

УДК 621.383

PACS: 44.40.+a, 07.57.Kp, 85.25.Pb,
85.60.Gz, 02.30.Rz

Математическая модель альтернативного метода измерения спектральной чувствительности ИК матричного фотоприемного устройства

В. С. Ковшов, А. И. Патрашин, А. В. Никонов

Разработана математическая модель, позволяющая экспериментально реализовать метод измерения спектральной чувствительности ИК ФЧЭ, использующий модель черного тела (МЧТ) и систему регистрации сигналов ИК МФПУ. Построена теоретическая модель расчета спектральной чувствительности и проведено исследование корректности метода.

Ключевые слова: спектральная чувствительность, модель черного тела, ИК МФПУ.

Ссылка: Ковшов В. С., Патрашин А. И., Никонов А. В. // Успехи прикладной физики. 2018. Т. 6. № 5. С. 443.

Reference: V. S. Kovshov, A. I. Patrashin, and A. V. Nikonov, Usp. Prikl. Fiz. 6 (5), 443 (2018).

Введение

Спектральная чувствительность инфракрасной (ИК) системы определяется спектральными характеристиками всех ее компонентов, оптических и оптико-электронных, а именно, спектральным пропусканием и отражением используемых материалов, спектральными свойствами соответствующим образом обработанных поверхностей материалов, спектральным пропусканием фильтров, которые могут быть применены, и спектральной чувствительностью приемника излучения [1].

Спектральная чувствительность – одна из важнейших характеристик фотоприемников. Методы измерения спектров чувствительности фотоприемников основаны или на измерении их сигналов при воздействии узкоспектрального излучения, последующем пересчете, нормировке сигналов и построении, например, графика зависимости квантовой эффективности $\eta(\lambda)$, или зависимости вольтовой чувствительности $S_u(\lambda)$ от длины волны облучения, или регистрации интерферограммы оптического сигнала с после-

дующей математической обработкой её методом быстрого преобразования Фурье и получением спектра вольтовой фоточувствительности $S_u(\lambda)$.

Целью данной работы являлось исследование работоспособности предлагаемой нами математической модели для альтернативного метода измерения спектральной чувствительности ИК матричных фотоприемных устройств (МФПУ) с помощью модели черного тела (МЧТ) и системы регистрации сигналов ИК МФПУ. Положительный результат обеспечит возможность измерения спектральной характеристики с высокой точностью, не используя дорогостоящие спектрометры

Альтернативный метод измерения спектральной чувствительности ИК МФПУ

Рассмотрим ИК МФПУ, установленный на стенде измерения сигналов, облучаемый МЧТ с небольшой излучающей площадкой, излучение которого модулируется. Метод включает в себя экспериментальную регистрацию полного сигнала всех фоточувствительных элементов (ФЧЭ) ИК МФПУ. Это сигнал можно представить в виде суммы пяти сигналов.

$$V_{\text{сигн}} = V_{\text{св}} + V_{\text{фон}} + V_{\text{во}} + V_{\text{темн}} + V_0, \quad (1)$$

где $V_{\text{св}}$ – модулированный световой сигнал, генерированный излучением МЧТ;

$V_{\text{фон}}$ – немодулированный световой сигнал, генерированный излучением окружающего фона [2];

$V_{\text{во}}$ – немодулированный сигнал, генерированный излучением входного окна МФПУ [3];

$V_{\text{темн}}$ – немодулированный сигнал, генерированный темновым током МФПУ;

Ковшов Владимир Сергеевич^{1,2}, инженер, студент.

Патрашин Александр Иванович¹, в.н.с., к.ф.-м.н.

Никонов Антон Викторович^{1,2}, нач. НИЦ, доцент, к.ф.-м.н.

¹АО «НПО «Орион».

Россия, 111538, Москва, ул. Косинская, 9.

E-mail: orion@orion-ig.ru

²Московский физико-технический институт

(государственный университет).

Россия, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный,

Институтский пер., 9.

Статья поступила в редакцию 15 октября 2018 г.

© Ковшов В. С., Патрашин А. И., Никонов А. В., 2018

V_0 – немодулированный сигнал мультиплектора МФПУ при нулевом входном сигнале.

