ФОТОЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.382 PACS: 85.30.De

Аналитическая модель МОП-транзистора на основе инверсионного заряда для мультиплексоров фотоприемных устройств, работающих при криогенных температурах

Ю. А. Якимов, И. С. Мощев, С. И. Диденко

В работе представлена физическая аналитическая компактная модель МОП-транзистора, работающего от комнатной до глубоко криогенной температуры, основанная на линеаризации заряда инверсионного слоя. Показано влияние вымораживания подложки и ионизации примеси, индуцированной полем, на электростатику транзистора. Температурное масштабирование ядра модели было получено с использованием точных уравнений для ширины запрещенной зоны, эффективной плотности состояний, уровня Ферми, энергии ионизации. Основное соотношение для инверсионного заряда с внешними напряжениями было дополнено эффектом неполной ионизации. Выведено уравнение для тока канала через инверсионные заряды, и расчеты были подтверждены с помощью приборно-технологического моделирования в TCAD.

Ключевые слова: МОП-транзистор, криогенная температура, компактная модель, вымораживание подложки, ионизация примеси, низкотемпературная электроника.

Ссылка: *Якимов Ю. А., Мощев И. С., Диденко С. И.* // Успехи прикладной физики. 2019. Т. 7. № 3. С. 277.
Reference: Yu. A. Yakimov, I. S. Moshchev, and S. I. Didenko, Usp. Prikl. Fiz. 7 (3), 277 (2019).

Введение

Криогенная электроника применяется во многих областях техники, например, таких как космическая аппаратура, охлаждаемая инфракрасная фотоэлектроника, квантовые вычисления, радиоастрономия [1–5]. Транзисторы со структурой метал-оксид-полупроводник (МОП), изготовленные по современной субмикронной КМОП-технологии, показывают возможность не только сохранения работоспособности, но и улучшения характеристик при снижении температуры вплоть до нескольких милликельвин [6]. Высокопроизводительные фотоприемные устройства среднего и дальнего ИК-диапазона, изготовленные по гибридной технологии, имеют в составе охлаждаемые кремниевые интегральные схемы считывания, проектирование которых усложняется из-за низких температур и неточных моделей приборов.

Стандартные компактные модели МОП-транзисторов, на данный момент доступные в программах схемотехнического моделирования, дают некорректные результаты для температуры ниже -55 °C (218 K) [5]. Это обусловлено упрощенными физическими моделями и неполным набором параметров, предоставляемых в составе библиотеки проектирования.

В данной работе представлена базовая аналитическая модель МОП-транзистора на основе подхода, связанного с зарядом инверсионного слоя, причем учитывающая вымораживание подложки и его влияние на электростатику в области канала.

Якимов Юрий Александрович[1,2], инженер 2 кат.
Мощев Иван Сергеевич[2], нач. дизайн-центра.
Диденко Сергей Иванович[1], зав. кафедрой, к.ф.-м.н.
[1] Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС».
Россия, 119049, Москва, Ленинский пр-т, 4.
[2] АО «НПО «Орион».
Россия, 111538, Москва, ул. Косинская, 9.

Статья поступила в редакцию 7 июня 2019 г.

© Якимов Ю. А., Мощев И. С., Диденко С. И., 2019

Электростатика МОП-транзистора при низкой температуре

В данном разделе представлены основные положения, лежащие в основе модели МОП-транзистора, имеющей широкий температурный диапазон и основанной на физических законах.

На рис. 1, *а* схематично показана структура МОП-транзистора с однородным легированием канала. При выводе модели допускается справедливость приближения плавного канала, и длина канала выбирается достаточно большой, чтобы эффекты короткого канала были пренебрежимо малы.

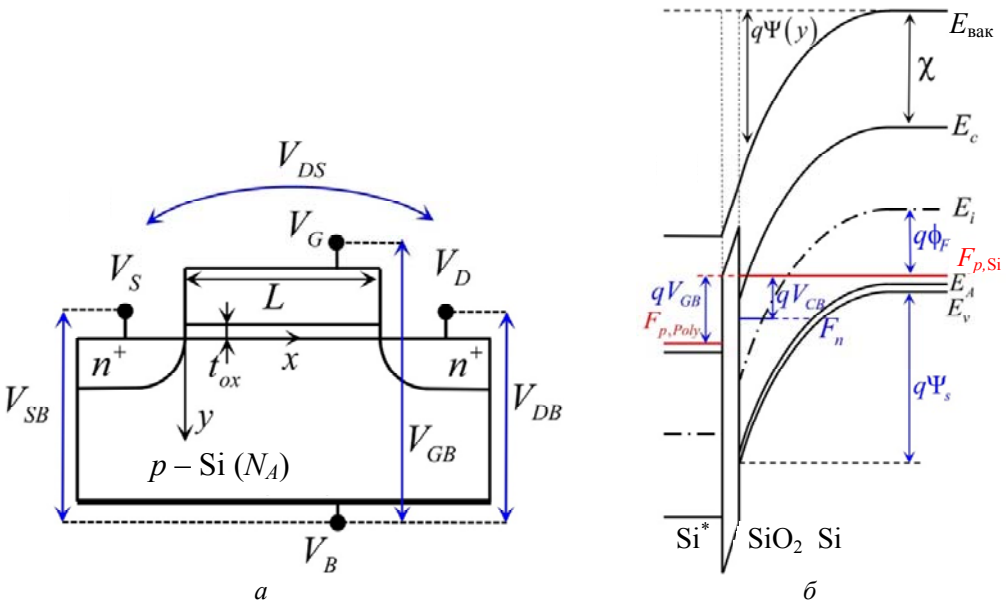

Рис. 1. Структура n-канального МОП-транзистора (а) и зонная диаграмма вертикального сечения канала (б).

На рис. 1, *б* изображена зонная диаграмма вертикального сечения канала МОП-транзистора в произвольной точке вдоль координаты *x*. Электростатика в транзисторах описывается с помощью уравнения Пуассона, в котором заряд определяется концентрацией подвижных носителей [7]:

$$\frac{\partial^2\Psi(y)}{\partial y^2} = -\frac{q}{\varepsilon_{\mathrm{Si}}}\left[p(y) - N_A^-(y) + N_D^+(y) - n(y)\right], \quad (1)$$

где $\Psi = (E_F - E_i)/q$ – электростатический потенциал, определенный относительно середины запрещенной зоны, E_{F} – уровень Ферми, E_i – энергетический уровень середины запрещенной зоны; y – координата в вертикальном направлении, q – заряд электрона, $\varepsilon_{\mathrm{Si}}$ – диэлектрическая проницаемость для кремния, $N_A^-(y)$ – концентрация ионизированной акцепторной примеси, $N_D^+(y)$ – концентрация ионизированной донорной примеси, $p(y)$ – концентрация дырок, $n(y)$ – концентрация электронов.

