

УДК 621.391

PACS: 96

DOI: 10.51368/2307-4469-2023-11-4-285-299

EDN: FHIBBG



Алгоритмы обработки изображений космического мусора в наземной матрице апертурного синтеза

К. Н. Свиридов

Рассматривается проблема контроля фрагментов космического мусора техногенного происхождения. Для динамичных низкоорбитальных фрагментов исследуются алгоритмы цифровой статистической обработки коротко-экспозиционных изображений, получаемых в безизбыточной матрице апертурного синтеза. Специфические особенности оптической передаточной функции (ОПФ) безизбыточной матрицы, а именно, ее «островной» характер, приводят к трудностям восстановления неискаженного атмосферой пространственного спектра объекта контроля во всей пространственно-частотной области матрицы. Показано, что для восстановления неискаженного атмосферой модуля пространственного спектра объекта во всей области пространственных частот матрицы необходимо использовать модифицированный нами алгоритм метода Лайбери. Для восстановления фазы пространственного спектра объекта на «островах» пространственно-частотной области необходимо использовать модифицированный алгоритм метода Нокса-Томпсона, а для сшивания фаз, полученных в «островах», по всей области пространственных частот матрицы и восстановления фазы пространственного спектра от объекта необходимо использовать модифицированный алгоритм метода тройных корреляций.

Ключевые слова: безизбыточная матрица, метод Лабейри, метод Нокса-Томпсона, метод замкнутых фаз, метод тройных корреляций, разворачивание уравнений замкнутых фаз.

Введение

Возрастающая опасность случайных столкновений искусственных спутников Земли и пилотируемых космических кораблей (КК) с различными нефункционирующими объектами и их фрагментами искусственного происхождения, так называемым космическим мусором, как результатом техногенных катастроф прошлых лет, также, как и опасность неконтролируемого падения космического мусора на Землю в районы крупных городов и

атомных станций, свидетельствует об актуальности и необходимости решения проблемы контроля космического мусора для снижения риска и уменьшения последствий техногенных катастроф в будущем.

В ранее опубликованной работе [1] мы рассмотрели эту проблему, а, в частности, провели аналоговое и машинное моделирование технологий получения и обработки изображений космического мусора в безизбыточной наземной матрице апертурного синтеза. Для динамичных фрагментов космического мусора, наблюдаемых на низких орбитах, предложено получать и обрабатывать серии коротко-экспозиционных изображений объектов контроля, регистрируемых при фиксированном положении телескопов матрицы с безизбыточным расположением их субапертур, то есть, когда расстояния между субапертурами телескопов матрицы не повторяются

Свиридов Константин Николаевич, гл.н.с., д.т.н., профессор.

E-mail: sviridovkn@yandex.ru

Институт электрофизики и электроэнергетики РАН.
Россия, 119334, Москва, Ленинский просп., 32а.

Статья поступила в редакцию 13.07.2023

Принята к публикации 1.08.2023

© Свиридов К. Н., 2023

ни по величине, ни по направлению. Модельный эксперимент подтвердил эффективность предложенных технологий по достижению высокого разрешения в условиях атмосферных искажений.

В данной работе мы рассмотрим алгоритмы цифровой обработки искаженных атмосферой изображений малоразмерных объектов контроля, использованные для восстановления объекта в модельном эксперименте [1].

При обработке искаженных атмосферой изображений космических объектов в наземной матрице апертурного синтеза, в отличие от телескопа одной апертуры, специфические трудности восстановления обусловлены «островным» характером ее оптической передаточной функции (ОПФ). Возможные пути преодоления этих трудностей зависят от соотношения между диаметром субапертур телескопов матрицы D и пространственным радиусом корреляции искаженного атмосферой поля r_0 , а также от взаимного расположения телескопов матрицы в процессе апертурного синтеза. Для таких систем атмосфера-матрица естественно встает вопрос об оценке пространственного спектра объекта наблюдения и восстановлении его изображения с разрешением, определяемым максимальным разносом субапертур телескопов матрицы. Задача оценки пространственного спектра от объекта по серии его искаженных атмосферой изображений в матрице, как и в системах одной апертуры, распадается на две: оценки его модуля $|\tilde{I}_0(\vec{f})|$ и оценки его фазы $\tilde{\theta}_0(\vec{f})$. Рассмотрим эти алгоритмы.

Алгоритмы обработки изображений в матрице

Оценка модуля пространственного спектра от объекта $|\tilde{I}_0(\vec{f})|$ в общем случае здесь может быть получена методом пятенной интерферометрии Лабейри [2] на основании корреляционных моментов второго порядка

$$\langle |\tilde{I}_n(\vec{f})|^2 \rangle = |\tilde{I}_0(\vec{f})|^2 \cdot \langle |\tilde{I}_{A-M}(\vec{f})|^2 \rangle \quad (1)$$

в местах, где ОПФ системы атмосфера-матрица отлична от нуля, то есть в пределах «островов» ОПФ матрицы. Выражение (1) по-

казывает, что передаточная функция метода пятенной интерферометрии зависит от условий атмосферного видения и должна быть калибрована на опорный точечный источник, наблюдаемый при идентичных условиях атмосферного видения. Поэтому, оптическую передаточную функцию метода $\langle |\tilde{I}_{A-M}(\vec{f})|^2 \rangle$ экспериментально определяют по серии коротко-экспозиционных изображений точечного источника.

Метод Лабейри, применяемый к матрицам с большими субапертурами ($D \gg r_0$) позволяет путем обработки большого числа M искаженных атмосферой изображений объекта наблюдения получить оценку $|\tilde{I}_0(\vec{f})|$ в пределах «островов». Если объект наблюдения мал, как в случае контроля космического мусора, и не разрешается субапертурами системы, его пространственный спектр мало изменяется в пределах каждого «острова». Это обстоятельство может быть использовано для повышения точности оценки модуля, о чем подробнее будет сказано ниже. Заметим, что при малых субапертурах ($D \leq r_0$) и их избыточном расположении, мгновенное значение квадрата модуля ОПФ $|\tilde{I}_{A-M}(\vec{f})|^2$ флуктуирует незначительно, в связи с чем оценка модуля пространственного спектра от объекта $|\tilde{I}_0(\vec{f})|$ может быть получена по одному изображению. Однако, использование такого подхода практически ограничивается наблюдением только очень ярких космических объектов. Сказанное выше свидетельствует о необходимости использовать в матрице большие апертуры для оценки модуля пространственного спектра от объекта методом Лабейри, а точнее его модификацией [3].

Если говорить об оценке фазы пространственного спектра от объекта, то в условиях атмосферного видения для одноапертурных оптических систем наиболее известным является метод Нокса-Томпсона [4] или его модификации [5], основанные на использовании величин

$$\begin{aligned} & \langle \tilde{I}_n(\vec{f}) \tilde{I}_n^*(\vec{f} + \Delta\vec{f}) \rangle = \\ & = \tilde{I}_0(\vec{f}) \tilde{I}_0^*(\vec{f} + \Delta\vec{f}) \cdot \langle \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}) \tilde{I}_{A-M}^*(\vec{f} + \Delta\vec{f}) \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\langle \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}) \tilde{I}_{A-M}^*(\vec{f} + \Delta\vec{f}) \rangle$ корреляционная функция мгновенной ОПФ системы атмосфера-матрица. По этим величинам (2) определяют разностные фазы пространственного спектра от объекта на интервалах $\Delta\vec{f}$, путем последующего сшивания которых из начала координат ($\vec{f} = 0$) формируется оценка развернутой фазы пространственного спектра от объекта $\tilde{\theta}_0(\vec{f})$ для всей пространственно-частотной области. В матрице апертурного синтеза «островная» структура ОПФ и, в частности, промежутки между островами не позволяют непрерывно сшить фазу по ее разностным значениям во всей синтезируемой области пространственных частот, поэтому с помощью метода Нокса-Томпсона [4], а лучше его модификации [5], можно развернуть фазу пространственного спектра от объекта только в пределах каждого «острова». Для того, чтобы связать фазы «островов» требуются дополнительные соотношения. Рассмотрим методы получения таких соотношений.