Расстояние от МЧТ до плоскости МФЧЭ выбирается таким, чтобы каждый ФЧЭ «видел» сквозь холодную диафрагму всю излучающую площадку МЧТ.

Если с помощью ПЭВМ многократно регистрировать полный сигнал ФЧЭ МФПУ и вычислять среднеквадратичное отклонение от среднего сигнала, то мы получим величину только переменного светового сигнала. При этом ошибка в определении величины сигнала будет тем меньше, чем больше измерений будет проведено [4].

Сигнал $V_{св}$ будет иметь следующий вид:

$$V_{св}(T_{МЧТ}) = \varepsilon \tau A_s K_{во} K_{МЧТ}(x, y, l) K_0 \beta \times \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[K_{сф}(\lambda) S_u(\lambda) \frac{\partial R_p(\lambda, T_{МЧТ})}{\partial \lambda} \right] d\lambda \quad (2)$$

или

$$V_{св}(T_{МЧТ}) = \frac{\varepsilon \tau A_s q K_{во} K_{МЧТ}(x, y, l) K_0 \beta}{C_n} \times \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[K_{сф}(\lambda) \eta(\lambda) \frac{\partial R_n(\lambda, T_{МЧТ})}{\partial \lambda} \right] d\lambda, \quad (3)$$

где ε – степень черноты МЧТ;

τ – время накопления, с;

A_s – площадь ФЧЭ, см²;

q – элементарный заряд электрона, Кл;

C_n – величина емкости накопления в ячейке МФПУ, Ф;

$K_{во}$ – коэффициент пропускания входного окна МФПУ;

$K_{МЧТ}(x, y, l)$ – коэффициент пропускания холодной диафрагмы [2];

K_0 – коэффициент передачи схемы мультиплектора;

β – коэффициент формы модуляции [4];

$K_{сф}(\lambda)$ – коэффициент пропускания холодного светофильтра в спектральном интервале $[\lambda_1, \lambda_2]$;

$S_u(\lambda)$ – вольтовая чувствительность ФЧЭ, В×Вт⁻¹;

$$M^\alpha[\eta, V_{св}] = \int_{T_{МЧТ1}}^{T_{МЧТ2}} \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K(T_{МЧТ}, \lambda) \eta(\lambda) d\lambda - V_{св}(T_{МЧТ}) \right]^2 dT_{МЧТ} + \alpha \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left(p(\lambda) (\eta')^2(\lambda) + q(\lambda) \eta^2(\lambda) \right) d\lambda.$$

Здесь $p(\lambda)$ и $q(\lambda)$ – положительно определенные функции.

Поставленная задача минимизации, вообще говоря, решается приближенно с использованием конечно-разностной аппроксимации.

Рассматриваем простейший случай $p = q = 1$. Решение строится в области $T_{МЧТ} \in [T_{МЧТ1}, T_{МЧТ2}]$, $\lambda \in [\lambda_1, \lambda_2]$. Вводим равномер-

$\eta(\lambda)$ – квантовая эффективность ФЧЭ, электрон×квант⁻¹;

$\frac{\partial R_{p,n}(\lambda, T)}{\partial \lambda}$ – функция Планка, Вт×см⁻²×мкм⁻¹, квант×см⁻²×с⁻¹×мкм⁻¹ [5].

Заметим, что в выражения (2) и (3) все параметры, стоящие перед знаком интеграла, известны и не зависят от $T_{МЧТ}$ и λ . Обозначим их буквой W .

Тогда получим уравнение вида:

$$V_{св}(T_{МЧТ}) = W \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[K_{сф}(\lambda) \eta(\lambda) \frac{\partial R_n(\lambda, T_{МЧТ})}{\partial \lambda} \right] d\lambda \quad (4)$$

Уравнение (4) называют интегральным уравнением Фредгольма первого рода [6]:

$$\int_a^b K(x, s) y(s) ds = f(x). \quad (5)$$

Здесь $K(x, s)$ и $f(x)$ – заданные функции, а $y(x)$ – искомое решение. Функция $K(x, s)$ в приведенных соотношениях называется ядром интегрального уравнения.