В качестве потенциала, относительно которого решается уравнение, выбирается точка в глубине объема, в которой соблюдается квазинейтральность. Вдоль канала транзистора потенциал распределен неравномерно из-за наличия напряжения сток-исток (V_{DS}). В связи с этим распределение подвижных электронов и дырок в канале определяется квазиуровнями Ферми F_n и F_p соответственно. В современных компактных моделях, напряжения определяются относительно подложки [7], что соответствует естественной симметрии МОП-транзистора. Соответственно вводится потенциал канала $V_{CB} = (F_p - F_n)/q$, определяемый разделением квазиуровней Ферми и равный

напряжению на истоке относительно подложки V_{SB} в начале канала и напряжению на стоке относительно подложки V_{DB} в конце канала.

Концентрацию подвижных носителей заряда можно выразить через электростатический потенциал, используя выражения квазиуровней Ферми для дырок и электронов [7]:

$$n(y) = n_0 e^{(\Psi(y)-V_{CB})/\varphi_t}, \quad p(y) = p_0 e^{-\Psi(y)/\varphi_t} \qquad (2)$$

где n_0 – равновесная концентрация электронов в объеме, $\varphi_t = kT/q$ – тепловой потенциал, p_0 – равновесная концентрация дырок в объеме, k – константа Больцмана, T – абсолютная температура. В МОП-транзисторе с каналом *n*-типа ток дырок пренебрежимо мал, поэтому можно с высокой точностью допустить равенство квазиуровня Ферми вблизи поверхности с уровнем для дырок в объёме, т. е. $F_p \cong F_{p0}$.

При равновесных условиях концентрация ионизированной примеси отличается от концентрации легирующей примеси, что особенно сильно проявляется при низких температурах из-за вымораживания. Но в МОП-структуре, благодаря ионизации в электрическом поле, в канале и области пространственного заряда ионизация будет почти полностью восстановлена, что обеспечивает работу приборов на сверхнизких температурах [5]. Концентрация ионизированных примесей по классической модели определяется путём обобщения выражения для равновесных условий на неравновесные с использованием распределения Ферми-Дирака $f(E_A)$.

$$N_A^-(\Psi) = f(E_A) N_A = \\ = \frac{N_A}{1 + g_a e^{(E_{A0} - q\Psi(y) - F_p)/q\varphi_t}} = \frac{N_A}{1 + a e^{-\Psi(y)/\varphi_t}}, \qquad (3)$$

где E_{A0} – акцепторный уровень в квазинейтральной области, $g_a = 4$ – фактор вырождения для дырок, N_A – концентрация акцепторной примеси в подложке, $a = g_a \exp\left[(E_{A0} - F_{p0})/q\varphi_t\right]$. Пренебрегая концентрацией доноров в подложке *p*-типа ($N_D^+ = 0$) и подставляя выражения для концентрации электронов и дырок (2), одномерное уравнение Пуассона можно представить в виде, в котором ионизация примеси будет определяться электрическим полем через потенциал $\Psi(y)$ и положение равновесного уровня Ферми F_{p0}.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\frac{q}{\varepsilon_{Si}} \times \\ \times \left[p_0 e^{-\Psi(y)/\varphi_t} - \frac{N_A}{1 + a e^{-\Psi(y)/\varphi_t}} - n_0 e^{(\Psi(y)-V_{CB})/\varphi_t} \right]. \qquad (4)$$

Умножив обе части уравнения на $2(\partial\Psi/\partial y)$ и проинтегрировав от точки в нейтральной области полупроводника до поверхности, можно получить выражение для потенциала на поверхности. Он определяет основную электростатику МОП-транзистора и дает выражение для квадрата электрического поля на поверхности, E_s^2.

$$\left(\frac{\partial \Psi_s}{\partial y}\right)^2 = E_s^2 = \frac{2q}{\varepsilon_{Si}} \times \\ \times \left[\begin{array}{l} p_0 \varphi_t \left(e^{-\Psi_s/\varphi_t} - 1\right) + N_A \varphi_t \ln\left[1 + \delta\left(e^{\Psi_s/\varphi_t} - 1\right)\right] + \\ + n_0 \varphi_t e^{-V_{CB}/\varphi_t} \left(e^{\Psi_s/\varphi_t} - 1\right) \end{array} \right] \qquad (5)$$

где Ψ_s – поверхностный потенциал, $\delta = N_{A0}^- / N_A = 1/(1+a)$ – параметр, определяющий степень ионизации в квазинейтральной подложке, N_{A0}^- – концентрация ионизированных акцепторов в подложке. Степень ионизации в подложке может быть определена аналитически с помощью статистики Больцмана по положению уровня Ферми, зависящего от температуры.

В случае решения уравнения при разделении квазиуровней Ферми, то есть когда потенциал канала V_{CB} не равен нулю, требуется запись уравнения электронейтральности в таком виде, чтобы в окрестности состояния плоских зон правая часть уравнения (5) всегда оставалась положительной. Также допускается приближение, что величина V_{CB} не зависит от координаты y, поэтому в равновесии $N_{A0}^- = p_0 - n_0 \exp(-V_{CB}/\varphi_t)$. Данный выбор яв-

ляется физически и математически обоснованным, как было представлено в работах по аналитическому решению уравнения Пуассона в длинноканальных транзисторах при комнатной температуре [7–9].

Исходя из статистики Больцмана, отношение концентрации дырок и электронов будет равно $n_0 = p_0 \exp\left(-2\phi_F / \varphi_t\right)$. Электрическое поле по определению $E(y) = -d\Psi / dy$. Заряд на поверхности определяется законом Гаусса $Q_c' = -E_s \varepsilon_{\mathrm{Si}}$, тогда поверхностный заряд на единицу площади определяется с помощью потенциала на поверхности

$$Q_c' = -sgn\left(\Psi_s\right)\gamma C_{ox}' \sqrt{\varphi_t} \sqrt{e^{-\Psi_s/\varphi_t} + f\left(\Psi_s\right)/\delta - 1 + e^{-(2\phi_F + V_{CB})/\varphi_t}\left(e^{\Psi_s/\varphi_t} - f\left(\Psi_s\right)/\delta - 1\right)}, \quad (6)$$

где $\gamma = \sqrt{2q\varepsilon_{Si} p_0} \Big/ C_{ox}'$ – коэффициент подложки, C_{ox}' – удельная емкость оксида, $f\left(\Psi_s\right) = \ln\left[1 + \delta\left(\exp\left(\Psi_s / \varphi_t\right) - 1\right)\right]$ – функция, определяющая влияние неполной ионизации примеси. При отсутствии вымораживания подложки, когда $\delta = 1$ и $p_0 \cong N_A$, уравнение (6) становится классическим результатом для комнатной температуры. Также полная ионизация может устанавливаться с помощью условия $g_a = 0$.