Метод замкнутых фаз

Апертурный синтез в оптике базируется на достижениях апертурного синтеза в радиоастрономии. Опыт радиоастрономии показывает, что, если для получения модуля пространственного спектра от объекта достаточно двух субапертур с различными их взаимными расположениями в процессе апертурного син-

теза, то для восстановления фазы пространственного спектра от объекта требуется как минимум три субапертуры и использование соотношений замыкания фазы, предложенных Дженисоном [6] в радиоастрономии. В оптике замыкание фаз впервые было предложено Рогстадом [7] и экспериментально подтверждено в лаборатории Гудменом и его коллегами [8], а на телескопе Балдвинном и его коллегами [9], которые использовали апертурную маску с тремя отверстиями. Для пояснения сути метода замкнутых фаз начнем рассмотрение с матрицы апертурного синтеза избыточной как по расположению субапертур, так и по их размеру ($D < r_0$), и положим, что число элементов матрицы равно трем (рис. 1,а). Для такой системы действие турбулентной атмосферы сводится к наложению на субапертуры флуктуирующих фазовых добавок θ_1, θ_2 и θ_3 . Изображение в этом случае содержит комбинацию трех систем интерференционных полос с разносимами ν_{12}, ν_{23} и ν_{13} , соответствующими разносимам пар субапертур и пространственным частотам $\vec{f}_{12}, \vec{f}_{23}, \vec{f}_{13}$. Очевидно, что измеряемые фазы интерференционных полос в изображении складываются из искоемых фаз пространственного спектра от объекта на этих пространственных частотах и соответствующих вкладов турбулентной атмосферы θ ,

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_n^{12} &= \tilde{\theta}_0^{12} + \theta_1 - \theta_2 \\ \tilde{\theta}_n^{23} &= \tilde{\theta}_0^{23} + \theta_2 - \theta_3 \\ \tilde{\theta}_n^{13} &= \tilde{\theta}_0^{13} + \theta_1 - \theta_3 \end{aligned} \quad (3)$$

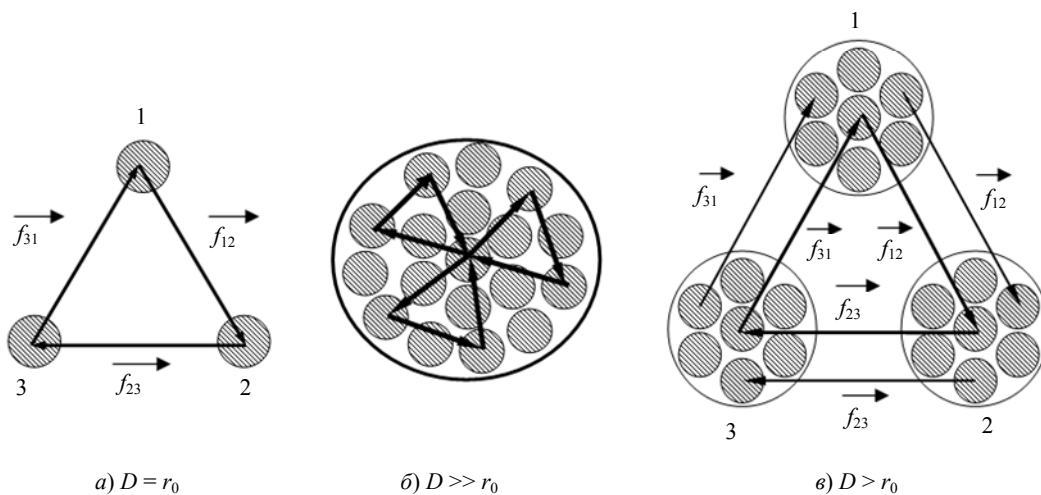


Рис. 1. Замыкание пространственных частот в: а) безизбыточной матрице; б) избыточном телескопе; в) избыточной матрице

Если пространственные частоты рассматриваемых субапертур замкнуты, то есть $\vec{f}_{12} + \vec{f}_{23} - \vec{f}_{13} = 0$, то на основании уравнений (3) можно выписать соотношение между измеренными и искомыми значениями фазы пространственного спектра от объекта, не зависящее от вкладов турбулентной атмосферы

$$\tilde{\theta}_i^{12} + \tilde{\theta}_i^{23} - \tilde{\theta}_i^{13} = \tilde{\theta}_0^{12} + \tilde{\theta}_0^{23} - \tilde{\theta}_0^{13}. \quad (4)$$

Полученное уравнение (4) является уравнением замкнутых фаз для тройки субапертур, на основании которого можно по двум известным и трем измеренным значениям фазы определить третье.

В общем случае для матрицы N безизбыточных (по расположению и размеру) субапертур, пространственный спектр приобретаемого изображения на пространственной частоте \vec{f}_{ij} , соответствующей интерференции субпучков излучения от l -й и j -й субапертур, имеет вид

$$\tilde{I}_i(\vec{f}_{ij}) = \tilde{I}_0(\vec{f}_{ij}) \cdot \exp\{i[\theta_l - \theta_j]\} \quad (5)$$

Отсюда, для любой тройки субапертур матрицы l, m, n с учетом (4) имеем

$$\begin{aligned} \tilde{I}_i(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_i(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_i(\vec{f}_{nl}) &= \\ = \tilde{I}_0(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_0(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_0(\vec{f}_{nl}) \end{aligned} \quad (6)$$

и получаем уравнение замкнутых фаз в виде

$$\tilde{\theta}_0^{lm} + \tilde{\theta}_0^{mn} + \tilde{\theta}_0^{nl} = \tilde{\theta}_i^{lm} + \tilde{\theta}_i^{mn} + \tilde{\theta}_i^{nl} \quad (7)$$

Заметим, что в безизбыточной матрице из N субапертур формируется $C_N^2 = \frac{N}{2}(N-1)$ систем интерференционных полос, дающих соответствующие измерения $\tilde{\theta}_i^{ij}$. При этом можно выделить $C_N^3 = \frac{N(N-1)(N-2)}{6}$ троек

субапертур и выписать аналогичное число уравнений замкнутых фаз (7). Теоретический анализ [10, 11] показывает, что система уравнений типа (7) оказывается безизбыточной, так как она содержит только $\frac{(N-1)(N-2)}{2}$

линейно независимых соотношений. Поэтому фазы пространственного спектра от объекта $\tilde{\theta}_0^{ij}$ на C_N^2 формируемых в безизбыточной системе пространственных частотах могут быть получены с помощью уравнений замкнутых фаз типа (7) с точностью до $(N-1)$ фаз пространственного спектра от объекта, выбранных в качестве базиса. Существуют методы однозначного решения уравнений замкнутых фаз и подробнее на них мы остановимся ниже. Использование соотношений замкнутой фазы позволяет устранить абберационные ошибки фазы каждого комбинируемого субпучка, независимо от того, являются ли они случайными (атмосферными) или детерминированными (телескопическими). При наблюдении ярких объектов фаза пространственного спектра от объекта может быть получена с точностью до наклона, характеризующего угловое положение источника, из соотношений замкнутых фаз (7), используя только одну реализацию случайного процесса, то есть отдельную коротко-экспозиционную регистрацию изображения, в противоположность другим методам, основанным на усреднении случайных фазовых искажений.

Для задач локации космического мусора и наблюдения, как правило, слабых объектов контроля, когда основным источником шума является не атмосферный, а квантовый шум или аддитивный шум фона, использование малых субапертур ($D < r_0$) и метода замыкания фаз является непрактичным.

В этом случае избыточная ($D \gg r_0$) комбинация субпучков обеспечивает наилучшие условия восстановления, а метод, называемый тройной корреляцией [12], позволяет сформировать уравнение замкнутых фаз и восстановить фазу пространственного спектра от объекта. Можно показать, что этот метод является обобщением метода замкнутых фаз для избыточных субапертур, однако, теперь восстановление осуществляется не по одному коротко-экспозиционному изображению, а по их серии.