Ядром этого уравнения является функция

$$K(T_{МЧТ}, \lambda) = W K_{сф}(\lambda) \frac{\partial R_n(\lambda, T_{МЧТ})}{\partial \lambda}.$$

Задача решения интегрального уравнения (4) принадлежит к классу некорректно поставленных задач. Это свойство создает большие трудности при практическом использовании таких уравнений. Тем не менее, большой ряд физических процессов описывается именно подобными уравнениями. Таков процесс и в нашей задаче.

Для решения уравнений (4) был построен регуляризирующий алгоритм Тихонова, позволяющий найти функцию, как угодно близкую к точному решению [6].

Метод регуляризации Тихонова рекомендует в качестве приближенного решения использовать функцию $\eta^\alpha(\lambda)$, реализующую минимальное значение сглаживающего функционала

ную сетку по $T_{МЧТ}$ и по λ . Узлы сетки по $T_{МЧТ}$: $t_0 = T_{МЧТ1}$, $t_1, \dots, t_{N-1}, t_N = T_{МЧТ2}$. Узлы сетки по λ : $\lambda l_0 = \lambda_1$, $\lambda l_1, \dots, \lambda l_{L-1}, \lambda l_L = \lambda_2$. Шаг сетки по

$T_{МЧТ}$ равен $h_T = \frac{T_{МЧТ2} - T_{МЧТ1}}{N}$, шаг сетки по λ равен

$h_\lambda = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{L}$. Тогда функционалу M^α будет соответствовать сумма

$$\bar{M} = \sum_{i=0}^N \gamma_i \left[\sum_{j=0}^L \beta_j K_{ij} \eta_j - V_{свi} \right]^2 + \alpha \left[\sum_{j=0}^L \beta_j \eta_j^2 + \sum_{j=0}^{L-1} \left(\frac{\eta_{j+1} - \eta_j}{h_\lambda} \right)^2 \beta_j \right], \quad (6)$$

где $\gamma_0 = \gamma_N = \frac{h_T}{2}$, $\beta_0 = \beta_L = \frac{h_\lambda}{2}$, $\beta_j = h_\lambda$ ($j=1, \dots, L-1$), $\gamma_i = h_T$ ($i=1, \dots, N-1$).

Минимальное значение \bar{M} достигается при значениях η_j , определяемых из условия:

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial \eta_j} = 0 \quad (j = 0, 1, \dots, L)$$

Вычисляя производные из (6) и приравнивая их к нулю, получаем соотношения:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha \left[\frac{\eta_{j+1} - 2\eta_j + \eta_{j-1}}{h_\lambda} - \eta_j \right] &= \sum_{r=0}^L \beta_r \hat{K}_{jr} \eta_r - \hat{g}_j \quad (j = 0, 1, \dots, L) \\ \frac{\eta_0 - \eta_1}{h_\lambda} &= 0, \quad \frac{\eta_{L+1} - \eta_L}{h_\lambda} = 0, \end{aligned} \right. \quad (7)$$

где $\hat{K}_{jr} = \sum_{i=0}^N \gamma_i K_{ij} K_{ir}$, $\hat{g}_j = \sum_{i=0}^N \gamma_i K_{ij} V_{свi}$.

Соотношения (7) являются системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и могут быть решены известными математическими методами. Решение этой системы позволяет определить неизвестную функцию $\eta(\lambda) = \eta(\lambda, \alpha)$, которая зависит от заданного параметра регуляризации α . Обратимся к вопросу определения параметра α .

Пусть решается уравнение (5). Функция $V_{св}(T_{МЧТ})$, описываемая интегралом, является теоретически заданной и нам неизвестна. На практике же мы имеем дело с экспериментальным набором данных. Этот набор включает в себя значения измеренных величин переменного светового сигнала при различных заданных температурах МЧТ. Погрешность измерения δ зависит от количества выборок при подсчете СКО. Соответствующая экспериментальному набору функция $V_{св\delta}(T_{МЧТ})$ стоит в левой части уравнения (5). Для нахождения параметра регуляризации α рассмотрим функцию невязки [6]:

$$\rho(\alpha) = \int_{T_{МЧТ1}}^{T_{МЧТ2}} \left[\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K(T_{МЧТ}, \lambda) \eta(\lambda, \alpha) d\lambda - V_{св\delta}(T_{МЧТ}) \right]^2 dT_{МЧТ}. \quad (8)$$