Для определения равновесной концентрации носителей заряда и степени ионизации $\delta = N_{A0}^- / N_A$ необходимо найти положение уровня Ферми. Допуская слабую компенсацию примесей, положение уровня относительно дна валентной зоны для области слабой и полной ионизации примеси будет равно [10]

$$\frac{F_{p0} - E_{v0}}{q} = \varphi_t \ln\left[\frac{N_v(T)}{2N_A} + \sqrt{\left(\frac{N_v(T)}{2N_A}\right)^2 + g_a e^{\left(E_{A0} - E_{v0}\right)/q\varphi_t} \frac{N_v(T)}{N_A}}\right], \quad (7)$$

где $N_v(T)$ – эффективная плотность состояний в валентной зоне. Таким образом, зависимость концентрации дырок от температуры определяется выражением $p_0 = N_v(T)\exp \times \left[\left(E_{v0} - F_{p0}\right) / q\varphi_t\right]$. Для невырожденного полупроводника допускается использование статистики Больцмана. При низких температурах неполная ионизация предотвращает вырождение полупроводника в случае легирования ниже порога вырождения 4×10^{18} см$^{-3}$. Можно показать, что уровень Ферми будет лежать в запрещенной зоне выше потолка валентной зоны более чем на $3kT$. Определяя потенциал Ферми как $\phi_F = \left(E_{i0} - F_{p0}\right) / q$, где E_{i0} – середина запрещенной зоны в глубине подложки, можно получить справедливое для широкого диапазона температур физическое выражение потенциала Ферми. Данный параметр играет важную роль в электростатике МОП-структуры.

В уравнении (7) несколько параметров имеют температурную зависимость, а именно, ширина запрещенной зоны $E_g(T)$ и эффективная плотность состояний $N_v(T)$. Важно определить данные величины в широком температурном интервале. Существует множество различных моделей зависимости ширины запрещенной зоны, которые основываются на эмпирических функциях или физических явлениях. В данной работе используется аппроксимирующая функция, полученная в работе [11].

$$E_g(T) = E_{g,T=0} + E_{g1}\left(\frac{T}{300}\right) + E_{g2}\left(\frac{T}{300}\right)^2 + E_{g3}\left(\frac{T}{300}\right)^3, \quad (8)$$

где $E_{g,T=0}$ = 1,17 эВ, E_{g1} = 0,00572 эВ, E_{g2} = -0,06948 эВ, E_{g3} = 0,018 эВ – коэффициенты, полученные по наилучшему соответствию с экспериментальными данными в диапазоне 0–400 К.

Эффективная плотность состояний в валентной зоне и зоне проводимости имеет температурную зависимость в виде [10]:

$$N_{v(c)}(T) = 2,5093\times$$
$$\times 10^{19}\left(\frac{m^*_{p(n)}(T)}{m_0}\right)^{1,5}\left(\frac{T}{300}\right)^{1,5}, \quad (9)$$

где m_0 – масса электрона, $m^*_{p(n)}(T)$ – эффективная масса плотности состояний для дырок и электронов, которая тоже зависит от температуры. В кремнии наблюдается относительно заметная зависимость эффективной массы дырок от температуры, что может быть обусловлено такими эффектами, как тепловое расширение кристаллической решетки, температурная зависимость функции распределения Ферми в непараболической зоне, температурная зависимость кривизны зоны из-за взаимодействия электронов и фононов [12]. Основной вклад в температурную зависимость для диапазона 0–400 К дает эффект непараболичности зон, что может быть получено из физических принципов [12], но для использования в компактной модели рациональнее использовать аппроксимацию в виде [11]

$$\frac{m^*_p(T)}{m_0} = \left(\frac{a+bT+cT^2+dT^3+eT^4}{1+fT+gT^2+iT^3+jT^4}\right)^{2/3}, \quad (10)$$

где $a = 0,443587$; $b = 0,3609528\times10^{-2}$ К$^{-1}$; $c = 0,1173515\times10^{-3}$ К$^{-2}$; $d = 0,1263218\times10^{-5}$ К$^{-3}$; $e = 0,3025581\times10^{-8}$ К$^{-4}$; $f = 0,4683382\times10^{-2}$ К$^{-1}$; $g = 0,2286895\times10^{-3}$ К$^{-2}$; $i = 0,7469271\times10^{-6}$ К$^{-3}$; $j = 0,1727481\times10^{-8}$ К$^{-4}$. Для *p*-канальных МОП-транзисторов с подложкой *n*-типа зависимость эффективной плотности состояний в зоне проводимости будет определяться эффективной массой электронов $m^*_n(T)$, и она хорошо согласуется с экспериментальными данными с помощью следующего выражения [11]:

$$m^*_n(T)/m_0 = 6^{2/3}\left(m_t^2 m_l\right)^{1/3} =$$
$$= 6^{2/3}\left[\left(0,1905E_g(0)/E_g(T)\right)^2 0,9163\right]^{1/3}, \quad (11)$$

где m_t – поперечная эффективная масса электрона, m_l – продольная эффективная масса электрона.

Используя формулы (7)–(10), можно найти температурные зависимости положения равновесного уровня Ферми в кремнии *p*-типа. На рис. 2 показаны результаты расчета для нескольких уровней легирования при условии, что энергия ионизации акцепторов равна 0,045 эВ и фактор вырождения g_a = 4. Для сравнения также показана температура истощения. Видно, что для относительно высокой концентрации примеси в подложке, которая характерна для современной субмикронной технологии, влияние частичной ионизации начинается уже при умеренно низких температурах (100–150 К).

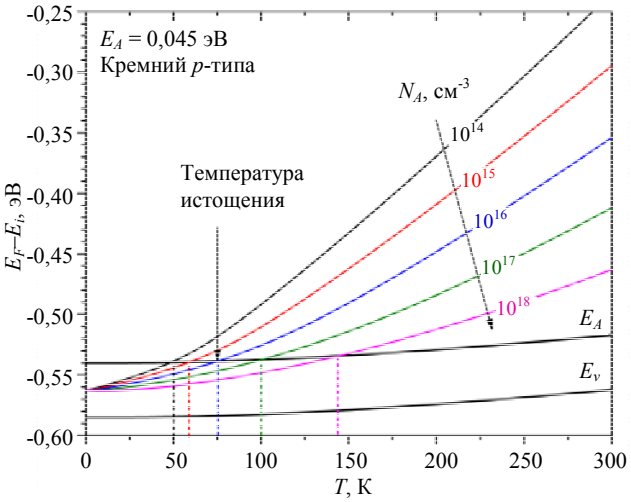

Рис. 2. Зависимость положения уровня Ферми в равновесных условиях для разных степеней легирования подложки из кремния.

