилиндра $R = 1,5$ см длиной $L_{\text{sampl}} = 4$ см, выполненного из стандартного стекла К8, в котором напряжения в наших условиях играют определяющую роль. Данное стекло использовалось нами ранее в работе [1] в качестве калибровочного образца. Значения физических параметров взяты из [14]: $n_{K8} = 1,508$, $c_{K8} = 0,7118$ Дж/(г град), $\rho_{K8} = 2,52$ г/см³, $\alpha_{K8} = 7,16 \times 10^{-3}$ см⁻¹, $\nu = 0,118$, $p_{11} = 0,226$, $p_{12} = 0,209$, $E = 82,3 \times 10^9$ Па. Распределение температуры задавалось выражением:

$$\Delta T(r, z) = \frac{\Delta T}{\left(1 + \left(\frac{z - z_0}{z_h}\right)^2\right)} \exp\left(-\frac{r^2}{a_h^2 \left(1 + \left(\frac{z - z_0}{z_h}\right)^2\right)}\right)$$

при $\Delta T = 0,007$ К.

Радиус греющего пучка в перетяжке, расположенной в центре образца, принимался $a_h = 30 \times 10^{-4}$ см по уровню $1/e$, длина волны $\lambda_h = 1,071$ мкм, длина дифракционного расплывания $z_h = 0,8$ см. При таком соотношении L_{sampl} и z_h существенно зависимость температуры от продольной координаты.

Полученные с помощью программы ANSYS Mechanical численные значения сравнивались с соответствующими числовыми значениями, полученными с помощью приближенного решения (11). Необходимо отметить, что в нашей задаче (в силу соответствующей локализации поля пробного пучка) совпадение численного решения с аналитическим критично в центральной области перетяжки греющего пучка. Также из физических соображений понятно, что наше приближение не описывает деформации вблизи торцевых границ, и локальные их отклонения от аналитических значений могут быть не малыми. В этой связи ниже была сделана оценка влияния также и этого фактора на величину измеряемой мощности переменной составляющей ПП.

На рис. 2 представлено сравнение численных расчётов поперечного распределения компонентов тензора деформации в сечении, соответствующем центру перетяжки греющего пучка $z_0 = 2$ см, с соответствующими расчетами, полученными с помощью аналитических формул (11). На поперечном масштабе, равном трем радиусам греюще-

го пучка, относительное взаимное отклонение результатов не превышает 10^{-4} .

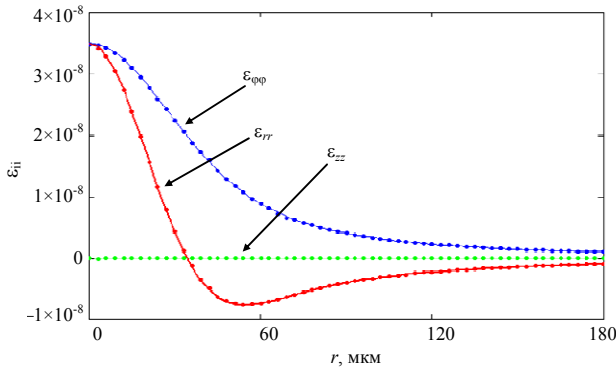


Рис. 2. Радиальная зависимость компонент тензора деформации ϵ_{ii} в сечении z , соответствующем центру перетяжки греющего пучка; значения, полученные при численном решении, отображены в виде точек, а данные, вычисленные с помощью аналитических формул (10), показаны как сплошные линии.

На рис. 3 представлен результат численного расчёта усредненной по азимутальному углу компоненты показателя преломления $\Delta n_{xx}(r, z) =$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta n_{xx}(r, \varphi, z) d\varphi, \text{ входящей в решение задачи}$$

дифракции (подробнее см. далее). При построении данной зависимости использовались соотношения (10) и (12), в которых пространственные зависимости компонент $\epsilon_{rr}(r, \varphi, z)$, $\epsilon_{\varphi\varphi}(r, \varphi, z)$, $\epsilon_{zz}(r, \vartheta, z)$ получены с помощью программы ANSYS Mechanical.