Имеет место следующее утверждение: $\delta(\alpha)$ при $\alpha > 0$ является монотонно возрастающей дифференцируемой функцией α . При этом $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \rho(\alpha) > \delta^2$, $\lim_{\alpha \rightarrow 0+0} \rho(\alpha) < \delta^2$. Следовательно, уравнение

$$\rho(\alpha) = \delta^2 \quad (9)$$

имеет единственный корень $\alpha = \alpha(\delta) > 0$. Это значение и следует выбирать в качестве параметра регуляризации [6]. Рассчитанный корень уравнения α подставляем в решение системы (7) $\eta(\lambda, \alpha)$ и получаем приближенное решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода (5).

Моделирование и исследование альтернативного метода измерения

Модель разработана в математической программе MathCAD для ИК МФПУ с заданными конструктивными и эксплуатационными параметрами.

Моделирование проводилось в следующие четыре этапа.

- 1) Ввод значений параметров и характеристик используемого в модели МФПУ;
- 2) Расчет светового сигнала, генерированного излучением МЧТ с применением формулы Планка, заданной функции распределения спектральной чувствительности $\eta(\lambda)$, коэффициента пропускания холодной диафрагмы [2], входного окна и холодного светофильтра;
- 3) Применение метода регуляризации Тихонова по решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода (5).
- 4) Построение графика спектральной чувствительности и сравнение его с графиком заданной спектральной характеристики.

Исходные параметры МФПУ

В табл. 1 приведены значения необходимых параметров для расчета спектральной чувствительности ФЧЭ.

Таблица 1

Исходные параметры МФПУ

№ п/п	Параметр, единица измерения	Обозначение	Величина
1	Формат МФЧЭ, элементов	$M \times N$	320×256
2	Размеры ФЧЭ, мкм	$a_x \times b_y$	30×30
3	Площадь ФЧЭ, мкм ²	A_s	900
4	Радиус холодной диафрагмы, см	R	0,385
5	Высота холодной диафрагмы над плоскостью МФЧЭ, см	l	2
6	Длинноволновая граница спектральной чувствительности ФЧЭ, мкм	λ_2	10,3
7	Коротковолновая граница спектральной чувствительности ФЧЭ, мкм	λ_1	7,8
8	Величина накопительной емкости в ячейке МФПУ, пФ	C_n	0,81
9	Время интегрирования, мкс	τ	48
10	Коэффициент серости фона	ε	0,96
11	Коэффициент пропускания входного окна	$K_{во}$	0,95
12	Коэффициент пропускания холодного фильтра в спектральной полосе	$K_{сф}$	0,95
13	Коэффициент формы модуляции [4]	β	0,353
14	Верхняя граница температурной области, К	$T_{МЧТ2}$	300
15	Нижняя граница температурной области, К	$T_{МЧТ1}$	500

Как было указано выше, полный регистрируемый сигнал $V_{\text{сигн}}$ включает в себя пять сигналов: сигнал, генерированный излучением МЧТ, сигнал, генерированный излучением окружающего фона, сигнал, генерированный излучением входного окна МФПУ, сигнал, генерированный темновым током МФПУ и сигнал мультиплексора МФПУ при нулевом входном сигнале. Наличие модулятора и расчет ПЭВМ среднеквадратичного отклонения (СКО) от среднего сигнала позволяет рассматривать только переменный световой сигнал $V_{\text{св}}$. Его величину можно рассчитать по формулам (2) или (3).

Для моделирования сигнала $V_{\text{св}}$ зададим теоретическую спектральную характеристику. В настоящей работе использовано три различные функции $\eta(\lambda)$:

$$\eta_1(\lambda) = 0,65 \quad (10)$$

$$\eta_2(\lambda) = 15 \sqrt{\frac{\lambda - 7 \times 10^{-4}}{0,1}} \quad (11)$$

$$\eta_3(\lambda) = 1,4 \times \frac{\exp\left[\frac{-10^8 \times (\lambda - 9 \times 10^{-4})^2}{2 \times 0,7^2}\right]}{\sqrt{2\pi} \times 0,7} \quad (12)$$

Все коэффициенты в выражениях (10)–(12) подобраны таким образом, чтобы значения функции не теряли свой физический смысл. На рис. 1 представлены заданные функции квантовой эффективности.