Энергия ионизации примеси может значительно определять степень ионизации при низких температурах. Она имеет зависимость от концентрации из-за экранирования примесными атомами друг друга. Этот эффект выражается в том, что при превышении предела Мосса (например, 4×10^{18} см$^{-3}$ для бора и фосфора в кремнии), полупроводник становится полностью ионизированным для всех температур. Простое выражение, позволяющее найти энергию ионизации, для акцепторной примеси в случае легирования бором и фосфором [13]:

$$E_A = E_{A(D)0} + BN^{1/3}_{A(D)}, \quad (12)$$

где $E_{A(D)0}$ и B – эмпирические коэффициенты. Основными легирующими веществами в кремниевых МОП-транзисторах являются бор

и фосфор, для которых данные параметры составляют 0,045 эВ и $3{,}1\times10^{-8}$ эВ см соответственно [13]. В качестве легирующей примеси используются и другие материалы, например, при создании ретроградного профиля и pocket-областей применяется индий, который имеет энергию ионизации порядка 0,16 эВ [14]. Из-за этого влияние неполной ионизации будет выраженным, особенно при криогенной температуре. Также в зависимости от типа примеси и требуемой точности моделирования используют и другие функциональные формы зависимости энергии активации от концентрации [15, 16], поэтому для простоты энергию ионизации в компактной модели допускается использовать в качестве подгоночного параметра.

Линеаризация заряда инверсионного слоя

Выражение для электрического поля (5) справедливо для всех режимов работы, но отбросив члены малого порядка для режима инверсии из общего решения, можно получить приближение:

$$E_s^2 = \frac{2q\varphi_t p_0}{\varepsilon_{Si}}\left[\frac{\Psi_s + \ln\delta}{\delta} + e^{(\Psi_s - 2\phi_F - V_{CB})/\varphi_t}\right]. \quad (13)$$

Также упрощается функция неполной ионизации до константы, равной $\ln\delta$. Полный заряд на границе полупроводника и подзатворного диэлектрика будет определен в виде выражения:

$$Q_c' = -\frac{\gamma}{\sqrt{\delta}} C_{ox}'\sqrt{\varphi_t}\times \\ \times\sqrt{\Psi_s/\varphi_t + \ln\delta + e^{(\Psi_s - 2\phi_F - V_{CB})/\varphi_t + \ln\delta}}. \quad (14)$$

Концентрация электронов в подложке в сравнении с концентрацией дырок и собственных носителей пренебрежимо мала, особенно при низких температурах. Поэтому с хорошей точностью, можно допустить, что концентрация ионизированных акцепторов в нейтральной подложке равна концентрации дырок $N_{A0}^- \cong p_0$. Из этого следует, что $N_A = N_{A0}^- / \delta \cong p_0/\delta$. Таким образом, коэффициент подложки преобразуется к виду $\gamma/\sqrt{\delta} = \sqrt{2q\varepsilon_{\mathrm{Si}} p_0}/\left(\sqrt{\delta}C_{ox}'\right)$, и можно переопределить, что $\gamma = \sqrt{2q\varepsilon_{\mathrm{Si}} N_A}/C_{ox}'$. Т. е. коэффициент подложки определяется полной концентрацией примеси N_A и не зависит от температуры для всего диапазона, включая глубокое охлаждение.

Применяя приближение поверхностного заряда, можно разделить заряд в полупроводнике на сумму инверсионного и объемного. Толщина инверсионного слоя будет очень малой по сравнению со слоем отрицательно заряженных акцепторов в ОПЗ, и её величиной можно пренебречь. Объемный заряд, который включает в себя заряд ОПЗ и дырок, тоже может быть выражен с помощью поверхностного потенциала.

$$Q_B' = -sgn\left(\Psi_s\right)\gamma C_{ox}'\sqrt{\varphi_t}\times \\ \times\sqrt{\delta e^{-\Psi_s/\varphi_t} + \ln\left[1+\delta\left(e^{\Psi_s/\varphi_t}-1\right)\right] - \delta}. \quad (15)$$

Это приближение применимо в любом режиме работы, включая аккумуляцию. В режиме инверсии член $\delta\exp\left(-\Psi_s/\varphi_t\right) - \delta$ очень мал, и тогда заряд хорошо аппроксимируется выражением:

$$Q_B' = -\gamma C_{ox}'\sqrt{\varphi_t}\sqrt{\Psi_s/\varphi_t + \ln\delta}. \quad (16)$$

Из уравнения для полного и объемного заряда, получается простое выражение для инверсионного заряда, как функция поверхностного потенциала, справедливое для широкого интервала температур, включая глубокое охлаждение до 4,2 К.

$$Q_i' = -\gamma C_{ox}'\sqrt{\varphi_t}\times \\ \times\left(\begin{array}{l}\sqrt{\Psi_s/\varphi_t + \ln\delta + e^{(\Psi_s - 2\phi_F - V_{CB})/\varphi_t + \ln\delta}} - \\ -\sqrt{\Psi_s/\varphi_t + \ln\delta}\end{array}\right). \quad (17)$$

Таким образом, эффект неполной ионизации в первую очередь будет влиять на характеристики в слабой инверсии и обеднении. Так как он аппроксимируется постоянной величиной, то это выражается, например, в уменьшении порогового напряжения.

На рис. 3 показаны температурные зависимости потенциала, характеризующего влияние неполной ионизации $\varphi_t \ln\delta$ для различных уровней легирования в подложке. В случае, когда энергия ионизации акцепторов E_A имеет постоянную величину 0,045 эВ для всего интервала температур и уровней легирования, неполная ионизация проявляется сильнее в подложке с меньшей концентрацией примеси. Для глубоких криогенных температур, например, при температуре жидкого гелия (4,2 К) добавочный потенциал наибольший и составляет приблизительно 23 мВ, что уже может существенно повлиять на точную подстройку параметров транзистора. Также сплошными линиями показаны графики с учетом зависимости энергии ионизации от концентрации примеси по выражению (12). В таком случае для умеренных температур добавочный потенциал имеет небольшую величину и меньшие различия при разной концентрации примеси, но при снижении температуры ниже 77 К он возрастает.