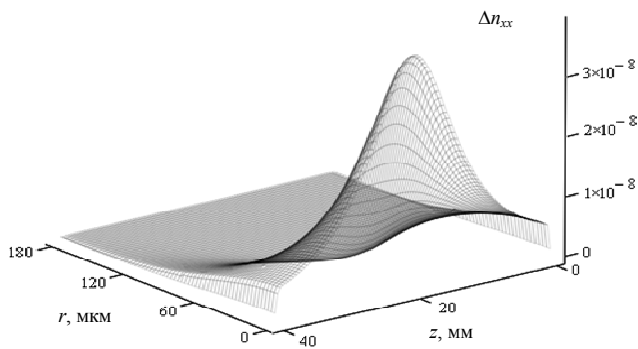


Рис. 3. Пространственное распределение усредненной по азимутальному углу компоненты показателя преломления $\Delta n_{xx}(r, z)$, полученного с помощью программы ANSYS Mechanical.

На рис. 4 представлено пространственное распределение разности аналитических и численных значений $\Delta n_{xx}(r, z)$. В точках, близких к максимуму распределения на рис. 3, относительное различие значений аналитического и численного

решений не превышает $\sim 2 \times 10^{-5}$. Заметные отличия значений, согласно приведённым графикам, наблюдается только на торцевых границах образца.

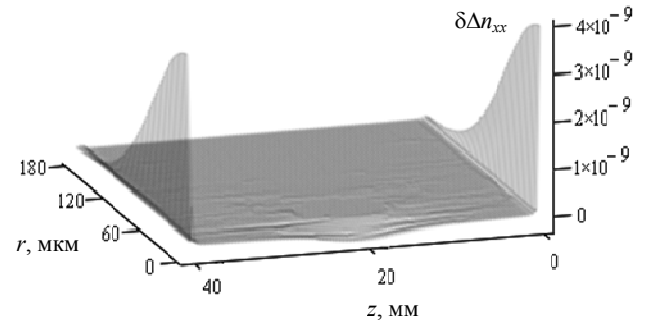


Рис. 4. Пространственное распределение разности численных и аналитических значений показателя преломления $\Delta \Delta n_{xx}(r, z)$

На рис. 5 изображены зависимости от z (при $r = 0$) компоненты тензора деформации ϵ_{rr} и ϵ_{zz} , полученные численно. На рисунке хорошо видно соотношение величин приграничных значений компоненты ϵ_{rr} и ее величина в центральной области.

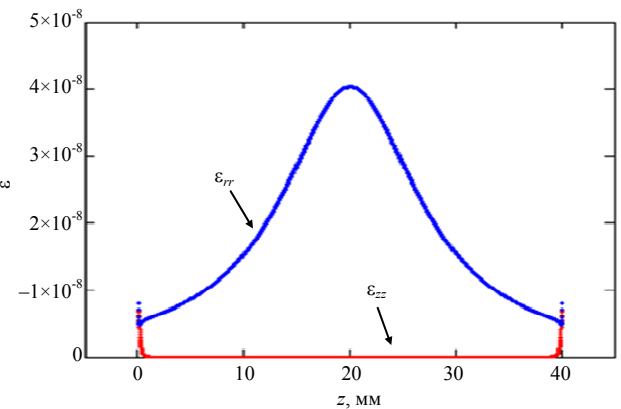


Рис. 5. Зависимость от продольной координаты осевых значений компоненты тензора деформации ϵ_{rr} и ϵ_{zz} полученных численно.

Максимальное значение ϵ_{zz} вне области границ в 4×10^4 меньше максимума ϵ_{rr} , что говорит о допустимости предположения о плоской деформации для нашей задачи вычисления отклика ФД, вызванного дифракцией ПП.

Оценка относительного вклада в общий интеграл приграничных значений $\Delta n_{xx}(r, z) E_{o_pr}(r, z)$, входящего в правую часть уравнения (11), описывающего дифракцию ПП дал величину $\sim 10^{-3}$, допустимую для дальнейших вычислений с помощью аналитических формул.

На рис. 6 также показано распределение в пространстве компоненты тензора напряжения

$\sigma_{\varphi\varphi}$, полученного численно. Эта компонента в своем положительном максимуме соответствует растягивающему напряжению, и ее величина используется в расчетах пороговых значений греющего излучения, вызывающих разрушение образцов [37].

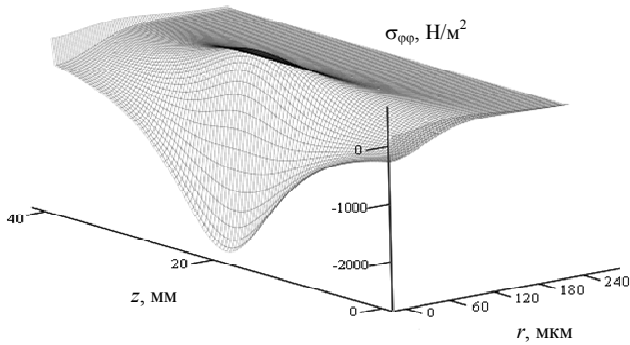


Рис. 6. Пространственное распределение компоненты тензора напряжения $\sigma_{\varphi\varphi}$ полученного численно.