Метод тройных корреляций

Тройная корреляция есть метод восстановления фазы пространственного спектра от объекта по серии его искаженных атмосфе-

рой коротко-экспозиционных изображений. Он заключается в вычислении момента третьего порядка

$$\begin{aligned} & \langle \tilde{I}_n(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_n(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_n^*(\vec{f}_{ln}) \rangle = \\ & = \langle \tilde{I}_n(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_n(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_n(\vec{f}_{nl}) \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

называемого биспектром [13], где угловые скобки обозначают усреднение по серии M изображений. Этот биспектр изображения может быть представлен произведением биспектра объекта на оптическую передаточную функцию метода тройной корреляции, являющуюся третьим корреляционным моментом мгновенной ОПФ системы атмосфера-матрица

$$\begin{aligned} & \langle \tilde{I}_n(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_n(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_n(\vec{f}_{nl}) \rangle = \\ & = \tilde{I}_0(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_0(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_0(\vec{f}_{nl}) \times \\ & \times \langle \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{nl}) \rangle \end{aligned} \quad (9)$$

В соответствии с проведенными ранее исследованиями очевидно, что при избыточ-

ности размера субапертур матрицы ($D \gg r_0$) величина третьего корреляционного момента мгновенной ОПФ системы атмосфера-матрица является действительной функцией. Аналогичный результат легко получить и для избыточности расположения субапертур матрицы. Для этого воспользуемся моделью фазовых ячеек, на основании которой легко получаем

$$\begin{aligned} & \langle \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{nl}) \rangle = \frac{1}{N^3(0)} \times \\ & \times \sum_{s=1}^{N(\vec{f}_{lm})} \sum_{p=1}^{N(\vec{f}_{mn})} \sum_{q=1}^{N(\vec{f}_{nl})} \exp(i\phi^s) \exp(i\phi^p) \exp(i\phi^q), \end{aligned} \quad (10)$$

где ϕ^s, ϕ^p, ϕ^q – есть фазовые сдвиги картин интерференционных полос на частотах $\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn}, \vec{f}_{nl}$, создаваемых тремя различными парами субапертур (рис. 1, в). Сумма в (10) берется по всем возможным тройкам таких пар. Большинство членов этой суммы включает шесть разных субапертур (рис. 2, а). В некоторых случаях одна субапертура может принадлежать двум разным парам (рис. 2, б).

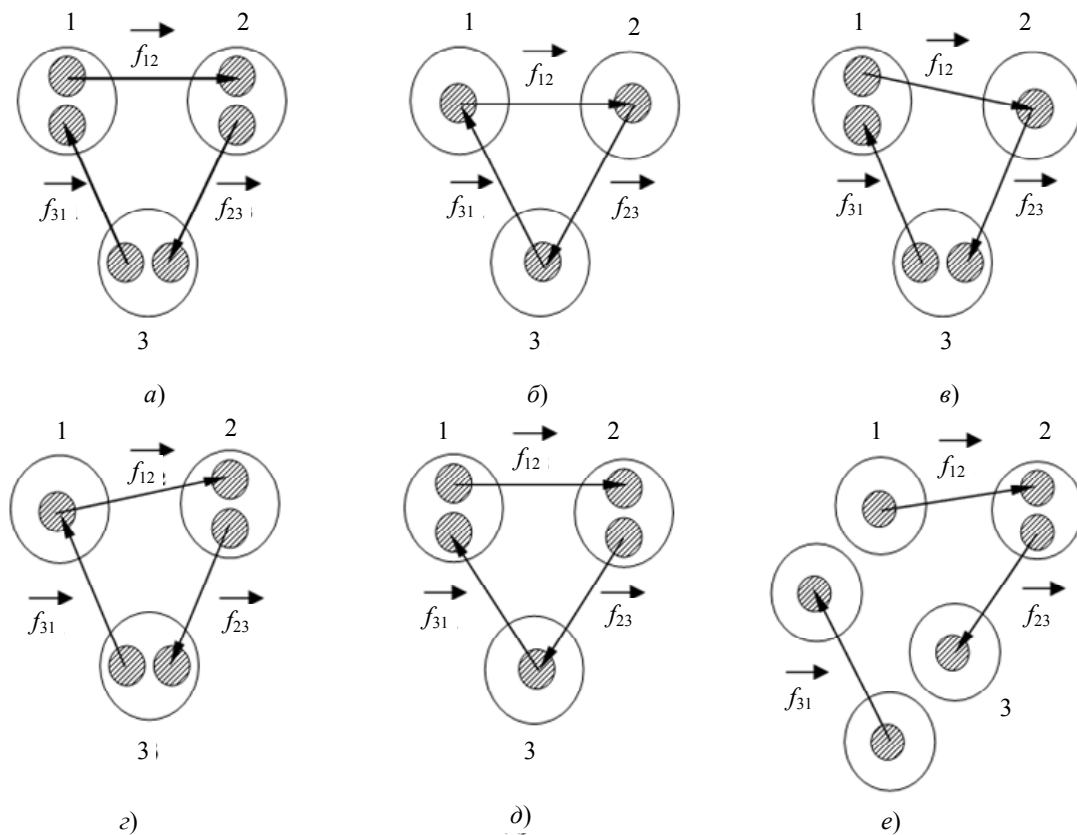


Рис. 2. Сигнал и шум в тройной корреляции $\langle \tilde{I}(\vec{f}_{12}) \cdot \tilde{I}(\vec{f}_{23}) \cdot \tilde{I}(\vec{f}_{31}) \rangle$: а), в)–д) – шумовые вклады; б) – вклад в сигнал, образованный замкнутой тройкой фазовых ячеек; е) – шум избыточных частот

В большинстве же случаев по крайней мере одна субапертура принадлежит только одной паре (рис. 2, в, з, д). Если это случается, множитель $\exp(i\theta)$, ассоциируемый с этой частной субапертурой, будет усредняться к нулю независимо от других, и результирующий вклад троек таких пар будет нулевым. Это не происходит в единственном случае, когда каждая субапертура в тройке принадлежит двум парам (рис. 2, б), то есть когда три пары субапертур формируют замкнутую петлю трех субапертур.

Обозначим эти субапертуры ($D \leq r_0$) избыточного расположения через l, m, n и пусть, как и ранее $\theta_l, \theta_m, \theta_n$ обозначают фазовые задержки, вносимые турбулентностью атмосферы на каждой из этих субапертур. Тогда имеем следующие соотношения для случайных фазовых сдвигов в интерференционном изображении

$$\phi^s = \theta_l - \theta_m, \quad \phi^p = \theta_m - \theta_n, \quad \phi^q = \theta_n - \theta_l, \quad (11)$$

так, что

$$\phi^s + \phi^p + \phi^q = 0 \quad (12)$$

Полученное соотношение (12) эквивалентно уравнению замыкания фазы (7), в котором фазовые члены атмосферных искажений пропадают. Вклад такой тройки субапертур l, m, n в уравнение (10) поэтому равен

$$\begin{aligned} & \langle \exp(i\phi^s) \exp(i\phi^p) \exp(i\phi^q) \rangle = \\ & = \langle \exp[i(\phi^s + \phi^p + \phi^q)] \rangle = 1 \end{aligned} \quad (13)$$

Число таких членов в уравнении (10) является равным числу $N(\vec{f}_{nl})$ таких замкнутых троек субапертур в синтезируемой апертуре. Заметим, что для каждой пары частотных векторов $(\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn})$ здесь есть две возможных конфигурации тройки (с симметрией вращения на 180°) и для каждой конфигурации число троек является пропорциональным площади перекрытия изображений трех отверстий субапертур, сдвинутых друг относительно друга на те же самые промежутки $(\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn}, \vec{f}_{nl})$. Поэтому, выражение для третьего корреляционного момента (10) мгновенной ОПФ систе-

мы атмосфера-матрица для избыточного расположения малых ($D < r_0$) субапертур преобразуется к виду

$$\begin{aligned} & \langle \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{lm}) \cdot \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{mn}) \cdot \tilde{I}_{A-M}(\vec{f}_{nl}) \rangle = \frac{N(\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn})}{N^3(0)} = \\ & = \frac{1}{N^2(0)} \left[A_{0^\circ}(\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn}) + A_{180^\circ}(\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn}) \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где $A_{0^\circ}(\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn})$ и $A_{180^\circ}(\vec{f}_{lm}, \vec{f}_{mn})$ есть области перекрытия изображений трех субапертур каждой конфигурации, нормированных к единице в начале. Они являются равными, если синтезируемая апертура имеет центральную симметрию.