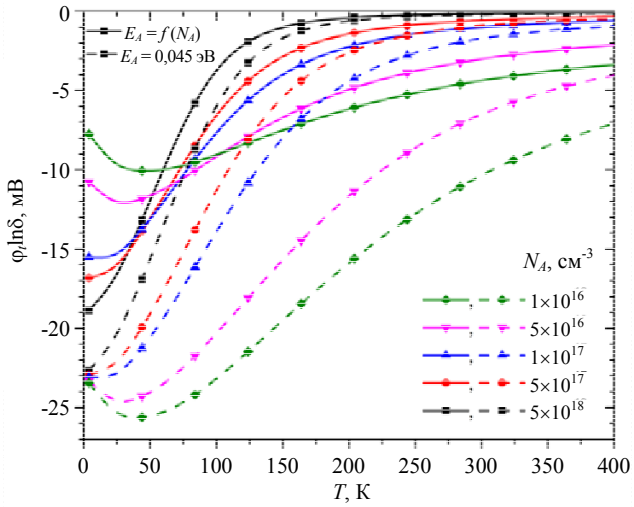

Рис. 3 Зависимость потенциала неполной ионизации $\varphi_t \ln\delta$ в транзисторе от температуры для разных уровней легирования (1×10^{16} – 1×10^{18} см$^{-3}$) подложки p-типа.

При выводе выражения тока и полных зарядов для динамической модели необходимо проводить интегрирование вдоль канала. Использование уравнений зависимости заряда инверсионного слоя от потенциала в общем виде приводит к невозможности интегрирования в аналитическом виде. В связи с этим необходимо сделать некоторые упрощения. Вычисление интеграла значительно упрощается, если представить функцию заряда в виде ряда Тейлора, разложив до линейной функции.

$$Q_i' = Q_i'(\Psi_{se}) + \left.\frac{\partial Q_i'}{\partial \Psi_s}\right|_{\Psi_s=\Psi_{se}} (\Psi_s - \Psi_{se}) = \\ = Q_i'(\Psi_{se}) + n_q C_{ox}'(\Psi_s - \Psi_{se}) \quad (18)$$

где $n_q = \frac{1}{C_{ox}'}\left.\frac{\partial Q_i'}{\partial \Psi_s}\right|_{\Psi_s=\Psi_{se}}$ – коэффициент наклона, Ψ_{se} – потенциал, в котором проводится линеаризация. Такое определение не приводит к существенной погрешности благодаря тому, что инверсионный заряд в сильной инверсии практически линейно зависит от поверхностного потенциала при фиксированном напряжении на затворе. В моделях на основе поверхностного потенциала точкой линеаризации выбирается средний потенциал между стоком и истоком [17]. Модели на основе заряда обычно основываются на потенциале отсечки Ψ_{sa}, при котором инверсионный заряд $Q_i'(\Psi_{sa}) = 0$ [18]. Тогда используется аппроксимация заряда в виде $Q_i' = n_q C_{ox}'(\Psi_s - \Psi_{sa})$.

Определение коэффициента наклона через производную заряда в потенциале отсечки дает большую погрешность в области сильной инверсии. Поэтому параметр n_q задается более оптимально через наклон секущей для функции порогового напряжения, определенной между потенциалом отсечки и некоторым потенциалом, например, в области сильной инверсии $\Phi_0 = 2\phi_F + 4\varphi_t$ [18], и в случае неполной ионизации коэффициент наклона будет равен выражению:

$$n_q = 1 + \frac{\gamma}{\sqrt{\varphi_t}\left(\sqrt{\Psi_{sa}/\varphi_t + \ln\delta} + \sqrt{\Phi_0/\varphi_t + \ln\delta}\right)}. \quad (19)$$

Потенциал можно определить как функцию заряда и коэффициента линеаризации в виде:

$$\Psi_s = \Psi_{sa} + Q_i' / \left(n_q C_{ox}'\right). \quad (20)$$

Подставив (20) в уравнение зависимости инверсионного заряда от потенциала (17) и введя нормировку $q_i = Q_i^{'} / \left(-2n_q \varphi_t C_{ox}^{'}\right)$, $\psi_{sa} = \Psi_{sa} / \varphi_t$, $v_{cb} = V_{CB} / \varphi_t$, $\phi_f = \phi_F / \varphi_t$, $\gamma_n = \gamma / \sqrt{\varphi_t}$, можно получить уравнение, которое используется в моделях на основе заряда, но дополненное эффектом неполной ионизации примеси через коэффициент $\ln\delta$.

$$\ln\left[\frac{2n_q}{\gamma_n}\left(\frac{2n_q q_i}{\gamma_n} + 2\sqrt{\psi_{sa} - 2q_i + \ln\delta}\right)\right] + \\ +2q_i + \ln q_i = \psi_{sa} - 2\phi_f - v_{cb} + \ln\delta. \quad (21)$$

Данное уравнение связывает внешние приложенные напряжения с инверсионным зарядом, вымораживание подложки учитывается через параметр δ, потенциал Ψ_{sa} и коэффициент наклона n_q. Уравнение является трансцендентным, поэтому решается численными методами либо аналитическим приближением [19].

На рис. 4 изображены зависимости инверсионного заряда от поверхностного потенциала при различных напряжениях на затворе, найденные с помощью решения уравнений (20) и (21).

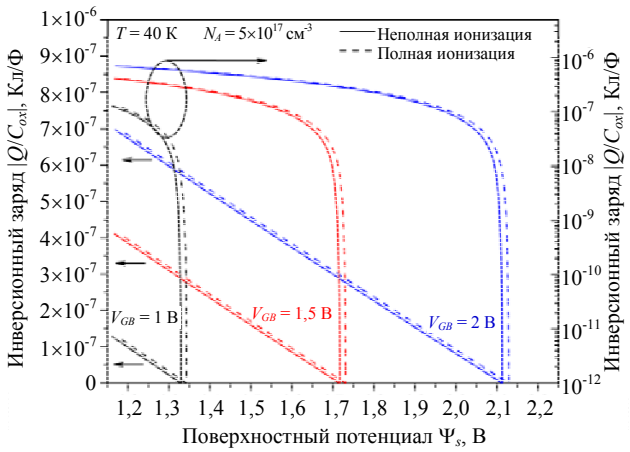

Рис. 4. Зависимость инверсионного заряда от поверхностного потенциала при фиксированном напряжении на затворе в случае полной и неполной ионизации.

Графики получены с учетом неполной ионизации и для сравнения также приведены результаты с полной ионизацией. Как было отмечено ранее, основной вклад эффекта ионизации, стимулированной полем, заключается в более раннем образовании инверсионного слоя.

Уравнение поверхностного потенциала и потенциал отсечки

Условие баланса зарядов и потенциалов позволяет получить уравнение поверхностного потенциала (УПП), которое лежит в основе большинства современных компактных моделей:

$$V_{GB} = \Psi_s + V_{FB} - \frac{Q_c^{'}}{C_{ox}^{'}} = \Psi_s + V_{FB} - \frac{Q_i^{'} + Q_B^{'}}{C_{ox}^{'}}, \quad (22)$$

где $V_{FB} \equiv \Phi_{MS} - Q_{ox}^{'} / C_{ox}^{'}$ – напряжение плоских зон, которое определяется разностью работ выхода и встроенным зарядом в диэлектрике. Из рис. 1 можно определить, что разность работ выхода будет определяться выражением:

$$q\Phi_{MS} = q\Phi_M - \left(\chi + 0,5E_g + q\phi_F\right) = \\ = -E_{Fpoly} - \left(0,5E_g + \phi_F\right), \quad (23)$$

где $q\Phi_M$ – термодинамическая работа выхода в затворе, в том числе металлическом, E_{Fpoly} – уровень Ферми в вырожденном поликремниевом затворе, который практически не зависит от температуры и может быть подгоночным параметром. В данном случае рассматривается затвор из поликремния.