На рис. 7 показано растягивающее напряжение на торцевой границе образца, возникающее при лазерном разогреве; оно получено при численном решении и отсутствует в аналитическом.

Кроме того, зависимость $\Delta T(r, z)$ от продольной координаты z привела также к появлению в численном счете отличной от нуля компоненты ε_{rz} , отсутствующей в аналитическом приближении.

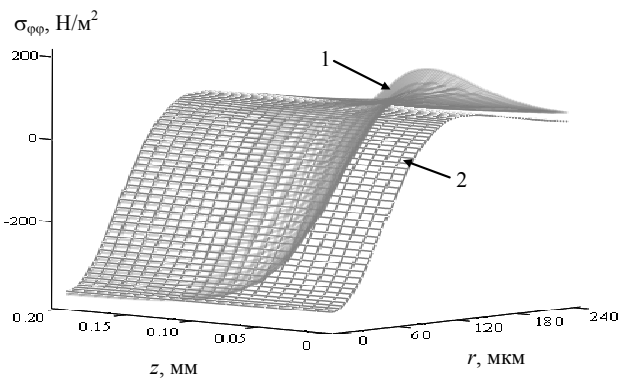


Рис. 7. Пространственное распределение компоненты тензора напряжения $\sigma_{\varphi\varphi}$ на торцевой границе, полученной численно (1) и аналитически (2).

На рис. 8 показано пространственное распределение этой компоненты. Заметное увеличение значений ε_{rz} также происходит вблизи границ. Эта компонента не входит в формулы (10), (12) и не влияет на конечную функциональную зависимость $\Delta n_{xx}(r, z)$. Остальные деформации и напряжения сдвига равны нулю из-за аксиальной симметрии задачи.

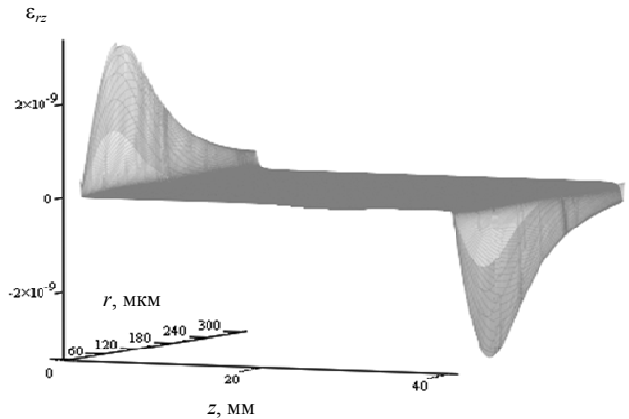


Рис. 8. Пространственное распределение компоненты тензора деформации ε_{rz} полученное численно.

Таким образом, представленные результаты сравнения численных значений с вычисляемыми аналитически показали, что в области концентрации ПП они дают практически совпадающие вклады в значения показателя преломления с точностью не хуже 10^{-3} . Кроме того, вклад приграничных торцевых значений показателя преломления, где происходит нарушение аналитического приближения, оцениваемый по величине набега фазы ПП, приобретаемой им при распространении вдоль образца, мал ($\sim 10^{-3}$) по сравнению с главным значением, вычисляемым с помощью аналитического решения. Это является следствием локализации в малой приграничной области различий аналитического и численного решений и малого значения поля ПП на границе в случае сфокусированного пучка.

Дифракция пробного пучка

Задача описания распространения пробного пучка через нагретую область образца при известной зависимости тензора изменения показателя преломления от пространственных координат $\Delta n(r, \vartheta, z)$ решалась в рамках неоднородного волнового параболического уравнения:

$$2ik_{pr}n_{pr} \frac{\partial \overline{E}_{pr}}{\partial z} + \Delta_{\perp} \overline{E}_{pr} = -2k_{pr}^2 n_{pr} \Delta n(r, \varphi, z) \overline{E}_{pr} \quad (13)$$

а распространение от выходного торца до апертуры измерительного диода описывалось тем же параболическим уравнением с правой частью, равной нулю (однородным) [38]. Здесь $\overline{E}_{pr}(r, z, t)$ – медленная амплитуда поля пробного пучка ($k_{pr} = \frac{2\pi}{\lambda_{pr}}$, n_{pr} – показатель преломления на длине волны пробного пучка).