Таким образом, получили, что и в случае избыточности расположения субапертур третий корреляционный момент ОПФ системы атмосфера-матрица (14) является действительной функцией. Это свидетельствует о том, что согласно (9) фаза биспектра объекта равна фазе биспектра изображения, то есть

$$\begin{aligned} & \arg \langle \tilde{I}_0(\vec{f}_{lm}) \tilde{I}_0(\vec{f}_{mn}) \tilde{I}_0(\vec{f}_{nl}) \rangle = \tilde{\theta}_0^{lm} + \tilde{\theta}_0^{mn} + \tilde{\theta}_0^{nl} = \\ & = \arg \langle \tilde{I}_n(\vec{f}_{lm}) \tilde{I}_n(\vec{f}_{mn}) \tilde{I}_n(\vec{f}_{nl}) \rangle = \tilde{\theta}_n^{lm} + \tilde{\theta}_n^{mn} + \tilde{\theta}_n^{nl} \end{aligned} \quad (15)$$

и фаза пространственного спектра от объекта может быть определена по измеренной фазе биспектра изображения на основании уравнения замкнутых фаз (15), аналогичного (7).

В связи с тем, что передаточная функция для метода тройной корреляции (14) имеет нулевую фазу для любых условий атмосферного видения, восстановление фазы пространственного спектра от объекта методом тройных корреляций не требует калибровки на опорный точечный источник. Кроме того, учитывая, что в уравнении замкнутых фаз постоянные фазовые члены пропадают, легко показать, что по крайней мере свыше частоты отсечки атмосферного видения $|\vec{f}| > r_0 / \lambda z$ фаза биспектра изображения, а, следовательно, и фаза биспектра объекта являются нечувствительными к детерминированным абберациям оптико-механического тракта телескопов матрицы. Отмеченные свойства метода тройных корреляций наводят на мысль, что в некоторых случаях для восстановления модуля пространственного спектра от объекта

$|\tilde{I}_0(\vec{f})|$ целесообразно сначала восстановить фазу пространственного спектра от объекта $\tilde{\theta}_0(\vec{f})$, разворачивая [14] замкнутые фазы (15), а затем по ней, итерационно решая амплитудную проблему [15], восстановить модуль $|\tilde{I}_0(\vec{f})|$. Полученный выше результат (14) нулевой фазы третьего корреляционного момента мгновенной ОПФ системы атмосфера-матрица справедлив для любой конфигурации избыточной матрицы ($D \gg r_0$). Он остается справедливым и в случаях, когда рассмотренная выше избыточная апертура матрицы сводится к безизбыточной, то есть безизбыточному расположению малых ($D < r_0$) субапертур. При этом передаточная функция метода тройных корреляций (10) будет содержать только члены замыкания фазы (13), случай, в котором она не является случайной, а замыкание фаз (15) может быть получено по одной реализации интерференционного изображения, аналогично (7). Это свидетельствует о том, что для безизбыточной матрицы оба метода – замкнутых фаз и тройной корреляции – являются строго эквивалентными, то есть метод тройной корреляции можно рассматривать как обобщение метода замкнутых фаз в оптике для любого типа апертур (сплошных или частично заполненных), и, в частности, для любых конфигураций матрицы (избыточных или нет).

Поэтому метод тройной корреляции является основным методом восстановления фазы пространственного спектра от объекта в частично-заполненных матрицах контроля космического мусора.

Специфика контроля космического мусора, а именно, малые угловые размеры объектов контроля, приводит к модификации метода тройных корреляций. Рассмотрим особенности восстановления изображений малоразмерных объектов контроля в наземных матрицах апертурного синтеза.

Модификация метода тройных корреляций для наблюдения малоразмерных объектов контроля

Типичной ситуацией для задач контроля космического мусора является такая, когда

угловые размеры объекта контроля θ_0 , оказываются меньшими углового разрешения отдельных субапертур, определяемого λ/D . Действительно, когда объект наблюдения находится в пределах естественного поля зрения частично заполненной системы $\alpha_0 = \lambda/L_{\text{МИН}}$, что необходимо для качественного восстановления его изображения, то очевидно, что он не разрешается отдельными субапертурами матрицы, так как $L_{\text{МИН}} = 2D$ и $\lambda/D > \lambda/L_{\text{МИН}}$. При этом, когда $\theta_0 < \lambda/D$, пространственный спектр от объекта $\tilde{I}_0(\vec{f})$ практически не изменяется в пределах «островов», создаваемых парами субапертур при каждом коротко-экспозиционном измерении и для $D \gg r_0$ можно существенно (в N_0 раз) повысить точность оценки фазы методом тройной корреляции, а также, улучшить оценку модуля $|\tilde{I}_0(\vec{f})|$ пространственного спектра от объекта, получаемую по методу Лабейри. Действительно, рассмотрим три безизбыточно расположенные, но избыточно большие субапертуры, такие, что на каждой из них укладывается по $N_0 = \left(\frac{D}{r_0}\right)^2$ областей корреляции атмосферных искажений (рис. 1, в). Если теперь в соответствии с малоразмерностью объекта контроля считать, что $\tilde{I}_0(\vec{f})$ является постоянным в пределах каждого острова размера $2D/\lambda$ и равным $\tilde{I}_0(\vec{f}_{lm}^0)$, где \vec{f}_{lm}^0 – центральная частота острова, то перед усреднением можно сгладить все тройные произведения (15) в пределах «островов» по всем возможным тройкам замкнутых частот, то есть осуществить интегрирование вида

$$\iint d\vec{f}_{lm} d\vec{f}_{mn} \tilde{I}_n(\vec{f}_{lm}) \tilde{I}_n(\vec{f}_{mn}) \tilde{I}_n(\vec{f}_{nl}), \quad (16)$$

где интегрирование производится по соответствующим островам области пространственных частот. Тогда уравнение замкнутых фаз метода тройных корреляций (15) с учетом (16) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_0^{lm} + \tilde{\theta}_0^{mn} + \tilde{\theta}_0^{nl} = \\ = \arg \left\langle \iint d\vec{f}_{lm} d\vec{f}_{mn} \tilde{I}_n(\vec{f}_{lm}) \tilde{I}_n(\vec{f}_{mn}) \tilde{I}_n(\vec{f}_{nl}) \right\rangle, \quad (17) \end{aligned}$$

где $\tilde{\theta}_0^{lm} = \tilde{\theta}_0(\vec{f}_{lm}^0)$ – фазы пространственного спектра от объекта на lm островах. Оценим качественно эффективность модификации (17) метода тройных корреляций по сравнению с (15). На основании модели N_0 фазовых ячеек [12], согласно (10), нетрудно видеть, что в тройном произведении порядка N_0^3 полезных членов на замкнутых частотах и около N_0^3 шумовых слагаемых со случайной фазой. Поэтому, отношение сигнал/шум для (15) пропорционально $N_0^{-1/2} = r_0/D$. Теперь интегрирование в (17) эквивалентно суммированию по N_0^2 тройным произведениям спектров и, в результате, полезных членов становится $\sim N_0^3$ и случайных шумовых $\sim N_0^5$, а отношение сигнал/шум становится пропорциональным $N_0^3/N_0^{5/2} = N_0^{1/2} = D/r_0$ и может быть представлено в виде:

– для случая ярких космических объектов ($\eta \gg 1$)

$$Q(\vec{f}_{lm}^0, \vec{f}_{mn}^0, \vec{f}_{nl}^0) \approx \sqrt{M} \frac{D}{r_0}, \quad (18)$$

– для случая слабых космических объектов ($\eta \ll 1$)

$$Q(\vec{f}_{lm}^0, \vec{f}_{mn}^0, \vec{f}_{nl}^0) \cong \sqrt{M} \frac{D}{r_0} \cdot \frac{\eta^{3/2}}{N^{3/2}} \cdot \frac{|\tilde{I}_0(\vec{f}_{lm}^0) \tilde{I}_0(\vec{f}_{mn}^0) \tilde{I}_0(\vec{f}_{nl}^0)|}{\tilde{I}_0^3(0)}, \quad (19)$$

где M число обрабатываемых коротко экспозиционных изображений в серии, N число субапертур в матрице, а параметр η характеризует количество квантов, приходящих на один «спекл» изображения или, что тоже, на область корреляции искажений в плоскости апертуры, и определяется

$$\eta = 0,435 \left(\frac{r_0}{D} \right)^2 \cdot \frac{\langle K \rangle}{N},$$

$\langle K \rangle$ – среднее число детектируемых фотонов на одно изображение.