В моделях на основе поверхностного потенциала УПП связывает все внешние приложенные напряжения с потенциалом. В моделях на основе заряда оно используется для вычисления потенциала отсечки, когда инверсионный заряд пренебрежимо мал. Приравнивая инверсионный заряд $Q_i^{'}$ к нулю, можно определить, что потенциал отсечки зависит только от напряжения на затворе.

$$V_{GB} = \Psi_{sa} + V_{FB} + sgn\left(\Psi_{sa}\right)\gamma\sqrt{\varphi_t}\sqrt{\delta e^{-\Psi_{sa}/\varphi_t} + \ln\left[1 + \delta\left(e^{\Psi_{sa}/\varphi_t} - 1\right)\right] - \delta}. \quad (24)$$

В общем виде уравнение применимо для всех режимов работы – от аккумуляции до слабой инверсии, но у него нет аналитического решения. Решение можно получить методом Ньютона, либо с помощью аналитического приближения, аналогично моделям EKV и BSIM-BULK [19]. Неполная ионизация, возникающая в случае низких температур, осложняет определение надежного и точного аналитического приближения. Поэтому использование численного метода Ньютона с простым начальным приближением в данной модели более предпочтительно, несмотря на возрастающие вычислительные затраты.

Получив выражения для зарядов в полупроводнике в виде суммы $Q_i^{'} + Q_B^{'}$, можно вычислить вольт-фарадные характеристики с помощью выражения

$$C_{GG} = -dQ_i^{'}/dV_G - dQ_B^{'}/dV_G . \qquad (25)$$

На рис. 5 приведены рассчитанные нормированные емкости структуры длинноканального транзистора в режиме равных напряжений на истоке и стоке. Видно, что аналитическая модель очень хорошо согласуется с численным двумерным моделированием в TCAD. Также следует отметить наличие перегиба вблизи напряжения плоских зон, возникающего при низких температурах при приближении уровня Ферми к уровню акцепторов, когда резко изменяется степень ионизации и происходит вымораживание подложки в равновесном состоянии. Со снижением температуры или для примесей с большой энергией ионизации данный эффект проявляется сильнее.

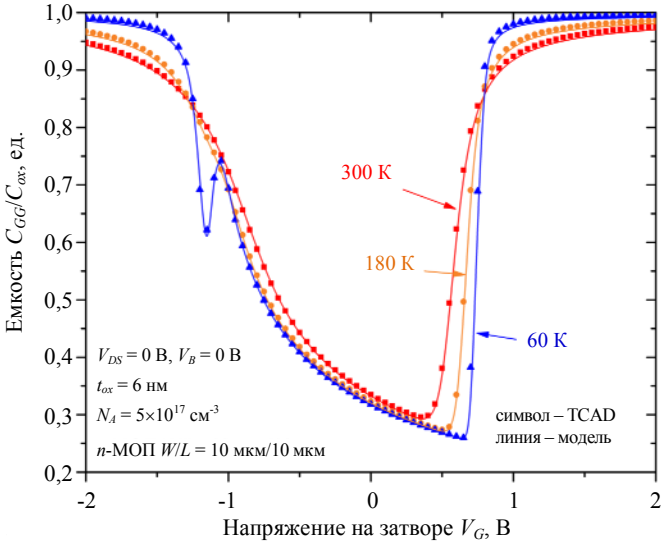

Рис. 5. Вольт-фарадные характеристики транзистора с длинным каналом для различных температур, полученные с помощью уравнений компактной модели (15), (21) и (24) и численным моделированием в TCAD.

Модель тока канала и обсуждение результатов

Для вычисления тока, протекающего от стока к истоку, в аналитическом виде, необходимо определить несколько допущений. Во-первых, величина продольного электрического поля E_x намного меньше поперечного поля E_y. В таком случае применимо приближение плавного канала, и уравнение Пуассона можно решать в одномерном виде. Во-вторых, ток дырок пренебрежимо мал, поэтому ток канала состоит полностью из тока электронов. В-третьих, скорость генерации-рекомбинации допускается равной нулю, тогда согласно уравнению непрерывности в статичном режиме дивергенция тока в канале в любой точке равна нулю, и поэтому ток I_{DS} постоянный в любой точке. В-четвертых, ток течёт только вдоль канала.

В случае комнатной температуры механизмом протекания тока является дрейф в электрическом поле и диффузия, возникающая вследствие градиента концентрации носителей заряда. Измерения показывают, что для криогенных температур применим такой же механизм транспорта, и нет необходимости учета квантового и баллистического транспорта в канале [20]. Выражая каждую состав-

ляющую тока через потенциал и поверхностный удельный заряд, можно получить выражение [7]:

$$I_{DS} = \mu W\left(-Q_i^{'}\right)\frac{d\Psi_s}{dx} + \mu W \varphi_t \frac{dQ_i^{'}}{dx}. \qquad (26)$$

Заменяя потенциал на заряд с помощью линейного соотношения (20), получим $d\Psi_s = dQ_i^{'}/\left(n_q C_{ox}^{'}\right)$, и, проводя интегрирование вдоль канала, можно получить выражение для тока в простом виде

$$I_{DS} = -2n_q \mu C_{ox}^{'} \frac{W}{L} \varphi_t^2 \int_{q_s}^{q_d} \left(2q_i + 1\right) dq_i = \\ = 2n_q \mu C_{ox}^{'} \frac{W}{L} \varphi_t^2 \left(q_s - q_d\right)\left(q_s + q_d + 1\right), \qquad (27)$$

где $q_{s(d)}$ – нормированный инверсионный заряд на истоке и стоке соответственно, найденный из формулы (21). Данное выражение является базовым соотношением для вычисления тока в современных компактных моделях на основе инверсионного заряда, применимое во всех режимах работы транзистора [18]. Эффекты, связанные с температурным масштабированием, включены в модель при определении коэффициента наклона и зарядов на стоке и истоке.

На рис. 6 показаны вольт-амперные характеристики длинноканального транзистора в линейном режиме (V_{DS} = 0,05 В), рассчитанные с помощью компактной модели и численного моделирования системы дифференциальных уравнений в TCAD. В обоих случаях использовалась одинаковая модель подвижности, и для простоты учитывалась зависимость подвижности только от концентрации примеси и температуры [20].