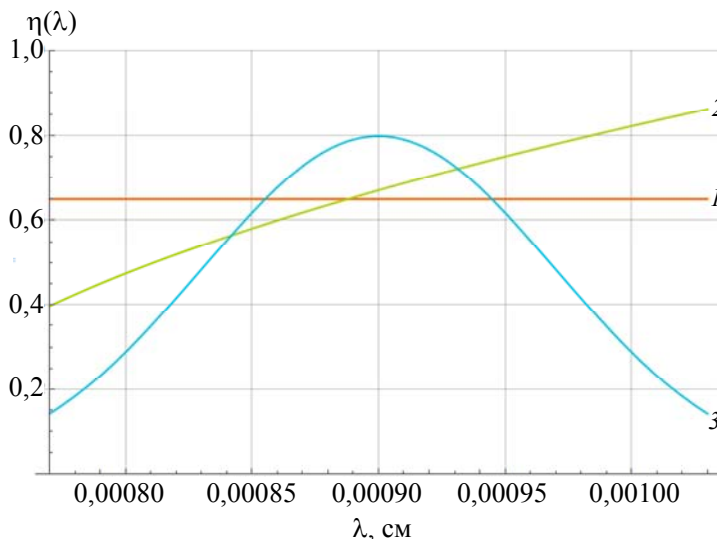


Рис. 1. Заданная спектральная характеристика. Кр.1 — $\eta_1(\lambda)$; кр.2 — $\eta_2(\lambda)$; кр.3 — $\eta_3(\lambda)$.

Измеренная величина выходного сигнала отличается от теоретического значения (при соответствующих значениях температуры МЧТ и времени накопления) на некоторую величину ΔV , которая зависит от количества выборок при подсчете СКО. Для того чтобы учесть погрешность измерения выходного сигнала, была введена одинаково распределенная случайная величина ξ . То есть $V_{\text{св}\delta}(T_{\text{МЧТ}}) = V_{\text{св}}(T_{\text{МЧТ}}) + \xi$. Количество выборок может задаваться таким, чтобы относительная погрешность измерения была порядка 1–2 %.

Для решения интегрального уравнения (5) применим метод регуляризации Тихонова. Решая систему (7) при $N = 100$ и $L = 100$ для температур МЧТ в диапазоне от 300 К до 500 К с шагом 2 К, получим вектор столбец $\eta(\lambda, \alpha)$.

Теперь необходимо определить параметр регуляризации α . Для этого введём функцию невязки (8) и определим δ :

$$\delta^2 = \delta_{\text{отн}}^2 (T_{\text{МЧТ}2} - T_{\text{МЧТ}1}) \times \frac{V_{\text{св}\delta}(T_{\text{МЧТ}1})^2 + V_{\text{св}\delta}(T_{\text{МЧТ}2})^2}{2}, \quad (13)$$

где $\delta_{\text{отн}}$ – относительная погрешность измерения.

Результатом подстановки рассчитанного параметра α в вектор столбец $\eta(\lambda, \alpha)$ является набор значений квантовой эффективности для L точек разбиения спектрального диапазона $[\lambda_1, \lambda_2]$.

На рис. 2–4 показаны спектральные характеристики, построенные в среде программирования Wolfram Mathematica, полученные методом регуляризации Тихонова, в сравнении с теоретически заданными функциями (10)–(12).