Следует заметить, что аналогичное (16) сглаживание в пределах «острова» возможно и для оценки квадрата модуля пространственного спектра от объекта. При этом оценка определяется, как

$$|\tilde{I}_0(\vec{f}_{lm}^0)|^2 = \left(\frac{D}{r_0} \right)^2 \cdot \frac{\int d\vec{f}_{lm} \langle |\tilde{I}_n(\vec{f}_{lm})|^2 \rangle}{\int d\vec{f}_{lm} \tilde{I}_M(\vec{f}_{lm})}, \quad (20)$$

где $\tilde{I}_M(\vec{f})$ – дифракционная ОПФ матрицы, интегралы берутся в пределах lm островов, а отношение сигнал/шум оказывается пропорциональным $N_0^{1/2}$ и преобразуется к виду:

– в случае ($\eta \gg 1$)

$$Q = \sqrt{M} \cdot \frac{D}{r_0} \quad (21) \equiv (18)$$

– в случае ($\eta \ll 1$)

$$Q = \sqrt{M} \cdot \frac{D}{r_0} \cdot \frac{\eta}{N} \cdot \frac{|\tilde{I}_0(\vec{f}_{lm}^0)|^2}{\tilde{I}_0^2(0)} \quad (22)$$

На основании полученных результатов (18)÷(22) можно сделать вывод, что при наблюдении малоразмерных объектов контроля эффективность функционирования матрицы возрастает в $(D/r_0)^2$ раз. Повышается точность восстановления модуля и фазы пространственного спектра от объекта, что позволяет уменьшить в N_0^2 раз требуемое число приобретаемых изображений. Точность восстановления увеличивается с ростом диаметра субапертуры, но только до тех пор, пока удовлетворяется неравенство $\theta_0 < \lambda/D$.

Итак, мы рассмотрели модификацию метода тройных корреляций, позволяющую повысить его эффективность в частично заполненных системах контроля космического мусора. Как сам метод, так и его модификация для восстановления фазы пространственного спектра от объекта во всей синтезируемой области пространственных частот требуют разворачивания уравнений замкнутых фаз типов (15) или (17) относительно искомой фазы пространственного спектра объекта $\tilde{\theta}_0$. Рассмотрим возможные пути решения уравнений замкнутых фаз.

Алгоритмы разворачивания уравнений замкнутых фаз

В безизбыточной матрице апертурного синтеза, состоящей из N элементов (субапертур), число неизвестных фаз пространственно-го спектра от объекта $\frac{N}{2}(N-1)$ превышает число линейно независимых уравнений замкнутых фаз $(N-1)(N-2)/2$ типа (7) на величину $(N-1)$. Для решения системы уравнений замкнутых фаз (7) и нахождения фаз пространственного спектра от объекта на всех пространственных частотах, формируемых матрицей, необходимо выбрать $(N-1)$ из неизвестных фаз в качестве базиса. Наличие этой неопределенности в $(N-1)$ значение фазы пространственного спектра от объекта и характеризует суть проблемы разворачивания уравнений замкнутых фаз (7) в безизбыточных матрицах.

В радиоастрономии эти неизвестные значения базиса подбирают по априорной модели объекта [16] или по максимуму энтропии [17]. В оптике для их отыскания было предложено регистрировать дополнительные изображения при других конфигурациях субапертур с частично повторяющимися наборами формируемых матрицей пространственных частот [10, 11]. Это позволяет снизить число неизвестных с $(N-1)$ до двух фаз на наименьших базисных частотах, через линейную комбинацию которых с целыми коэффициентами могут быть получены все остальные фазы пространственного спектра от объекта. Данная неоднозначность в две фазы (а в одномерной системе только в одну) эквивалентна неопределенности в положении восстанавливаемого изображения объекта и принципиально неустранима при решении уравнений замкнутых фаз, нечувствительных к линейной составляющей фазы пространственного спектра. В настоящее время этот подход теоретически развит в работе [10]. Основным недостатком этого подхода является его сложная техническая реализация. Уменьшить количество неизвестных при сохранении или незначительном уменьшении числа независимых уравнений можно, вводя в систему избыточные частоты. При этом для использования классических

уравнений замкнутых фаз (7) для малых субапертур ($D \leq r_0$) необходимо разделять вклады разных пар субапертур на избыточных частотах. В работе [18] с этой целью предложено переносить изображения субапертур матрицы на выходную формирующую апертуру с нарушением упомянутого выше подобия фигуризации, то есть, формируя безизбыточный выход для избыточного входа матрицы и разнося, тем самым, избыточные вклады по пространственным частотам. Однако, можно показать, что это приводит к ограничению эффективного поля зрения системы в условиях атмосферного видения. Другая методика разделения избыточных пространственных частот, описанная в работе [19], заключается во введении в избыточные пары субапертур искусственной гармонической фазовой модуляции с периодом, меньшим времени заморозенности турбулентностей атмосферы, и последующем временном Фурье-анализе серии регистрируемых изображений. К сожалению, все описанные выше методы решения уравнения замкнутых фаз (7), предложенные астрономами, не применимы в задачах локации космического мусора в силу отмечавшихся выше энергетических соображений. Именно поэтому было предложено в задачах локации космического мусора получать уравнения замкнутых фаз методом тройных корреляций и его модификациями, что позволило увеличить размеры субапертур ($D \gg r_0$) и упростить процедуру измерений. При этом уравнение замкнутых фаз (7) преобразуется к виду (15), (17) и связывает искомую фазу пространственного спектра от объекта с фазой сглаженного и/или усредненного биспектра изображения. Поэтому прежде, чем перейти к рассмотрению возможных путей теоретического и/или практического решения этих уравнений относительно фазы пространственного спектра от объекта, остановимся на рассмотрении некоторых свойств биспектра и его фазы.

По определению [13] биспектр есть Фурье-преобразование от тройной корреляции изображений, определяемой

$$I_n^{(3)}(\vec{l}_1, \vec{l}_2) = \int I_n(\vec{l}) \cdot I_n(\vec{l} + \vec{l}_1) \cdot I_n(\vec{l} + \vec{l}_2) d\vec{l}, \quad (23)$$

и его можно представить в виде

$$\tilde{I}_n^{(3)}(\vec{f}_1, \vec{f}_2) = \tilde{I}_n(\vec{f}_1) \cdot \tilde{I}_n(\vec{f}_2) \cdot \tilde{I}_n(-\vec{f}_1 - \vec{f}_2), \quad (24)$$

где $\tilde{I}_n(\vec{f})$ – пространственный Фурье-спектр изображения $I_n(\vec{l})$, а пространственные частоты \vec{f}_1, \vec{f}_2 и $-\vec{f}_1 - \vec{f}_2$ образуют замкнутую тройку.

Биспектр является инвариантным к сдвигу изображения $I_n(\vec{l})$, или, что эквивалентно, умножению пространственного спектра $\tilde{I}_n(\vec{f})$ на линейный фазовый множитель

$$\begin{aligned} \tilde{I}_c^{(3)}(\vec{f}_1, \vec{f}_2) &= \tilde{I}_c(\vec{f}_1) \tilde{I}_c(\vec{f}_2) \tilde{I}_c(-\vec{f}_1 - \vec{f}_2) = \\ &= \tilde{I}(\vec{f}_1) \tilde{I}(\vec{f}_2) \tilde{I}(-\vec{f}_1 - \vec{f}_2) \exp(2\pi i c \vec{f}_1) \times \\ &\times \exp(2\pi i c \vec{f}_2) \exp[-2\pi i c (\vec{f}_1 + \vec{f}_2)] = \\ &= \tilde{I}^{(3)}(\vec{f}_1, \vec{f}_2), \end{aligned} \quad (25)$$

где $\tilde{I}_c(\vec{f}) = \tilde{I}(\vec{f}) \exp(2\pi i c \vec{f})$, c – действительная константа.