На рис. 6 видно, что при снижении температуры увеличивается пороговое напряжение, что, в первую очередь, связано с изменением уровня Ферми в нейтральной подложке. В режиме слабой инверсии ток в канале имеет экспоненциальную зависимость от напряжения на затворе, соответственно снижение температуры приводит к снижению подпорогового наклона. Также увеличивается ток в открытом состоянии из-за роста подвижности, что также подтверждается с помощью измерений [6, 21]. В МОП-транзисторах, изготовленных по современным субмикронным технологическим нормам, сильно проявляется эффект снижения подвижности в поперечном поле из-за тенденции увеличения концентрации примеси в подложке, а также насыщения скорости носителей заряда в продольном поле из-за уменьшения длины канала. В базовой модели это не учитывается, но порядок изменения подвижности с температурой определяется подвижностью в низком поле.

На рис. 7 показаны выходные вольт-амперные характеристики для комнатной температуры (300 К) и температуры жидкого азота (77 К). Семейство выходных характеристик позволяет оценить режим насыщения и переход в линейную область. Как видно, модель точно соответствует результатам приборно-технологического моделирования.

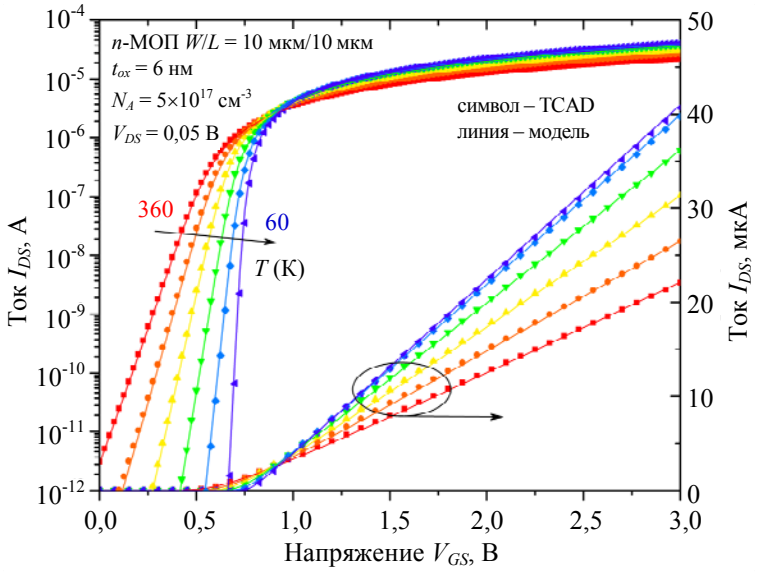

Рис. 6. Вольт-амперные характеристики в линейном режиме (V_{DS} = 0,05 В), полученные с помощью модели и TCAD для широкого интервала температур.

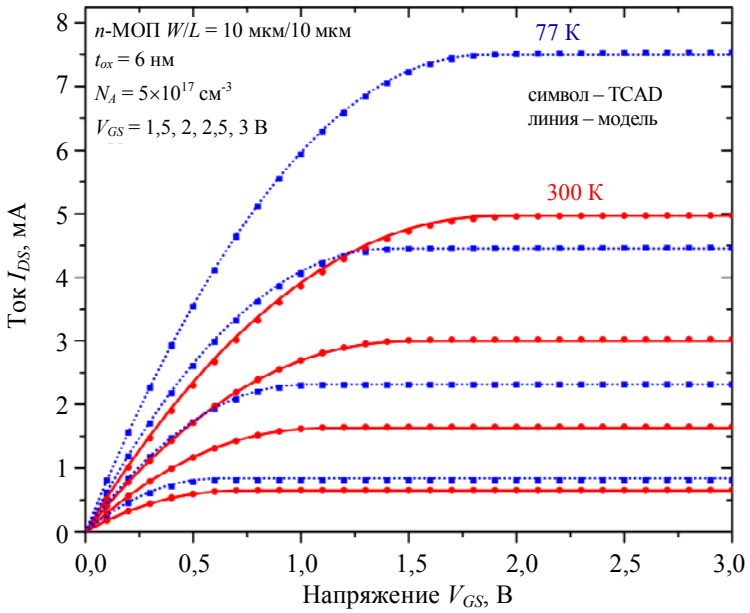

Рис. 7. Выходные вольт-амперные характеристики в режиме сильной инверсии, полученные с помощью модели и TCAD.

Заключение

В данной статье представлена аналитическая компактная модель МОП-транзистора, полученная с помощью решения уравнения Пуассона и дрейфово-диффузионного транспорта в канале. В уравнения электростатики включены эффекты вымораживания примеси и ионизации в поле. Использовались точные уравнения для ширины запрещенной зоны, эффективной плотности состояний, уровня Ферми, энергии ионизации для температурного масштабирования ядра модели до глубоких криогенных температур. Показано, что аппроксимация решения уравнения Пуассона и линеаризация зарядов позволяет в простом виде включить в модель тока эффект неполной ионизации при снижении температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chen T., Zhu C., Najafizadeh L., Jun B., Ahmed A., Diestelhorst R., Espinel G., Cressler J. D.* // Solid-State Electronics. 2006. Vol. 50. No. 6. P. 959.

2. *Das K.* Low Temperature Microelectronics Design for Digital Readout of Single Electron Transistor Electrometry. PhD Thesis. 2013.

3. *Кузнецов П. А., Мощев И. С., Сало В. В., Кощанцев Н. Ф.* // Успехи прикладной физики. 2014. Т. 2. № 6. С. 163.

4. *Козлов К. В., Патрашин А. И., Бурлаков И. Д., Бычковский Я. С., Дражников Б. Н., Кузнецов П. А.* // Успехи прикладной физики. 2017. Т. 5. № 1. С. 63.

5. *Patra B., Incandela R. M., Van Dijk J., Homulle H., Song L., Shahmohammadi M., Staszewski R. B., Vladimirescu A., Babaie M., Sebastiano F., Charbon E.* // IEEE J. Solid-State Circuits. 2017. Vol. 53. No. 1. P. 309.

6. *Incandela R., Song L., Homulle H., Charbon E., Vladimirescu A., Sebastiano F.* // IEEE Journal of the Electron Devices Society. 2018. Vol. 6. P. 996.

7. *Tsividis Y., McAndrew C. C.* Operation and Modeling of the MOS Transistor (3rd ed.). – Oxford University Press, 2010.

8. *Wu W., Chen T., Gildenblat G., McAndrew C. C.* // IEEE Transactions on Electron Devices. 2004. Vol. 51. No. 7. P. 1196.

9. *McAndrew C.C., Victory J. J.* // IEEE Transactions on Electron Devices. 2002. Vol. 49. No. 1. P. 72.