Как уже отмечалось выше, в задаче существует малый параметр μ , примерно равный набегу фазы в пробном пучке при его распространении через нагретую область на длине дифракционного расплывания. При асимптотическом разложении решения уравнения (13) для пробного пучка по этому параметру рассеянное поле $E_{1_pr}(r, \varphi, z, t)$, поляризованное по X , будет подчиняться неоднородному линейному параболическому уравнению с заданной правой частью:

$$\frac{\partial E_{1_pr}}{\partial z} = -\frac{1}{2i} \Delta_{\perp} E_{1_pr} + i \left(\frac{k_{pr} z_{h_pr} \Delta n_{xx}(r, \varphi, z)}{\mu} \right) E_{o_pr}(r, z). \quad (14)$$

В уравнении продольная координата нормирована z_{h_pr} , а поперечная на a_h . Граничное условие на входной грани $E_{1_pr}(r, \varphi, z=0, t) = 0$. Компонента $\Delta n_{xx}(r, \varphi, z)$ получается из (10) с учетом выражений (11), (12):

$$\Delta n_{xx}(r, \varphi, z) = \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{\rho} \Delta T(r, z) - \frac{n_0^3}{2} \left[\cos(2\varphi)(p_{12} - p_{11}) \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha}{r^2} \int_0^r \Delta T(r, z) r dr + \left(p_{11} \cos^2(\varphi) + p_{12} \sin^2(\varphi) \right) \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \Delta T(r, z) \right]. \quad (15)$$

Нетрудно видеть, что решение уравнения (14) совместно с (15) состоит из суммы, содержащей аксиально симметричную компоненту и члены при $\cos(2\varphi)$ и $\sin(2\varphi)$.

Дальнейшее упрощение задачи связано с тем, что в реальной схеме перед измерительным фотодиодом (ФД) устанавливается центрированная по оси пучков диафрагма. Переменная во времени составляющая сигнала, снимаемого с ФД, пропорциональна прошедшей через апертуру диафрагмы переменной составляющей мощности (ПСМ) пробного пучка. ПСМ вычисляется путем интегрирования второго члена в выражении для плотности мощности (3) по площади апертуры диафрагмы. Очевидно, что при этом вклад в величину ПСМ будет давать только аксиально симметричная компонента $E_{1_pr}(r, z, t)$. При этом выражение для аксиально симметричной компоненты будет иметь вид идентичный (4), справедливый для газов и жидкостей:

$$\Delta n_{xx}(r, z) = \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{eff} \Delta T(r, z). \quad (16)$$

Здесь величина

$$\left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{eff} = \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{\rho} - \alpha \frac{n^3}{4} (p_{11} + p_{12}) \frac{1+\nu}{1-\nu} \quad (17)$$

характеризует изменение эффективного показателя преломления изотропного диэлектрика, вызванное деформациями при наличии напряжений.

Величина $\left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{eff}$ совпадает с введенным в [19] термооптическим параметром P , т. е. $\left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{eff} \equiv P$, который обсужден нами ранее.

После введения в явном виде в уравнение (14) малого параметра $\mu = \frac{2\pi}{\lambda_{pr}} \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{eff} \Delta T_{max} z_{h_pr}$, уравнение для аксиально симметричной компоненты E_{1_pr} будет иметь вид:

$$\frac{\partial E_{1_pr}}{\partial z} = -\frac{1}{2i} \Delta_{\perp} E_{1_pr} + i \left(\frac{\Delta T(r, z, t)}{\Delta T_{max}} \right) E_{o_pr}(r, z). \quad (18)$$

Здесь $\Delta T_{max} = \frac{W_{h_max} \alpha_h}{\pi a_h^2 c \rho}$ максимальное увеличение температуры образца в центре перетяжки на

оси греющего пучка в момент времени, равному длительности прямоугольного импульса излучения.

Решение этого уравнения можно получить в аналитическом виде, воспользовавшись гауссовой функциональной зависимостью от поперечной координаты второго члена в его правой части. Тогда, используя (3), получаем выражение для плотности мощности переменной аксиально симметричной составляющей поля пробного пучка в сечении на расстоянии L (см. рис. 1) от выходной грани образца:

$$I(r) = -\frac{\mu}{2} \frac{P_{pr}}{\pi a_{pr}^2} \operatorname{Im} \left[\int_{z_0}^{z_1} \frac{\exp[\alpha_{eff}(z-z_0)] \exp[-r^2(f1(z_1, z, L, L_{sampl}))]}{f2(z_1, z, L, L_{sampl}) f4(z_1, z, L, L_{sampl})} dz \right]. \quad (19)$$