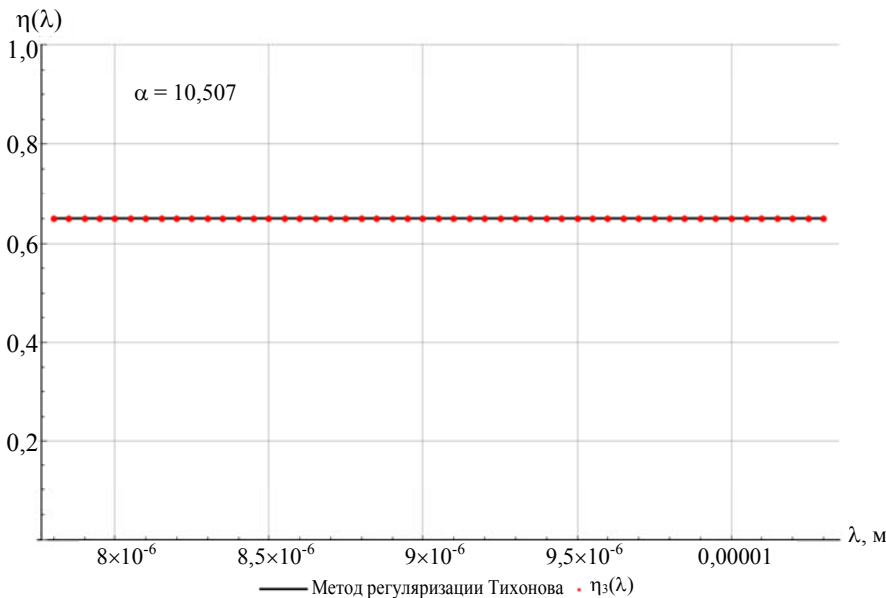


Рис. 2. Решение интегрального уравнения методом регуляризации Тихонова и $\eta_1(\lambda)$.

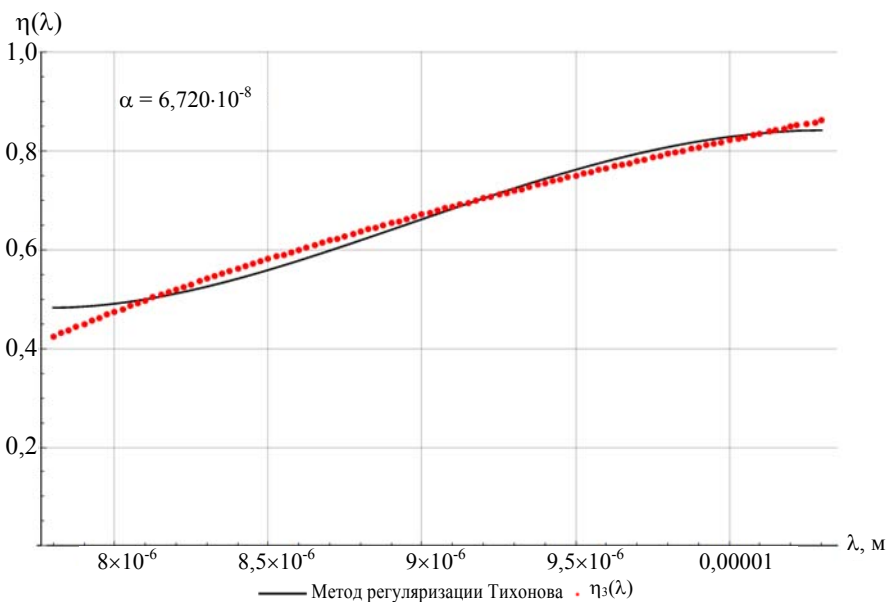


Рис. 3. Решение интегрального уравнения методом регуляризации Тихонова и $\eta_2(\lambda)$.