С практической точки зрения цифровой обработки изображений алгоритм восстановления применим к дискретной версии $\tilde{I}_{p,q}^{(3)}$ непрерывного биспектра (24), представимой в виде

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{p,q}^{(3)} &= \tilde{I}^{(3)}(p \cdot \Delta f_1, q \cdot \Delta f_2) = \\ &= \tilde{I}(p \cdot \Delta f_1) \cdot \tilde{I}(q \cdot \Delta f_2) \tilde{I}(-p \cdot \Delta f_1 - q \cdot \Delta f_2) = \\ &= \tilde{I}_p \cdot \tilde{I}_q \cdot \tilde{I}_{-p-q}, \end{aligned} \quad (26)$$

где $\Delta f_1 = \Delta f_2$ – есть надлежащий интервал выборки в биспектральной области, а $\tilde{I}_p, \tilde{I}_q, \tilde{I}_{-p-q}$ – есть выборочные значения пространственного спектра.

Из уравнения (26) следуют три соотношения симметрии биспектра

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{p,q}^{(3)} &= \tilde{I}_{q,p}^{(3)} && \text{а) I} \\ \tilde{I}_{p,q}^{(3)} &= \tilde{I}_{p,-p-q}^{(3)} && \text{б) II} \\ \tilde{I}_{p,q}^{(3)} &= [\tilde{I}_{-p,-q}^{(3)}]^* && \text{в) III} \end{aligned} \quad (27)$$

Первое соотношение (27а) представляет симметрию биспектра относительно оси $p = q$. Соотношение (27б) представляет симметрию

биспектра относительно оси $p = -2q$. Последнее соотношение (27в) характеризует симметрию биспектра относительно точки начала координат $p, q = 0$. Соотношения симметрии (27) графически иллюстрируются рис. 3,а, где основание биспектра ограничено шестиугольником. Отсюда очевидно, что в силу симметрии (27) биспектр действительной функции $I(\vec{l})$ полностью определяется одним октантом, показанным заштрихованной областью.

С учетом рассмотренных свойств биспектра найдем алгоритмы разворачивания фазы пространственного спектра от объекта $\tilde{\theta}_0$ по фазе биспектра $\tilde{\theta}_B$, определяемой правой частью уравнений замкнутых фаз (15), (17), представимых в виде

$$\tilde{\theta}_0^p + \tilde{\theta}_0^q + \tilde{\theta}_0^{-p-q} = \tilde{\theta}_B^{p,q} \quad (28)$$

Учитывая эрмитовость пространственного спектра от объекта $\tilde{I}(\vec{f}) = \tilde{I}^*(-\vec{f})$, а следовательно, антисимметрию его фазы $\tilde{\theta}_0^p = -\tilde{\theta}_0^{-p}$, и $\tilde{\theta}_0^{p=0} = 0$ будем определять $\tilde{\theta}_0^p$ только для положительных индексов $p > 0$. С учетом этого ограничения и (28) последовательные шаги рекурсивного алгоритма восстановления фазы представлены в таблице, из которой следует

шаг	фаза
<2>	$\tilde{\theta}_0^2 = 2\tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{1,1}$
<4>	$\tilde{\theta}_0^3 = \tilde{\theta}_0^2 + \tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{2,1} = 3\tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{1,1} - \tilde{\theta}_B^{2,1}$
...	...
<k>	$\tilde{\theta}_0^p = p \cdot \tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{1,1} - \tilde{\theta}_B^{2,1} - \dots - \tilde{\theta}_B^{p-1,1}$

Отсюда очевидно, что фазы пространственного спектра от объекта $\tilde{\theta}_0^p$ могут быть восстановлены по фазам биспектра $\tilde{\theta}_B^{p-1,1}$ с точностью до линейного фазового члена $p \cdot \tilde{\theta}_0^1$. Это не является неожиданным и следует из нечувствительности биспектра к линейным фазовым множителям пространственного спектра (25). В связи с тем, что $\tilde{\theta}_0^1$ является неизвестной, мы можем положить ее равной нулю $\tilde{\theta}_0^1 = 0$.

Таблица

p	q	$\tilde{\theta}_0^{p+q} = \tilde{\theta}_0^p + \tilde{\theta}_0^q - \tilde{\theta}_B^{p,q}$	Восстанавливаемая фаза	Шаг итерации
1	0	$\tilde{\theta}_0^1 = \tilde{\theta}_0^1 + \tilde{\theta}_0^0 - \tilde{\theta}_B^{1,0}$	—	< 1 >
1	1	$\tilde{\theta}_0^2 = \tilde{\theta}_0^1 + \tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{1,1}$	$\tilde{\theta}_0^2$	< 2 >
2	0	$\tilde{\theta}_0^2 = \tilde{\theta}_0^2 + \tilde{\theta}_0^0 - \tilde{\theta}_B^{2,0}$		< 3 >
2	1	$\tilde{\theta}_0^3 = \tilde{\theta}_0^2 + \tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{2,1}$	$\tilde{\theta}_0^3$	< 4 >
2	2	$\tilde{\theta}_0^4 = \tilde{\theta}_0^2 + \tilde{\theta}_0^2 - \tilde{\theta}_B^{2,2}$	$\tilde{\theta}_0^4$	< 5 >
3	0	$\tilde{\theta}_0^3 = \tilde{\theta}_0^3 + \tilde{\theta}_0^0 - \tilde{\theta}_B^{3,0}$	—	< 6 >
3	1	$\tilde{\theta}_0^4 = \tilde{\theta}_0^3 + \tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{3,1}$	$\tilde{\theta}_0^4$	< 7 >
3	2	$\tilde{\theta}_0^5 = \tilde{\theta}_0^3 + \tilde{\theta}_0^2 - \tilde{\theta}_B^{3,2}$	$\tilde{\theta}_0^5$	< 8 >
3	3	$\tilde{\theta}_0^6 = \tilde{\theta}_0^3 + \tilde{\theta}_0^3 - \tilde{\theta}_B^{3,3}$	$\tilde{\theta}_0^6$	< 9 >
4	0	$\tilde{\theta}_0^4 = \tilde{\theta}_0^4 + \tilde{\theta}_0^0 - \tilde{\theta}_B^{4,0}$	—	< 10 >
4	1	$\tilde{\theta}_0^5 = \tilde{\theta}_0^4 + \tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{4,1}$	$\tilde{\theta}_0^5$	< 11 >
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
n	0	$\tilde{\theta}_0^n = \tilde{\theta}_0^n + \tilde{\theta}_0^0 - \tilde{\theta}_B^{n,0}$	—	< · >
n	1	$\tilde{\theta}_0^{n+1} = \tilde{\theta}_0^n + \tilde{\theta}_0^1 - \tilde{\theta}_B^{n,1}$	$\tilde{\theta}_0^{n+1}$	< · >
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
n	n	$\tilde{\theta}_0^{n+n} = \tilde{\theta}_0^n + \tilde{\theta}_0^n - \tilde{\theta}_B^{n,n}$	$\tilde{\theta}_0^{2n}$	< · >

Таблица показывает, что величины фазы $\tilde{\theta}_0^p$ ($p > 1$) имеют несколько независимых представлений. Эта избыточность уравнений замкнутых фаз может быть использована для улучшения отношения с/ш восстановления соответствующим усреднением независимых результатов. Заметим, что здесь возможны различные последовательности вычисления фаз пространственного спектра $\tilde{\theta}_0^p$ по фазам

биспектра $\tilde{\theta}_B^{p,q}$ вдоль нескольких различных трасс, представленных, например, на рис. 3,б и рис. 3,в. Усреднение продолжается до тех пор, пока все фазы биспектра $\tilde{\theta}_B^{p,q}$ одного октанта ($p, q > 0$) не используются. Другие октанты, как уже отмечалось, в силу симметрии биспектра не обеспечивают дополнительной полезной информации.