После интегрирования этого выражения по апертуре диафрагмы D получается формула для временной зависимости ПСМ поля пробного пучка, попадающей на фотокатод:

$$P(L, L_{sampl}, R, t) = K \left(\frac{\partial n}{\partial T} \right)_{eff} \frac{W_h(t)}{\pi a_h^2 c \rho} \alpha_h. \quad (20)$$

В коэффициенте K содержится зависимость от всех возможных вариаций геометрических параметров схемы и образцов, участвующих в измерениях:

$$K = P_{pr} \frac{z_{h-pr}^2}{2a_{pr}^2} \left[-\operatorname{Im} \left[\int_{z_0}^{z_1} \frac{\exp[\alpha_{eff}(z-z_0)] [\exp[-R^2 f1(z_1, z, L, L_{sampl})] - 1]}{f2(z_1, z, L, L_{sampl}) f3(z_1, z, L, L_{sampl})} dz \right] \right] \quad (21)$$

где P_{pr} – мощность ПП, $W_h(t)$ – текущая энергия а $P_h(t)$ – мощность греющего импульса.

$$f1(z_1, z, L, L_{sampl}) = \frac{1}{-2i \left[(z-z_1) - \frac{L \times n}{z_{h-pr}} \right] + B(z)} + \frac{\frac{a_h^2}{2a_{pr}^2}}{1 - i \left[\frac{L \times n}{z_{pr}} - \Delta_{pr} \frac{\lambda_h}{\lambda_{pr}} + \frac{L_{sampl}}{2z_{pr}} \right]}$$

$$f2(z_1, z, L, L_{sampl}) = \frac{a_h^2}{2a_{pr}^2} \left(1 + [z + \Delta_{pr}]^2 \left(\frac{\lambda_h}{\lambda_{pr}} \right)^2 \right) + \left(1 + iz \frac{a_h^2}{a_{pr}^2} \right)$$

$$f3(z_1, z, L, L_{sampl}) = \left(1 - i \left[\frac{L \times n}{z_{pr}} - \Delta_{pr} \frac{\lambda_h}{\lambda_{pr}} + \frac{L_{sampl}}{2z_{pr}} \right] \right) + \frac{a_h^2}{2a_{pr}^2} \left(-2i \left[z - z_1 - \frac{L \times n}{z_{h-pr}} \right] + B(z) \right)$$

$$f4(z_1, z, L, L_{sampl}) = \left(1 - i \left[\frac{L \times n}{z_{pr}} - \Delta_{pr} \frac{\lambda_h}{\lambda_{pr}} + \frac{L_{sampl}}{2z_{pr}} \right] \right) \left(-2i \left[z - z_1 - \frac{L \times n}{z_{h-pr}} \right] + B(z) \right)$$

$$B(z) = \frac{\left(1 + [z + \Delta_{pr}]^2 \left(\frac{\lambda_h}{\lambda_{pr}} \right)^2 \right) \left(1 + iz \frac{a_h^2}{a_{pr}^2} \right)}{\frac{a_h^2}{2a_{pr}^2} \left(1 + [z + \Delta_{pr}]^2 \left(\frac{\lambda_h}{\lambda_{pr}} \right)^2 \right) + \left(1 + iz \frac{a_h^2}{a_{pr}^2} \right)}, \Delta_{pr} = \frac{\Delta_{0-pr} \times n}{z_{h-pr}}, \alpha_{eff} = \left(\alpha_h + \frac{\alpha_{pr}}{2} \right) z_{h-pr},$$

$$z_0 = -\frac{L_{sampl}}{2z_{h-pr}} - \Delta_{pr}, \quad z_1 = \frac{L_{sampl}}{2z_{h-pr}} - \Delta_{pr}.$$

Отметим, что α_h и α_{pr} – коэффициенты поглощения (см^{-1}) греющей и пробной волн соответственно, учет которых существенен для калибровочного образца.

Приведенные выражения позволяют связать величины сигналов, пропорциональных мощности рассеянного пробного излучения в образцах, выполненных из различных материалов (кварцевые

стекла, лазерные стекла, жидкости и газы) и имеющих различные размеры, с величинами искомым поглощений.

Заключение

В данной работе при расчете мощности переменной составляющей поля в методе SpPCI (Short-pulse Photothermal Common-path Interferometry) решена задача дифракции пробного пучка на пространственно-неоднородном распределении показателя преломления, наводимого в изотропном диэлектрике при нагреве сфокусированным пучком греющего лазера.

Задача решалась в приближении малого набега наведенной тепловой фазы в греющем пучке и учитывала возникающие напряжения.