10. *Шалимова К. В.* Физика полупроводников. – М.: Лань, 2010.

11. *Green M.* // Journal of Applied Physics. 1990. Vol. 67. No. 6. P. 2944.

12. *Gutierrez D. E., Deen J., Claeys C.* Low Temperature Electronics: Physics, Devices, Circuits, and Applications. – Academic Press, 2000.

13. *Akturk A., Allnutt J., Dilli Z., Goldsman N., Peckerar M.* // IEEE Transactions on Electron Devices. 2007. Vol. 54. No. 11. P. 2984.

14. *Красников Г. Я.* Конструктивно-технологические особенности субмикронных МОП-транзисторов. – М.: Техносфера, 2011.

15. *Schenk A., Altermatt P., Schmithusen B.* / Proceedings of International Conference on Simulation of Semiconductor Processes and Devices (SISPAD 2006. International Conference), p. 51.

16. *Forster M., Cuevas A., Fourmond E., Rougieux F. E., Lemiti M.* // Journal of Applied Physics. 2012. Vol. 111. No. 4. P. 043701.

17. *Gildenblat G.* Compact Modeling Principles. – Springer, 2010.

18. *Enz C. C., Vittoz E. A.* Charge-Based MOS Transistor Modeling: The EKV Model for Low-Power and RF IC Design. – Wiley, 2006.

19. *Chauhan Y., Chalkiadaki M., Karim M., Agarwal H., Khandelwal S., Paydavosi N., Duarte J., Enz C. C., Nik-*

nejad A., Hu C. // IEEE Transactions on Electron Devices. 2014. Vol. 61. No. 2. P. 234.

20. *Selberherr S.* Analysis and Simulation of Semiconductor Devices. – Springer Verlag, 1984.

21. *Incandela R., Song L., Homulle H., Sebastiano F., Charbon E., Charbon A.* / Proceedings of 47th European Solid-State Device Research Conference (ESSDERC 2017. European Conference), p. 58.

PACS: 85.30.De

Analytical charge-based MOS transistor model for readout integrated circuits operating at cryogenic temperature

Yu. A. Yakimov[1,2], I. S. Moshchev[2], and S. I. Didenko[1]

[1] National University of Science and Technology MISIS
4 Leninsky Prospect, Moscow, 119049, Russia

[2] Orion R&P Association, JSC
9 Kosinskaya st., Moscow, 111538, Russia
E-mail: orion@orion-ir.ru

Received June 7, 2019

This paper presents a physics-based analytical compact model for MOS transistors operating from deep cryogenic to room temperature, the intrinsic part of this model is derived using inversion charge linearization approach. Influence of substrate freeze-out and field-induced ionization is included in transistor electrostatics. Precise expressions for silicon bandgap, effective density of states, Fermi-level and dopant activation energy are included in temperature dependence of model. Incomplete ionization effect is added to general inversion charge-voltage relation. The expression of current is derived in terms of inversion charge and results are validated with technology computer-aided design (TCAD) data.

Keywords: MOS transistor, cryogenic temperature, compact model, substrate freeze-out, dopant ionization, low-temperature electronics.

REFERENCES

1. T. Chen, C. Zhu, L. Najafizadeh, B. Jun, A. Ahmed, R. Diestelhorst, G. Espinel, and J. D. Cressler, Solid-State Electronics **50** (6), 959 (2006).

2. K. Das, *Low Temperature Microelectronics Design for Digital Readout of Single Electron Transistor Electrometry*. (PhD Thesis. 2013).

3. P. A. Kuznetsov, I. S. Moshchev, V. V. Salo, and N. F. Koshantsev, Usp. Prikl. Fiz. **2** (6), 163 (2014).

4. K. V. Kozlov, A. I. Patrashin, I. D. Byrlakov, Y. S. Bychkovsky, B. N. Drazhnikov, and P. A. Kyznetsov, Usp. Prikl. Fiz. **5** (1), 63 (2017).

5. B. Patra, R. M. Incandela, J. Van Dijk, H. Homulle, L. Song, M. Shahmohammadi, R. B. Staszewski, A. Vladimirescu, M. Babaie, F. Sebastiano, and E. Charbon, IEEE J. Solid-State Circuits **53** (1), 309 (2017).

6. R. Incandela, L. Song, H. Homulle, E. Charbon, A. Vladimirescu, and F. Sebastiano, IEEE Journal of the Electron Devices Society **6**, 996 (2018).

7. Y. Tsividis and C. C. McAndrew, *Operation and Modeling of the MOS Transistor* (*3-rd ed.*). (Oxford University Press, 2010).

8. W. Wu, T. Chen, G. Gildenblat, and C. C. McAndrew, IEEE Transactions on Electron Devices **51** (7), 1196 (2004).

9. C. C. McAndrew and J. J. Victory, IEEE Transactions on Electron Devices **49** (1), 72 (2002).

10. K. V. Shalimova, *Physics of Semiconductor* (Lan', Moscow, 2010) [in Russian].

11. M. Green, Journal of Applied Physics **67** (6), 2944 (1990).

12. D. E. Gutierrez, J. Deen, and C. Claeys, *Low Temperature Electronics: Physics, Devices, Circuits, and Applications* (Academic Press, 2000).

13. A. Akturk, J. Allnutt, Z. Dilli, N. Goldsman, and M. Peckerar, IEEE Transactions on Electron Devices **54** (11), 2984 (2007).

14. G. Ya. Krasnikov, *Constr. & Techn. Features of the submicron MOP-transistors.* (Tekhnosfera, Moscow, 2011) [in Russian].

15. A. Schenk, P. Altermatt, and B. Schmithusen, in Proceedings *of International Conference on Simulation of Semiconductor Processes and Devices.* (SISPAD 2006. International Conference), p. 51.

16. M. Forster, A. Cuevas, E. Fourmond, F. E. Rougieux, and M. Lemiti, Journal of Applied Physics **111** (4), 043701 (2012).

17. G. Gildenblat, *Compact Modeling Principles* (Springer, 2010).

18. C. C. Enz and E. A. Vittoz, *Charge-Based MOS Transistor Modeling: The EKV Model for Low-Power and RF IC Design*. (Wiley, 2006).

19. Y. Chauhan, M. Chalkiadaki, M. Karim, H. Agarwal, S. Khandelwal, N. Paydavosi, J. Duarte, C. C. Enz, A. Niknejad, and C. Hu, IEEE Transactions on Electron Devices **61** (2), 234 (2014).

20. S. Selberherr, *Analysis and Simulation of Semiconductor Devices*. (Springer Verlag, 1984).

21. R. Incandela, L. Song, H. Homulle, F. Sebastiano, E. Charbon, and A. Charbon, in *Proceedings of 47th European Solid-State Device Research Conference.* (ESSDERC 2017. European Conference), p. 58.