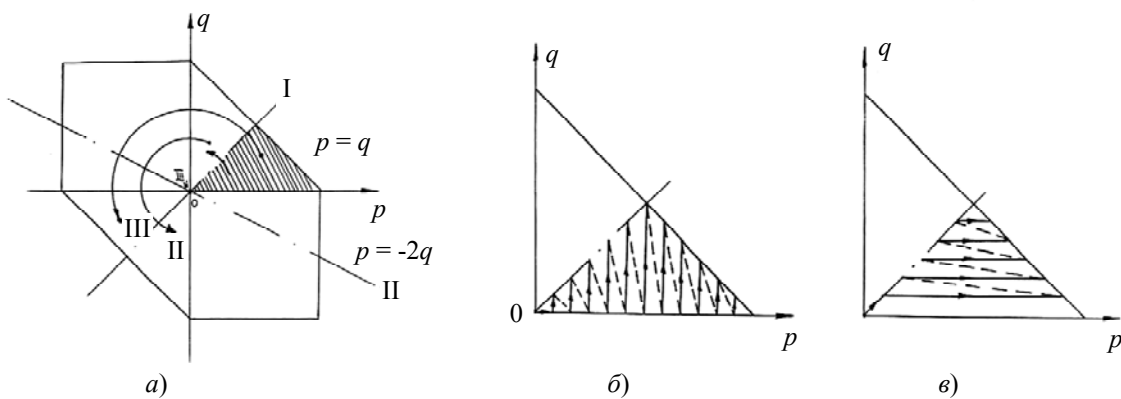


Рис. 3. а) Шестиугольное основание биспектра и его симметрии; б), в) две возможные трассы последовательности вычислений рекурсивного алгоритма разворачивания замкнутых фаз

Следует заметить, что в последовательности усреднения, иллюстрируемой трассой восстановления рис. 3,б, для каждого $\tilde{\theta}_0^p$ осуществляется усреднение и только после этого $\tilde{\theta}_0^p$ используется в итерации. Влияние шума биспектра на восстановление здесь минимизируется. В последовательности усреднения, иллюстрируемой трассой восстановления рис. 3,в, сначала вычисляется оценка всех величин фазы пространственного спектра ($\tilde{\theta}_0^1 = 0$), $\tilde{\theta}_0^2, \dots, \tilde{\theta}_0^p$, а усреднение используется впоследствии для улучшения точности оценки полного набора фаз.

Обобщая сказанное и переходя к непрерывным пространственным частотам, алгоритм разворачивания уравнения замкнутых фаз, например, (15), можно представить следующим рекурсивным соотношением [12]

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_0(f_k) &= \\ &= \frac{1}{\left[\frac{k}{2}\right]} \sum_{s=1}^{\left[\frac{k}{2}\right]} \left[\tilde{\theta}_0(f_s) + \tilde{\theta}_0(f_k - f_s) - \tilde{\theta}_B(f_s, f_k) \right], \quad (30) \end{aligned}$$

где $\tilde{\theta}_B(f_s, f_k) = \arg \langle \tilde{I}_n(f_k) \tilde{I}_n(-f_s) \tilde{I}_n(f_s - f_k) \rangle$, а скобки $[\cdot]$ обозначают целую часть. На первом шаге, как уже отмечалось, фаза $\tilde{\theta}_0(f_1)$

$$\tilde{\theta}_0(f_1) = \arg \left[\sum_j q_{lj}^2 \exp \left\{ i \left[\arg \langle \tilde{I}_n(\vec{f}_l) \tilde{I}_n(\vec{f}_j) \tilde{I}_n(-\vec{f}_l - \vec{f}_j) \rangle - \tilde{\theta}_0(\vec{f}_j) + \tilde{\theta}_0(\vec{f}_l + \vec{f}_j) \right] \right\} \right], \quad (31)$$

где q_{lj} – отношение сигнал/шум для соответствующей тройной корреляции. Заметим, что в рассматриваемой избыточной системе все уравнения замкнутых фаз в случае наблюдения яркого космического объекта приблизительно равноценны и можно полагать $q_{lj} = 1$. На основании (31) легко реализуется следующий алгоритм итерационного восстановления фазы пространственного спектра от объекта $\tilde{\theta}_0$ по избыточной системе уравнений замкнутых фаз:

– на $(k+1)$ шаге итераций каждая фаза $\tilde{\theta}_0(\vec{f}_l)$ выражается через оценки фаз на k -й итерации с помощью всех возможных уравнений замкнутых фаз (28), в которые они входят;

полагается равной нулю, а на k -м шаге фаза $\tilde{\theta}_0(f_k)$ выражается через фазы, оцененные на предшествующих шагах с помощью $\left[\frac{k}{2}\right]$ соотношений типа (15), а затем полученные $\left[\frac{k}{2}\right]$ оценок усредняются.

Очевидно, что путь использования соотношений замкнутых фаз (28) является неоптимальным. Во-первых, в связи с тем, что фазы восстанавливаются с точностью до 2π , вместо прямого суммирования фаз $\tilde{\theta}_0^p$ необходимо при усреднении суммировать экспоненциальные множители $\exp\{i\tilde{\theta}_0^p\}$. Во-вторых, если, например, в биспектре имеет место частотно-зависимый шум, необходимо осуществлять весовое усреднение. Так, в частности, в алгоритме разворачивания (30) на низких пространственных частотах для оценки фазы используется малое число уравнений замкнутых фаз, что приводит к потере потенциальной точности. Для отыскания наилучшей оценки фазы мы можем [20] минимизировать сумму взвешенных квадратов ошибок оценок метода тройных корреляций и получаем алгоритм разворачивания уравнений замкнутых фаз (28) в виде

– формируются комплексные экспоненты от полученных на каждой частоте оценок;

– и усредняются с весами, равными отношению сигнал/шум соответствующих тройных корреляций;

– в качестве оценки восстановленной фазы пространственного спектра от объекта на $(k+1)$ -й итерации берется аргумент от весовой суммы экспонент.

Этот алгоритм разворачивания уравнений замкнутых фаз прост в реализации и показал хорошие результаты при моделировании. Следует подчеркнуть, что полученный алгоритм (31) в непосредственном виде применим лишь для многоапертурных систем с высокой степенью избыточности и достаточно плотным заполнением синтезируемой апертуры.

При этом возможно восстановление фазы $\tilde{\theta}_0(\vec{f}_l)$ во всем диапазоне пространственных частот от нуля до дифракционного предела синтезируемой апертуры с точностью до наклона, определяемого угловым положением объекта наблюдения.

В случае многоапертурной системы «разреженного» типа, «острова» ОПФ которой не перекрываются, а изолированы, фазу про-

$$\tilde{\theta}_0(\vec{f}_l^0) = \arg \left[\sum_j q_{lj}^2 \exp \left\{ i \left[\arg \left\langle \tilde{I}_n(\vec{f}_l^0) \tilde{I}_n(\vec{f}_j^0) \tilde{I}_n(-\vec{f}_l^0 - \vec{f}_j^0) \right\rangle - \tilde{\theta}_0(\vec{f}_j^0) + \tilde{\theta}_0(\vec{f}_l^0 + \vec{f}_j^0) \right] \right\} \right], \quad (32)$$

где \vec{f}_l^0 – центральные пространственные частоты соответствующих островов.

В пределах каждого «острова» фаза пространственного спектра от объекта $\tilde{\theta}_0(\vec{f}_l)$ может быть оценена по методу Нокса-Томпсона путем ее разворачивания из его центра \vec{f}_l^0 . Комбинированием фаз, полученных в островах методом Нокса-Томпсона, с развернутыми фазами (32) метода тройных корреляций можно восстановить фазу пространственного спектра от объекта на всех пространственных частотах, формируемых матрицей апертурного синтеза.