При выводе соотношения, связывающего изменение показателя преломления с температурой проделан анализ литературы, посвященной расчету термооптических искажений, возникающих при неоднородном нагреве, который выявил в основной массе существующих работ некорректное использование табличных значений $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{tabl}}$ вместо

трудно измеряемой величины $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\rho}$. В работе

реализован путь вычисления температурных изменений показателя преломления, избегающий данную трудность.

При учете квазиоптической природы греющего излучения было получено аналитическое выражение для неоднородного в пространстве распределения показателя преломления путем введения адиабатической зависимости от продольной координаты z в известное аналитическое решение для термических напряжений, возникающих при однородном вдоль продольной координаты z аксиально симметричном нагреве бесконечного цилиндра. Численным расчетом показано, что заметные отличия от адиабатической зависимости наблюдаются на торцевых границах, которые, однако, не влияют на результат в задаче дифракции.

В результате получена формула для расчета мощности переменной составляющей поля пробного пучка в методе SpPCI, выраженная через термооптическую постоянную $P \equiv \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{\text{eff}}$, введенную ранее Ананьевым [19].

В результате реализации всех перечисленных решений построена простая аналитическая модель, позволившая применять для калибровки измерительной схемы изотропные образцы с известными, но необходимыми для расчетов физи-

ческими параметрами, гарантированными современными метрологическими процедурами, а также находить оптимальную конфигурацию лазерного нагрева, зондирования и детектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Власова К. В., Андреев Н. Ф., Макаров А. И. // Прикладная физика. 2017. № 2. С. 79.
2. Alexandrovski A., Fejer M., Markosian A., Route R. // Proc. SPIE. 2009. Vol. 7193. P. 71930D.
3. Alexandrovski A., Foulon G., Myers L., Route R., Fejer M. // Proc. SPIE. 1999. Vol. 3610. P. 44.
4. <http://www.stan-pts.com/G040084-00.pdf>
5. Waasem N., Fieberg S., Hauser J., Gomez G., Haertle D., Kühnemann F., Buse K. // Rev. Sci. Instrum. 2013. Vol. 84. P. 023109.
6. <http://www.stan-pts.com/PhotothermalAbsorption.pdf>
7. Chen B., Liu Z., Wang S. // Proc. SPIE. 2013. Vol. 8786. P. 8786R.
8. McDuff R. G. Nonlinear self-focusing and beam propagation using Gaussian Laguerre modal decomposition: Thesis (Ph. D.). University of Queensland. – Queensland, Australia, 1994.
9. Найфэ А. Х. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976
10. Блажко В. В., Бубнов М. М., Дуанов Е. М., Чиколуни А. В. // КЭ. 1976. Т. 3. № 5. С. 1151.
11. Erokhin A. I., Morachevski N. V., Faizullov F. S. // JETP. 1978. Vol. 47. No. 4. P. 699.
12. Waxler R. M., Horowitz D., Feldman A. // Appl. Opt. 1979. Vol. 18. Issue 1. P. 101.
13. Waxler R. M., Weir C. E. // J. Res. Nat. Bur. Stand. A. 1965. Vol. 69A. No. 4. P. 325.
14. USSR-GDR. Optical glass. Ed. G. T. Petrovsky (Moscow V/O Mashpriborintorg, 1978) [in Russian]UdSSR-DDR. Optischesglas (Jena, VEB JenaerGlaswerkSchott&Gen, 1978) [in German].
15. Авакянц Л. И., Бужинский И. М., Корягина Е. И., Суркова В. Ф. // КЭ. 1978. Т. 5. № 4. С. 725.
16. Martienssen W., Warlimont H. Springer Handbook of Condensed Matter and Materials Data. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
17. Коваленко А. Д. Введение в термоупругость. – Киев: Наукова думка, 1965.
18. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. – М.: Наука, 1965
19. Ананьев Ю. А., Гришманова Н. И. // Журнал прикладной спектроскопии. 1970. Т. 12. № 2. С. 668.
20. Gupte S., Marcano A., Pradhan R., Desai C. F., Melikechi J. // J. Appl. Phys. 2001. Vol. 89. No. 9. P. 4939.
21. Baures P. Y., Man C. N. // Optical Mater. 1993. Vol. 2. Issue 4. P. 241.
22. Mühlig Ch., Bochmann A., Triebel W., Kufert S. // Proc. SPIE. 2008. Vol. 7132. P. 71320R-1.
23. Spinozzi E., Vitiello M. // Proc. SPIE. 2012. Vol. 8547. P. 85470W.
24. Yu J., Meng H., Jin T. // Proc. SPIE. 1996. Vol. 2889. P. 171.
25. Pfister C., Weber R., Weber H. P. // IEEE J. Quantum Electron. 1994. Vol. 30. No. 7. P. 1605.
26. Zhang Z., Liu Q., Nie M., Ji E., Gong M. // Appl. Phys. B. 2015. Vol. 120. P. 689.
27. Khazanov E. A., Andreev N. F., Mal'shakov A. N., Palashov O. V., Poteomkin A. K., Sergeev A. M., Shaykin A. A., Zelenogorsky V. V., Ivanov I., Amin R. S., Mueller G., Tanner D. B., Reitze D. H. // IEEE Journal of Quantum Electronics. 2004. Vol. 40. Issue 10. P. 1500.
28. Graupeter T., Pflaum C. // Proc. SPIE. 2014. Vol. 8959. P. 8959-1S-1.