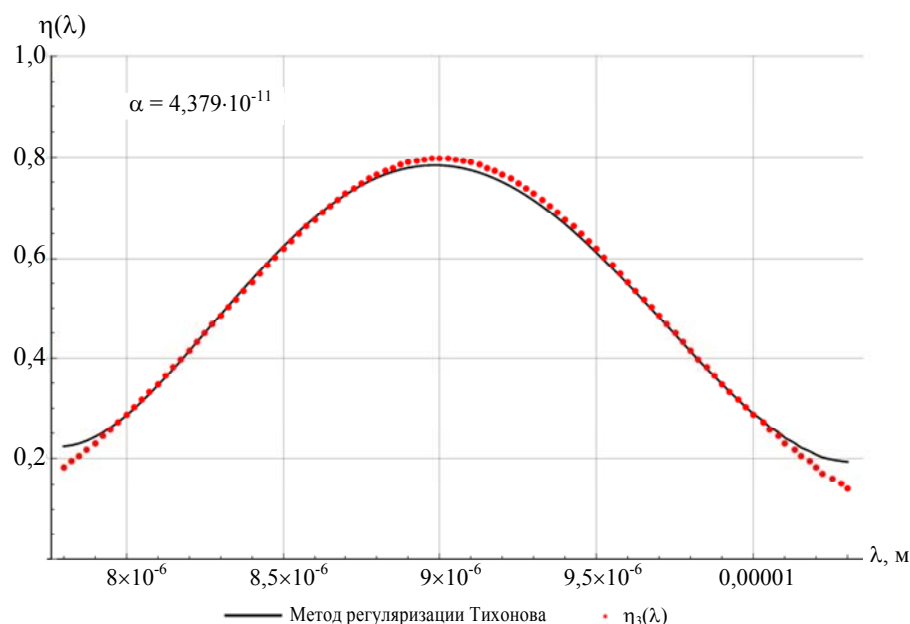


Рис. 4. Решение интегрального уравнения методом регуляризации Тихонова и $\eta_3(\lambda)$.

Из результатов, показанных на графиках, следует, что решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода предлагаемым методом регуляризации с достаточно высокой точностью описывает заданную спектральную характеристику $\eta(\lambda)$.

Таким образом, альтернативный метод измерения спектральной чувствительности ФЧЭ ИК МФПУ, позволяет корректно рассчитывать спектральную характеристику фотоприемников.

Заключение

В рамках разработанной математической модели удалось корректно применить метод регуляризации Тихонова по решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода и провести моделирование спектральной характеристики с достаточно высокой точностью. Предлагаемая теоретическая модель позволит исследовать пред-

лагаемый метод на стенде измерения сигналов ИК МФПУ.

Разработанный альтернативный метод измерения спектральной чувствительности ФЧЭ ИК МФПУ позволит измерять спектральную характеристику с высокой точностью, не используя дорогостоящие спектрометры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Госсорг Ж., Инфракрасная термография. Основы, техника, применение. – М., Изд. «Мир», 1988
2. Патрашин А.И. // Прикладная физика. 2010. № 2. С. 103.
3. Патрашин А.И., Бураков И.Д. и др. // Прикладная физика. 2014. № 1. С. 38.
4. ГОСТ 17772-88, Приложение 4. Госкомитет СССР по стандартам. – М., Изд. стандартов, 1988
5. Rogalski A. Infrared Detectors. – CRC Press, 2011
6. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

Mathematical model realizing technique for measuring spectral parameters of the IR array

V. S. Kovshov^{1,2}, A. I. Patrashin¹, and A. V. Nikonov^{1,2}

¹ Orion R&P Association
9 Kosinskaya str., Moscow, 111538, Russia
E-mail: orion@orion-ir.ru

² Moscow Physical and Technical Institute
9 Institutskii al., Dolgoprudny, Moscow Region, 141700, Russia

Received October 15, 2018

Spectral sensitivity is one of the most important characteristics of photodetectors. The new method of calculation of the spectral sensitivity of the infrared photosensitive element (IR PSE), using black body (BB) and the system of the infrared array signals registration, is considered. The model involved is based on the using of the BB with little radiant area, which radiation is modulated. For the calculation the Tikhonov regularization's method is applied to solve the Fredholm's integral equation. The offered model enables to research the method experimentally. The result enables to obtain the relation of voltage sensitivity or quantum efficiency from wave-length with high quality and without expensive spectrometers.

Keywords: spectral sensitivity, black body, infrared photosensitive element.

REFERENCES

1. G. Gaussorgues, *Infrared Thermography. Principles – Technology – Applications* (Mir, Moscow, 1988) [in Russian].
2. A.I. Patrashin et al., *Prikl. Fiz.*, No. 2, 103 (2010).
3. A.I. Patrashin et al., *Usp. Prikl. Fiz.*, No. 1, 38 (2014).
4. *GOST 17772-88*
5. A. Rogalski, *Infrared Detectors*, (CRC Press, 2011).
6. A.B. Vasileva and N.A. Tikhonov, *Integral Equations* (PHYSMATLIT, Moscow, 2002) [in Russian].