Рассмотренные выше алгоритмы обработки изображений были использованы в модельном эксперименте [1], подтвердившем их эффективность по достижению высокого углового разрешения малоразмерных объектов контроля, наблюдаемых через турбулентную среду.

Заключение

В результате проведенных исследований и с учетом материалов работ, представленных в списке литературы, можно сделать следующие выводы.

1. Для приобретения изображений динамичных малоразмерных фрагментов космического мусора необходимо использовать технологию регистрации серии короткоэкспозиционных изображений объекта контроля в безизбыточной матрице апертурного синтеза.

пространственного спектра от объекта с помощью уравнений замкнутых фаз (28) можно восстановить, во-первых, только на базовых пространственных частотах, определяемых расстоянием между субапертурами и их расположением, а, во-вторых, также лишь с точностью до линейной компоненты наклона. При этом алгоритм разворачивания уравнений замкнутых фаз по аналогии с (31) можно представить в виде

2. Для обработки искаженных атмосферой изображений космического мусора необходимо использовать цифровые алгоритмы статистической обработки зарегистрированной серии. Для восстановления неискаженного атмосферой модуля пространственного спектра от объекта во всей области пространственных частот матрицы необходимо использовать модифицированный алгоритм метода Лайбери. Для восстановления фазы пространственного спектра от объекта на «островах» пространственно-частотной области необходимо использовать модифицированный алгоритм метода Нокса-Томпсона, а для сшивания фаз «островов» во всей области пространственных частот матрицы и восстановления фазы пространственного спектра от объекта необходимо использовать модифицированный алгоритм метода тройных корреляций.

3. Эффективность этих технологий и алгоритмов по достижению высокого разрешения подтверждена модельным экспериментом [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Свиридов К. Н. / Информация и Космос. 2022. № 3. С. 132–139.
2. Labeyrie A. / Astron. and Astrophys. 1970. № 6. P. 85–87.
3. Бакут П. А., Пахомов А. А., Ряхин А. Д., Свиридов К. Н. / Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. С. 199–205.
4. Knox K. T., Tompson B. J. / Astron. J. 1974. Vol. 193. № 1. P. L45–L46.
5. Бакут П. А., Ряхин А. Д., Свиридов К. Н. / Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 60. Вып. 5. С. 1077–1083.
6. Jennison R. C. / MNRAS. 1958. Vol. 118. P. 276–281.

7. Rogsted D. H. / Appl. Opt. 1978. Vol. 7. № 3. P. 585–590.
8. Russel F. D., Goodman J. W. / J.O.S.A. 1971. Vol. 61. № 2. P. 182–187.
9. Baldwin J. E., Haniff C. A., Machay C. D., Warner P. J. / Nature. 1986. Vol. 320. P. 595–602.
10. Бакут П. А., Ряхин А. Д., Макаров Д. В., Свиридов К. Н. / Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 10. С. 42–48.
11. Zirker J. B., Brown T. W. / JOSA. 1986. Vol. 3A. № 12. P. 2077–2083.
12. Lohmann A. W., Weigelt G., Wirnitzer B. / Appl. Opt. 1983. Vol. 22. P. 4028–4035.
13. Bartelt H., Lohmann A. W., Wirnitzer B. / Appl. Opt. 1984. Vol. 23. P. 3121–3129.
14. Roddier F. / Opt. Commun. 1986. Vol. 60. № 3. P. 145–151.
15. Бакут П. А., Пахомов А. А., Ряхин А. Д., Свиридов К. Н., Устинов Н. Д. / Оптика и спектроскопия. 1988. Т. 64. Вып. 1. С. 165–172.
16. Построение изображений в астрономии по функциям когерентности / под ред. К. Ван-Сховелла. – М.: Мир, 1982.
17. Shevgaonkar R. K. / Astron. and Astrophys. 1986. Vol. 162. P. 349–355.
18. Greenaway A. H. / Opt. Commun. 1982. Vol. 42. № 3. P. 157–165.
19. Greenaway A. H. / Opt. Commun. 1986. Vol. 58. P. 149–157.
20. Бакут П. А., Ряхин А. Д., Пахомов А. А., Миловзоров В. В. / Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 8. С. 886–887.
21. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. – М.: Мир, 1970.

PACS: 96

Algorithms for processing images of space debris in a ground-based aperture synthesis matrix

K. N. Sviridov

Branch of IEE RAS
32a Leninsky Prospekt, Moscow, 119334, Russia
E-mail: sviridovkn@yandex.ru

Received 13.07.2023; accepted 1.08.2023

The article considers the problem of controlling fragments of space debris of technogenic origin. For dynamic low-orbit fragments of space debris, algorithms for digital statistical processing of short-exposure images obtained in a non-redundant aperture synthesis matrix are studied. The specific features of the optical transfer function (OTF) of a non-redundant matrix, namely, its "island" character, lead to difficulties in restoring the spatial spectrum of the test object undistorted by the atmosphere in the entire spatial-frequency region of the matrix. It is shown that in order to restore the modulus of the spatial spectrum of the object undistorted by the atmosphere in the entire region of the spatial frequencies of the matrix, it is necessary to use the algorithm of the Labeyrie method modified by us. To restore the phase of the spatial spectrum of the object on the "islands" of the spatial frequency domain, it is necessary to use a modified algorithm of the Knox-Thompson method, and to merge the phases obtained in the "islands" over the entire region of the spatial frequencies of the matrix and restore the phase of the spatial spectrum from the object, it is necessary to use the modified algorithm of the triple correlation method.

Keywords: non-redundant matrix, Labeyrie method, Knox-Thompson method, closed-phase method, triple correlation method, expansion of closed-phase equations.

DOI: 10.51368/2307-4469-2023-11-4-285-299

REFERENCES

1. Sviridov K. N., *Informatsiya i Kosmos*, № 3, 132–139 (2022) [in Russian].
2. Labeyrie A., *Astron. and Astrophys.*, № 6, 85–87 (1970).
3. Bakut P. A. et al., *Radiotekhnika i elektronika* **34**, 199–205 (1989) [in Russian].
4. Knox K. T. and Tompson B. J., *Astron. J.* **193** (1), L45–L46 (1974).
5. Bakut P. A. et al., *Optika i spektroskopiya* **60** (5), 1077–1083 (1986) [in Russian].
6. Jennison R. C., *MNRAS* **118**, 276–281 (1958).
7. Rogsted D. H., *Appl. Opt.* **7** (3), 585–590 (1978).
8. Russel F. D. and Goodman J. W., *J.O.S.A.* **61** (2), 182–187 (1971).
9. Baldwin J. E., Haniff C. A., Machay C. D. and Warner P. J., *Nature* **320**, 595–602 (1986).
10. Bakut P. A. et al., *Optika atmosfery* **1** (10), 42–48 (1988) [in Russian].
11. Zirker J. B. and Brown T. W., *JOSA* **3A** (12), 2077–2083 (1986).
12. Lohmann A. W., Weigelt G. and Wirmitzer B., *Appl. Opt.* **22**, 4028–4035 (1983).
13. Bartelt H., Lohmann A. W. and Wirmitzer B., *Appl. Opt.* **23**, 3121–3129 (1984).
14. Roddier F., *Opt. Commun.* **60** (3), 145–151 (1986).
15. Bakut P. A. et al., *Optika i spektroskopiya* **64** (1), 165–172 (1988) [in Russian].
16. *Image Formation From Coherence Functions in Astronomy* / Ed. C. Van Schooneveld, D. Reidel Publishing Co. – Dordrecht, Holland, 1979; Moscow, Mir, 1982.
17. Shevgaonkar R. K., *Astron. and Astrophys.* **162**, 349–355 (1986).
18. Greenaway A. H., *Opt. Commun.* **42** (3), 157–165 (1982).
19. Greenaway A. H., *Opt. Commun.* **58**, 149–157 (1986).
20. Bakut P. A. et al., *Optika atmosfery* **2** (8), 886–887 (1989) [in Russian].
21. Goodman J. W., *Introduction to Fourier Optics*, New York, MCGRAW-HILL Book Co., 1968; Moscow, Mir, 1970.