29. https://www10.cs.fau.de/publications/talks/2014/Graupeter_GAMM_2014-03-13.pdf
30. Lii Q., Wittrock U., Dong S. // Optics & Laser Technology. 1995. Vol. 27. Issue 2. P. 95.
31. Spinozzi E., Vitiello M. // Proc. SPIE. 2012. Vol. 8547. P. 85470W.
32. Мезенов А. В., Сомс Л. Н., Степанов А. И. Термооптика твердотельных лазеров. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1986.
33. Cousins A. K. // IEEE J. Quantum Electron. 1992. Vol. 28. No. 4. P. 1057.
34. Koechner W. Solid-State Laser Engineering. 2nd ed. – New York: Springer-Verlag, 1988.
35. Stubenvoll M., Schäfer B., Mann K., Novak O. // Rev Sci Instrum. 2016. Vol. 87. Issue 2. P. 023904-1.
36. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. Пер. с англ. Под ред. Г. С. Шапиро. – М.: Наука, 1979.
37. Krupke W. F., Shinn M. D., Marion J. E., Caird J. A., Stokowski S. E. // J. Opt. Soc. Am. B. 1986. Vol. 3. Issue 1. P. 102.
38. Бондаренко Н. Г., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7. № 2. С. 313.

PACS: 78.20.Nb, 42.25.Bs, 42.25.Fx,
42.65.Jx, 42.65.Hw, 77.65.-j

Theory of short-pulse photothermal common-path interferometry in isotropic dielectrics

K. V. Vlasova¹, N. F. Andreev¹, A. I. Makarov¹, and A. Yu. Konstantinov²

¹Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences (IAP RAS)
46 Ul'yanov str., Nizhny Novgorod, 603950, Russia

E-mail: vlasova.kseniya.1@gmail.com, makarov_ai@appl.sci-nnov.ru, nandreev@appl.sci-nnov.ru

²Research Institute for Mechanics, Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod
23 korp. 6 Gagarin av., Nizhny Novgorod, 603600, Russia
E-mail: konstantinov@mech.unn.ru

Received July 21, 2017

Consideration is given to a theory for calculating the absorption coefficients of isotropic dielectrics in measurements using the coaxial modification of the PCI scheme with fast sample heating by a test laser in the absence of thermodiffusion. The calculations are based on the theory of probe beam diffraction on spatially inhomogeneous distribution of the index of refraction arising in the field of temperature stresses introducing small phase distortions to pump radiation, thereby excluding its self-action. The quasioptical nature of the focused heating laser beam that allows constructing an analytical model describing the spatial structure of the deformation tensor components is also taken into consideration in the solution. The obtained formulas enable to use for calibration of the measurement scheme arbitrary isotropic samples with known physical parameters.

Keywords: photothermal common-path interferometry, diffraction, thermodiffusion, absorption measurement, stress, thermal blooming.

REFERENCES

1. K. V. Vlasova, N. F. Andreev, and A. I. Makarov, Prikl. Fiz., No. 2, 79 (2017).
2. A. Alexandrovski, M. Fejer, A. Markosian, and R. Route, Proc. SPIE **7193**, 71930D (2009).
3. A. Alexandrovski, G. Foulon, L. Myers, R. Route, and M. Fejer, Proc. SPIE **3610**, 44 (1999).
4. <http://www.stan-pts.com/G040084-00.pdf>
5. N. Waasem, S. Fieberg, J. Hauser, G. Gomez, D. Haertle, F. Kühnemann, and K. Buse, Rev. Sci. Instrum. **84**, 023109 (2013).
6. <http://www.stan-pts.com/PhotothermalAbsorption.pdf>
7. B. Chen, Z. Liu, and S. Wang, Proc. SPIE **8786**, 8786R (2013).
8. R. G. McDuff, *Nonlinear self-focusing and beam propagation using Gaussian Laguerre modal decomposition: Thesis (Ph. D.)*. University of Queensland. – Queensland, Australia, 1994.
9. A. H. Nayfeh, *Perturbation Methods* (New York, Wiley-Interscience, 1973).
10. V. V. Blazhko, M. M. Bubnov, E. M. Dianov, and A. V. Chikolini. Sov J Quantum Electron. **6**, 624 (1976).
11. A. I. Erokhin, N. V. Morachevski, and F. S. Faizullof, JETP. **47**, 699 (1978).
12. R. M. Waxler, D. Horowitz, and A. Feldman, Appl. Opt. **18**, 101. (1979).

13. R. M. Waxler and C. E. Weir, J. Res. Nat. Bur. Stand. A. **69A**, 4 (1965).
14. USSR-GDR. Optical glass. Ed. G. T. Petrovsky (Moscow V/O Mashpriborintorg, 1978) [in Russian] UdSSR-DDR. Optischesglas (Jena, VEB JenaerGlaswerkSchott&Gen, 1978) [in German].
15. L. I. Avakyants, I. M. Buzhinskiĭ, E. I. Koryagina, and V. F. Surkova. Sov J Quantum Electron. **8**, 423 (1978).
16. W. Martienssen and H. Warlimont, *Springer Handbook of Condensed Matter and Materials Data* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005).
17. A. D. Kovalenko, *Thermoelasticity. Basic theory and application* (Groningen, Wolters-Noordhoff, 1969; Kiev, Naukova Dumka, 1965).
18. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Theory of Elasticity* (Oxford, Pergamon Press, 1970, Nauka, Moscow, 1965).
19. Yu. A. Ananiev and N. I. Grishmanova, J. Appl. Spectrosc. **12**, 668 (1970).
20. S. Gupte, A. Marcano, R. Pradhan, C. F. Desai, and J. Melikechi. J. Appl. Phys. **89**, 4939 (2001).
21. P. Y. Baures, and C. N. Man, Optical Mater. **2**, 241 (1993).
22. Ch. Mühlig, A. Bochmann, W. Triebel, and S. Kufert, Proc. SPIE **7132**, 71320R-1 (2008).
23. E. Spinozzi and M. Vitiello, Proc. SPIE **8547**, 85470W (2012).
24. J. Yu, H. Meng, and T. Jin, Proc. SPIE **2889**, 171 (1996).
25. C. Pfistner, R. Weber, H. P. Weber, S. Merazzi, and R. Gruber, IEEE Journ. of Quant. Electr. **30**, 1605 (1994).
26. Z. Zhang, Q. Liu, M. Nie, J. Encai, and G. Mali. Appl. Phys. B. **120**, 689 (2015).
27. E. A. Khazanov, N. F. Andreev, A. N. Mal'shakov, O. V. Palashov, A. K. Poteomkin, A. M. Sergeev, A. A. Shaykin, V. V. Zelenogorsky, I. Ivanov, R. S. Amin, G. Mueller, D. B. Tanner, and D. H. Reitze, IEEE Journal of Quantum Electronics **40**, 1500 (2004).
28. T. Graupeter and C. Pflaum. Proc. SPIE **8959**, 8959-1S-1 (2014).
29. https://www10.cs.fau.de/publications/talks/2014/Graupeter_GAMM_2014-03-13.pdf
30. Q. Lü., U. Wittrock, and S. Dong. Optics & Laser Technology **27**, 95 (1995).
31. E. Spinozzi and M. Vitiello, Proc. SPIE **8547**, 8570W. (2012).
32. A. V. Mezenov, L. N. Soms, and A. I. Stepanov, *Thermooptics of Solid-State Lasers* (Leningrad, Mashinostroenie, 1986) [in Russian].
33. A. K. Cousins, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 1057 (1992).
34. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, 2nd ed. (New York: Springer-Verlag, 1988).
35. M. Stubenvoll, B. Schäfer, K. Mann, O. Novak. Rev Sci Instrum. **87**, 023904-1 (2016).
36. S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, *Theory of Elasticity* (McGrow-Hill, New York, 1951).
37. W. F. Krupke, M. D. Shinn, J. E. Marion, J. A. Caird, and S. E. Stokowski. J. Opt. Soc. Am. B. **3**, 102. (1986).
38. N. G. Bondarenko and V. I. Talanov. Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofizika **7**, 313 (1964).